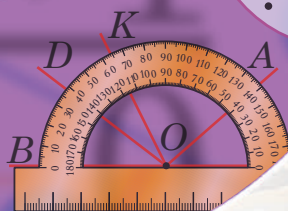
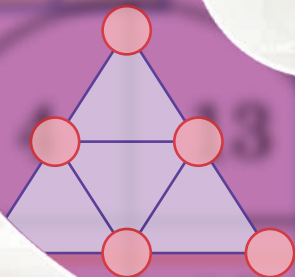
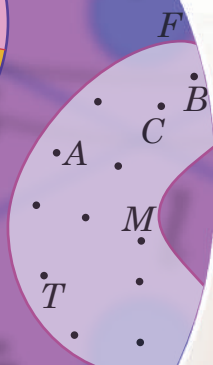
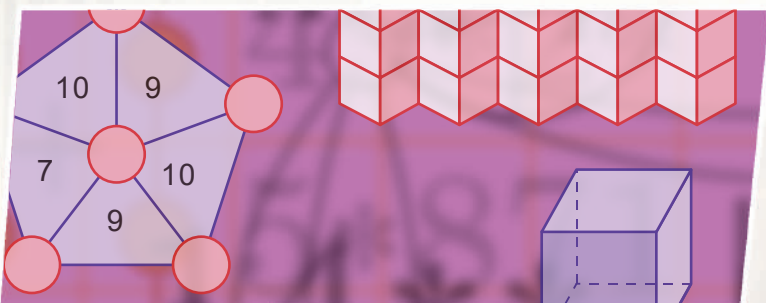




Марко Беденко, Ігор Клочко, Тамара Кордиш, Василь Тадеєв

МАТЕМАТИКА

клас



Марко Беденко, Ігор Клочко, Василь Тадеєв

МАТЕМАТИКА

ПІДРУЧНИК ДЛЯ 5 КЛАСУ
закладів загальної середньої освіти

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН
2022

УДК 51(075.3)
Б 38

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 08.02.2022 р. № 140)

Підручник створено за Модельною навчальною програмою
«Математика. 5–6 класи» для закладів загальної середньої освіти
(автори: Беденко М. В., Клочко І. Я., Кордиш Т. Г., Тадеєв В. О.)

Беденко М. В.
Б 38 Математика : підручник для 5 кл. закладів загальн.
середн. освіти / М. В. Беденко, І. Я. Клочко, Т. Г. Кордиш,
В. О. Тадеєв. — Тернопіль : Навчальна книга — Богдан,
2022. — с. : іл.

ISBN 978-966-10-6679-2

Зміст підручника відповідає Державному стандарту загальної
середньої освіти та Модельній навчальній програмі «Математика.
5–6 класи» (автори: Беденко М. В., Клочко І. Я., Кордиш Т. Г.,
Тадеєв В. О.).

Для учнів та учениць 5 класу.

УДК 51(075.3)

Завантажуйте безкоштовний інтерактивний додаток,
використовуючи детальну інструкцію, за посиланням:

<https://bohdan-books.com/6679-2/>



Тех. підтримка: (0352) 52-06-07, 067-352-09-89; admin@bohdan-digital.com

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу видавництва.*

ISBN 978-966-10-6679-2

© М. В. Беденко, І. Я. Клочко,
Т. Г. Кордиш, В. О. Тадеєв, 2022
© Навчальна книга — Богдан, виключна
ліцензія на видання, оригінал-макет, 2022

ШАНОВНІ ДРУЗІ, П'ЯТИКЛАСНИЦІ ТА П'ЯТИКЛАСНИКИ!

Щойно ви ступили на новий щабель свого навчання. Початкова школа позаду, час поглиблювати і розширювати здобуті знання. Але не дивуйтеся, що на перших сторінках цього підручника, а потім і далі зустрічатимете знайомий матеріал. Така вже особливість математики: кожний наступний рівень немовби проростає з попереднього. У цьому ви ще не раз переконаєтесь і в старших класах.

Особливістю математики є й те, що її вивчення неможливе без розв'язування тренувальних вправ і задач, адже тільки так можливо усвідомити суть математичних понять, опанувати правила та формули. Водночас, розв'язування вправ і задач розвиває мислення, привчає чітко висловлювати свої думки та обґрунтовувати їх. А такі вміння знадобляться вам не тільки під час навчання, а й будь-де і будь-коли у практичному житті.

Цей підручник складається із розділів, а розділи — з параграфів. Подекуди, для більшої зручності, параграфи розбиті на пункти, які відповідним чином пронумеровані. Кожний параграф або пункт містить невеликий теоретичний матеріал, що супроводжується прикладами. Після цього подаються запитання для самоперевірки і вправи та задачі для розв'язування в класі і вдома. Зазвичай вправи і задачі розміщені за порядком наростання складності — від простіших до складніших. Номери завдань підвищеного рівня виділені ще й рожевим кольором, наприклад **15.** Але такий поділ умовний, бо складність завдання залежить і від рівня засвоєння теоретичного матеріалу. Завдання, які радимо розв'язати вдома, позначені зрозумілою піктограмою над номером, наприклад **7.** Сподіваємось, чимало задач приваблять вас уже самою умовою або ілюстративним рисунком і вам захочеться подумати над ними, навіть якщо їх не буде задано, а потім придумати власні задачі, скориставшись інтерактивними додатками. Посилання за QR-кодами допоможуть вам також пройти тестування, підготуватися до математичних турнірів тощо.

У кінці кожного розділу подаються завдання для підготовки до контрольної роботи. Перевіряючи на них свої уміння, ви зможете завчасно підготуватися до цього «випробування» і не боятися неприємних сюрпризів.

Окрім основного навчального матеріалу, в підручнику вміщені невеличкі розширення під рубриками «Дізнайся більше» та «Цікаво прочитати». Вони не обов'язкові для вивчення, але справді цікаві й дуже повчальні. У них математика, яку дехто через необізнаність вважає «сухою» наукою, постає в усій своїй багатогранності та дотичності до світових культур. Ту саму місію виконують і картини та гравюри, якими відкриваються розділи.

Щиро бажаємо вам успіхів.

Вивчайте математику із задоволенням!

Авторський колектив



Картина французького художника
Лорана Делагіра (1606–1656)
«Алегорія математики»

Зверху на аркуші паперу в музи математики виписаний ряд чисел від 1 до 12, а під ним — три зразки письмового додавання, віднімання та множення багатоцифрових чисел. Уміння виконувати ці дії — основа математики.

РОЗДІЛ 1.

ПОВТОРЕННЯ ВИВЧЕНОГО З МАТЕМАТИКИ У ПОЧАТКОВІЙ ШКОЛІ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Даний розділ — перехідний від математики початкової школи до математики середніх класів. Тут нагадується про суть одного з найвизначніших досягнень людства, пов'язаного із записом та читанням чисел. Повторюються й різноманітні способи додавання, віднімання, множення і ділення чисел, що свого часу зробили революцію в обліку та інших підрахунках. Розповідається також про дробові та мішані числа, без яких не обійтися, коли потрібно визначати або оцінювати не тільки цілі величини, а й їхні частини.

Великим поступом на шляху людства до прогресу стало запровадження буквених позначень для чисел, що дало змогу розв'язувати практичні та наукові задачі за допомогою рівнянь. Про буквені позначення й рівняння теж нагадується в цьому розділі.

Нарешті, буде повторено відомості про периметри й площі деяких найважливіших фігур. У перекладі з грецької мови слово «периметр» означає «вимірювання околиць». Нагадаємо способи «вимірювання околиць» прямокутних, квадратних і трикутних фігур, а також правила визначення площ квадрата і прямокутника.

Вивчення математики неможливе без обчислень та розв'язування задач і вправ. До цього висновку людство прийшло ще на зорі цивілізації, бо вже тоді вчителі складали для учнів спеціальні збірники. У цьому розділі, як і взагалі в підручнику, багато різноманітних вправ та задач. До того ж, укладені вони так, що не лише закріплюють у пам'яті суто математичні відомості, а й містять чимало додаткової пізнавальної інформації. Тому розв'язування задач робитиме вас і вправнішими у математиці, і більш обізнаними в інших сферах науки та життєдіяльності людини.

МАГІЯ ЧИСЕЛ

Найдавнішим відомим підручником з математики є давньоєгипетський папірус, написаний якимсь писарем на ім'я Ахмес майже п'ять тисяч років тому. Цей підручник згортається в сувій, а в розгорнутому вигляді має довжину 5 метрів при ширині 32 см. У ньому записані 84 задачі з короткими розв'язаннями. Більша частина цих задач мала практичний зміст: обчислення площ посівів, об'єму зернових комор, розподілу майна тощо. Але є серед них і чимало задач суто навчального, а подекуди й просто розважального характеру. Ось найцікавіша з них.



Фрагмент давньоєгипетського математичного папірусу Ахмеса

Задача з давньоєгипетського папірусу

Є 7 будинків. У кожному будинку — по 7 котів. Кожен кіт зловив по 7 мишей. Кожна миша може з'їсти по 7 колосків ячменю. Знайди загальну кількість усіх названих предметів.

Задачу можна розв'язати, наприклад, так (а можна й по-іншому: подумайте, як іще).

Оскільки будинків 7, а в кожному з них по 7 котів, то всього котів буде:

$$\underbrace{7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7}_{7 \text{ доданків}} = 7 \times 7 = 49.$$

Міркуючи так само, дійдемо висновку, що всі 49 котів разом зловили $49 \times 7 = 343$ миші, а всі 343 миші могли б з'їсти $343 \times 7 = 2401$ колосок.

Отже, усіх предметів разом, тобто будинків, котів, мишей і колосків буде:

$$7 + 49 + 343 + 2401 = 2800.$$

Але який сенс, запитаєте ви, у тому, щоб додавати до будинків котів, а потім ще й мишей і колосків? Звісно, з практичного погляду, жодного сенсу в цьому немає. Та є проста цікавість до знаходження самих доданків, а потім і чималенької їхньої суми.

§ 1. ЗАПИС ЧИСЕЛ ЗА ДОПОМОГОЮ ЦИФР

Повторюємо теорію

Ви вже знаєте, що числа записують за допомогою цифр. Цифр є всього десять:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0,

але записати з їхньою допомогою можна будь-яке число. При цьому цифра, яка стоїть у кінці запису числа (крайня справа), вказує, скільки в цьому числі одиниць. Цифра, яка стоїть передостанньою (друга справа), вказує, скільки в ньому десятків. Третя з кінця цифра — скільки в числі сотень, четверта — скільки тисяч, і так далі.

Наприклад, у числі 4257 сім одиниць, п'ять десятків, дві сотні і 4 тисячі. Тобто:

$$\begin{aligned}4257 &= 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 7 = \\ &= 4000 + 200 + 50 + 7.\end{aligned}$$

Аби не вживати громіздкі мовні конструкції, називаючи місця, які займають цифри в записі числа, ці місця для спрощення назвали **розрядами**. Отже, існують розряди одиниць, десятків, сотень, тисяч, десятків тисяч, сотень тисяч, мільйонів тощо. Наприклад, записане щойно число 4257 містить у розряді одиниць сім одиниць, у розряді десятків — п'ять одиниць, у розряді сотень — дві одиниці і в розряді тисяч — чотири одиниці. При цьому запис

$$4257 = 4000 + 200 + 50 + 7$$

називають **розкладом числа 4257 на розрядні доданки**, а числа 4000, 200, 50, 7 — **розрядними доданками**.

Якщо в якомусь розряді стоїть цифра 0, то це означає, що в числі немає відповідних **розрядних одиниць**. Наприклад, число

$$37\ 068 = 30\ 000 + 7000 + 60 + 8$$

не містить розрядного доданка сотень.

На відміну від записування, для читання або називання чисел їх розбивають не на розряди, а на **класи**. Якщо в розряді може бути щонайбільше 9 елементів, у класі їх може бути до 999. Розрізняють клас одиниць, клас тисяч, клас мільйонів і клас мільярдів. Існують ще більші класи — трильйони, квадрильйони, квінтільйони тощо, але в практиці їх використовують рідко.

Щоби прочитати багатоцифрове число, його запис розбивають справа наліво на групи — по три цифри в кожній групі (тільки остання зліва група може містити одну або дві цифри). Це й будуть класи. Кожен клас читають окремо як звичайне трицифрове число (або як двоцифрове чи одноцифрове число для крайнього зліва класу), але при цьому додають назву класу.

Наприклад, число

15 349 610

читають як п'ятнадцять мільйонів, триста сорок дев'ять тисяч шістсот десять, а число

945 230 814 478 —

як дев'ятсот сорок п'ять мільярдів, двісті тридцять мільйонів, вісімсот чотирнадцять тисяч чотириста сімдесят вісім.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ



Задача 1. Археологи в Єгипті знайшли золоту статую, маса якої 4 т 645 кг 329 г. Записати масу цієї статуї у грамах. Прочитати відповідне число.

Розв'язання. Для розв'язування цієї і багатьох наступних задач з навчальним і практичним змістом потрібно знати співвідношення між основними мірами маси:

$$1 \text{ т} = 10 \text{ ц} = 1000 \text{ кг}$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

$$1 \text{ г} = 1000 \text{ мг}$$

Оскільки

$$4 \text{ т} = 4 \cdot 1000 \text{ кг} = 4 \cdot 1000 \cdot 1000 \text{ г} = 4\,000\,000 \text{ г};$$

$$645 \text{ кг} = 645 \cdot 1000 \text{ г} = 645\,000 \text{ г},$$

$$\text{то } 4 \text{ т } 645 \text{ кг } 329 \text{ г} = 4\,000\,000 + 645\,000 + 329 = 4\,645\,329 \text{ (г)}.$$

Відповідь. Чотири мільйони шістсот сорок п'ять тисяч триста двадцять дев'ять грамів.

Задача 2. Фізики-експериментатори з'ясували, що протон, спрямований у прискорювачі назустріч іншому протону, повинен



Фізики тестують одну із секцій прискорювача елементарних частинок

пройти шлях 5 км 80 м 6 дм і 5 см. Для подальших розрахунків потрібно виразити цей шлях у сантиметрах. Знайти і назвати відповідний результат.

Розв'язання. Для розв'язування цієї та багатьох наступних задач нагадаємо співвідношення між основними мірами довжини:

$$\begin{aligned}1 \text{ км} &= 1000 \text{ м} \\1 \text{ м} &= 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} \\1 \text{ дм} &= 10 \text{ см} \\1 \text{ см} &= 10 \text{ мм}\end{aligned}$$

Оскільки

$$5 \text{ км} = 5 \cdot 1000 \text{ м} = 5 \cdot 1000 \cdot 100 \text{ см} = 500\,000 \text{ см};$$

$$80 \text{ м} = 80 \cdot 100 \text{ см} = 8000 \text{ см};$$

$$6 \text{ дм} = 6 \cdot 10 \text{ см} = 60 \text{ см},$$

$$\text{то } 5 \text{ км } 80 \text{ м } 6 \text{ дм } \text{ і } 5 \text{ см} = 500\,000 + 8000 + 60 + 5 = 508\,065 \text{ (см)}.$$

Відповідь. П'ятсот вісім тисяч шістьдесят п'ять сантиметрів.

ЗАВДАННЯ

1. (Усно). Прочитайте числа 1)–6). Назвіть розрядні доданки чисел:

- 1) 34 001; 3) 234 543; 5) 8 000 981;
2) 500 005; 4) 5 643 891; 6) 6 003 463.

2. (Усно). Обчисліть:

- 1) $35 + 89$; 3) $521 - 32$; 5) $324 - 47$;
2) $421 + 38$; 4) $51 \cdot 3$; 6) $37 \cdot 4$.

3. (Усно). Яку частину становлять 10 коп. від гривні?

4. (Усно). Яку частину становлять 50 грн від 100 грн?

5. Запишіть числа:

- 1) сто три тисячі сто десять;
2) сто двадцять тисяч вісімдесят шість;
3) чотириста тисяч триста сім;
4) вісімсот тисяч вісімдесят;
5) шістсот тисяч триста три.

6. Розкладіть числа на розрядні доданки:

- 1) 858; 3) 35 805; 5) 6 750 402.
2) 3027; 4) 527 897;

§ 2. ПИСЬМОВЕ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ БАГАТОЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ

Повторюємо теорію

Щоб додати письмово два багатоцифрові числа, тобто знайти їхню **суму**, **доданки** підписують один під одним так, щоб одиниці розміщувались під одиницями, десятки — під десятками, сотні — під сотнями тощо. Тоді підводять записане рискою і послідовно додають одноцифрові числа у кожному стовпчику, починаючи з найнижчого розряду. Якщо сума чисел у розряді одиниць є одноцифровим числом, то його просто записують під рискою у тому самому стовпчику. Якщо ж ця сума є двоцифровим числом, то під рискою записують кількість його одиниць, а кількість десятків додають (переносять) до доданків наступного, другого стовпчика, і так далі.

	5	8	7	5	6	8
+		9	5	7	2	1
<hr/>						
	6	8	3	2	8	9

Додамо, наприклад, числа 587 568 і 95 721.

Отже, $587\,568 + 95\,721 = 683\,289$.

Стрілками тут показано, з якого розряду і в який переносимо відповідні одиниці.

Щоб відняти письмово від одного багатоцифрового числа інше, тобто знайти їхню **різницю**, **від'ємник** підписують під **зменшуваним** так, щоб одиниці були під одиницями, десятки — під десятками, сотні — під сотнями тощо. Тоді підводять записане рискою і послідовно віднімають одне від одного числа у кожному стовпчику, починаючи з найнижчого розряду, а результат записують під рискою у тому самому стовпчику. Якщо ж у якомусь стовпчику число зменшуваного менше від числа від'ємника, тоді до нього долучають («беруть») одну одиницю з наступного розряду, тобто перетворюють її на 10 одиниць даного розряду.

	6	5	8	9	0	2
-		3	4	5	9	9
<hr/>						
	6	2	4	3	0	3

Знайдемо, наприклад, різницю чисел 658 902 і 34 599.

Отже, $658\,902 - 34\,599 = 624\,303$.

Стрілками тут показано, з якого розряду і до якого долучаємо («беремо») відповідну одиницю.

ЗАВДАННЯ**16.** (Усно). Розгляньте записи і поясніть хід обчислень:

$$\begin{array}{r} + 376 \\ + 414 \\ \hline 790 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 225 \\ + 384 \\ \hline 609 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 580 \\ - 327 \\ \hline 253 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 807 \\ - 423 \\ \hline 384 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 790 \\ - 414 \\ \hline 376 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 1000 \\ - 842 \\ \hline 158 \end{array}$$

17. (Усно). Обчисліть:

- | | |
|-------------------|------------------|
| 1) 4300 + 2600; | 5) 36 000 + 847; |
| 2) 37 000 + 5000; | 6) 24 000 + 148; |
| 3) 64 000 + 6300; | 7) 5470 + 130; |
| 4) 35 100 + 6720; | 8) 19 254 + 420. |

18. (Усно). Обчисліть зручним способом:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) 78 - (29 + 38); | 2) 83 - (14 + 33); |
| 3) 874 - (174 + 50); | 6) 432 - (75 + 32); |
| 4) 701 - (38 + 201); | 7) 894 - (294 + 250); |
| 5) 55 - (35 + 17); | 8) 488 - (804 - 388). |

19. Обчисліть:

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| 1) 437 216 + 36 713; | 4) 37 472 + 64 143 + 2784; |
| 2) 64 287 + 43 124; | 5) 65 103 + 49 867 + 3429; |
| 3) 43 478 + 78 746; | 6) 43 005 + 87 994 + 5001. |

20. Виконайте віднімання:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) 69 445 - 33 224; | 5) 40 033 - 27 967; |
| 2) 72 145 - 42 143; | 6) 43 425 - 23 427; |
| 3) 14 256 - 13 157; | 7) 40 004 - 1048; |
| 4) 74 241 - 12 245; | 8) 80 006 - 68 348. |

21. Перевірте, чи правильно виконані дії, і там, де є помилки, виправте їх.

1) $\begin{array}{r} + 420\ 520 \\ + 25\ 093 \\ \hline 394\ 527 \end{array}$	3) $\begin{array}{r} + 423\ 084 \\ + 88\ 657 \\ \hline 511\ 741 \end{array}$	5) $\begin{array}{r} + 83\ 456 \\ + 9\ 827 \\ \hline 92\ 273 \end{array}$
2) $\begin{array}{r} - 41\ 456 \\ - 8\ 641 \\ \hline 32\ 815 \end{array}$	4) $\begin{array}{r} - 41\ 240 \\ - 3\ 097 \\ \hline 38\ 153 \end{array}$	6) $\begin{array}{r} - 420\ 040 \\ - 25\ 093 \\ \hline 395\ 057 \end{array}$

22. Обчисліть:

- | | |
|----------------------|-------------------------------|
| 1) 23 570 + 820 571; | 3) 321 568 + 35 113 - 25 989; |
| 2) 835 671 - 56 891; | 4) 892 678 - 5345 + 10 005. |

23. Обчисліть:

- | | |
|----------------------|-------------------------------|
| 1) 35 825 + 300 999; | 3) 12 000 - 3499; |
| 2) 82 173 - 56 891; | 4) 500 998 - 45 009 + 23 409. |

24. Перевірте правильність рівності:

- 1) 527 341 - 39 672 = 487 669;

- 2) $71\ 689\ 564 - 69\ 324\ 786 = 2\ 364\ 718$;
 3) $6\ 400\ 561 - 598\ 341 = 5\ 802\ 220$;
 4) $60\ 000 - 2480 = 57\ 520$.

- 25.** Першого дня зібрали 127 000 кг картоплі, що на 32 000 кг менше, ніж другого дня, а третього дня — на 40 000 кг більше, ніж першого дня. Скільки всього кілограмів картоплі зібрали за три дні?
- 26.** Перевірте правильність розрахунків надходження і витрати грошей протягом чотирьох місяців.

Місяць	Надійшло, грн	Витрачено, грн	Залишок, грн
Січень	1248	1127	121
Лютий	2253	2158	95
Березень	1249	1159	90
Квітень	2252	2142	110
Разом	7002	6586	416

- 27.** Парашутист за першу секунду вільного падіння пролетів 4 м 9 дм, а за кожну наступну — на 9 м 8 дм більше, ніж за попередню секунду. Яку відстань пролетів парашутист за третю секунду вільного падіння?



- 28.** Пшеницею засіяли 165 га поля, житом — на 58 га менше, ніж пшеницею, а гречкою — на 85 га менше, ніж житом. Яку площу поля засіяли?
- 29.** Сумарний дохід сім'ї за січень становив 18 400 грн. Залишок вільних коштів на початок січня був 2200 грн. Витрати на комунальні послуги у цьому ж місяці наведені в таблиці. На продукти харчування сім'я витратила в січні 6055 грн.

Вид послуги	Вартість, грн
Опалення	1875
Газ та його транспортування	784
Електроенергія	178
Холодна вода	160
Гаряча вода	305

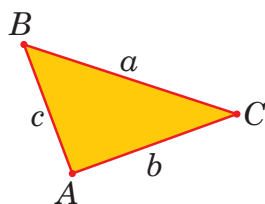
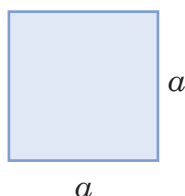
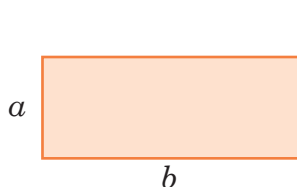
- Обчисліть загальну суму витрат за комунальні послуги в січні.
- Скільки грошей залишиться в сім'ї після оплати комунальних послуг?
- Яка сума грошей залишиться після оплати комунальних послуг і вартості продуктів харчування?

§ 3. ПЕРИМЕТР ФІГУР

Повторюємо теорію



Периметр прямокутника, квадрата або трикутника — це сума довжин усіх сторін фігури. Позначають периметр фігури буквою P .



Отже, якщо сторони прямокутника дорівнюють a і b , то його периметр

$$P = a + b + a + b = 2 \cdot (a + b).$$

Якщо сторона квадрата дорівнює a , то його периметр

$$P = a + a + a + a = 4 \cdot a.$$

Якщо сторони трикутника дорівнюють a , b і c , то його периметр

$$P = a + b + c.$$

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. На рис. 1 показано розмітку штрафного та воротарського майданчиків футбольного поля за стандартами Міжнародної федерації футболу (FIFA). Визначити, на скільки метрів периметр штрафного майданчика більший за периметр воротарського майданчика.

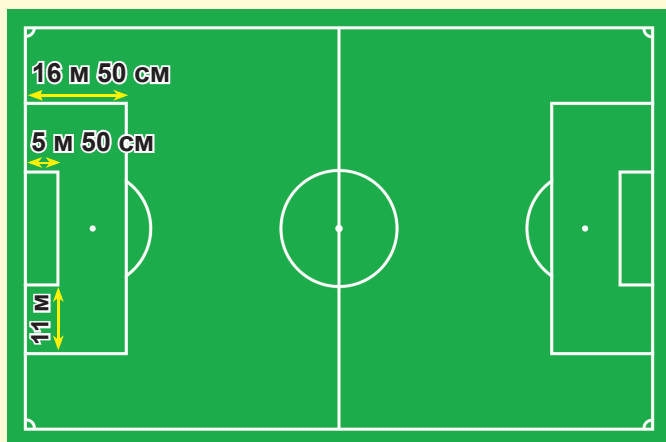


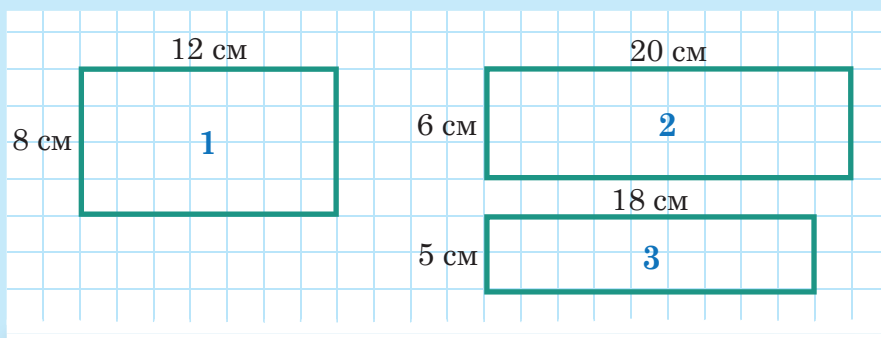
Рис. 1

Розв'язання. Як видно з рисунка, довжина штрафного майданчика більша за довжину воротарського майданчика на $2 \cdot 11$, тобто на 22 м. Ширина штрафного майданчика більша за ширину воротарського на $16 \text{ м } 50 \text{ см} - 5 \text{ м } 50 \text{ см}$, тобто на 11 м. Отже, периметр штрафного майданчика більший за периметр воротарського майданчика на $2 \cdot 22 + 2 \cdot 11$, тобто на 66 м.

Відповідь. На 66 м.

ЗАВДАННЯ

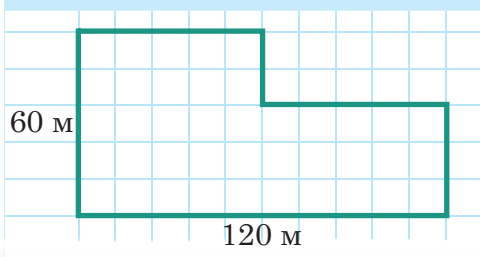
- 30.** На рисунку зображено три прямокутники (1–3) зі вказаними довжинами сусідніх сторін. Оцініть, який із них має найбільший периметр і знайдіть, на скільки сантиметрів він більший за найменший периметр.



- 31.** Сторона прямокутника становить 34 см, а сусідня з нею сторона дорівнює 53 см. Обчисліть периметр прямокутника.

- 32.** Ширина прямокутника дорівнює 65 см, а довжина — удвічі довша. Обчисліть периметр прямокутника.

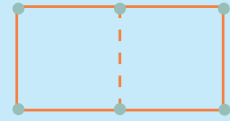
- 33.** Фермер вирішив посадити ряд яблунь по периметру свого господарства. Відстань між деревами має становити 3 м. План ділянки господарства фермера зображено на рисунку. На одному з відрізків ділянки, завдовжки 6 м, фермер не садитиме яблуні. Ціна одного саджанця становить 84 грн.



1. Скільки саджанців яблунь потрібно придбати фермерові?

2. Якщо продавець саджанців зробить фермеру (як гуртовому покупцю) знижку, яка дорівнює вартості 10 саджанців, то скільки грошей заплатить фермер за придбані саджанці?

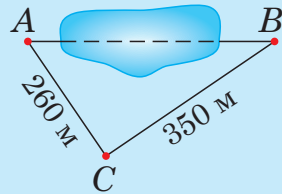
34. На чотири цвяхи наділи гумку, яка утворила квадрат із периметром 40 см. Цю ж гумку зняли з двох цвяхів і перечепили на два інші цвяхи так, що дві сторони утвореного прямокутника стали вдвічі довші, ніж сторона квадрата (див. рисунок). Знайдіть периметр прямокутника.



35. Довжина сторони рівностороннього трикутника дорівнює 12 см. Який периметр цього трикутника?

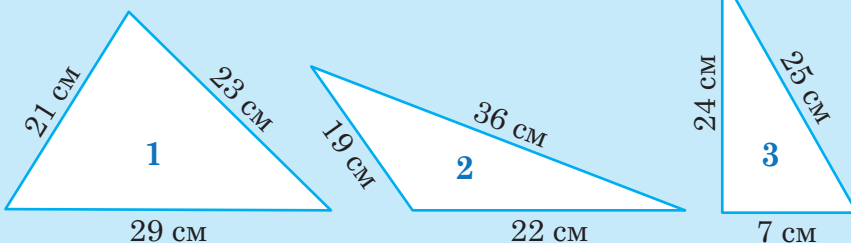
36. Одна зі сторін трикутника дорівнює 16 см. Друга його сторона становить половину від довжини першої сторони, а третя — на 4 см довша, ніж перша сторона. Обчисліть периметр трикутника.

37. Під час вимірювання відстаней на місцевості з'ясували, що відстань від точки A до точки C становить 260 м, а від точки B до точки C — 350 м (див. рисунок). Виміряти відстань від точки A до точки B заважає озеро. Відомо, що периметр трикутника ABC дорівнює 930 м. Знайдіть відстань AB .



38. Довжина першої сторони трикутника дорівнює 21 см, друга сторона становить $\frac{5}{7}$ від довжини першої сторони, а третя — $\frac{2}{3}$ від довжини другої сторони. Обчисліть периметр трикутника.

39. На рисунку зображено три трикутники (1–3) зі вказаними довжинами сторін. Порівняйте периметри цих трикутників. На скільки сантиметрів найбільший периметр більший за найменший периметр?



§ 4. ПИСЬМОВЕ МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ БАГАТОЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ НА ОДНОЦИФРОВІ

Повторюємо теорію

Щоб помножити письмово багатоцифрове число на одноцифрове, тобто знайти їхній **добуток**, одноцифровий **множник** підписують під розрядом одиниць багатоцифрового **множника**. Тоді підводять записане рискою і послідовно множать одноцифровий множник на кожний розряд багатоцифрового, починаючи з найнижчого розряду. Якщо при множенні найнижчого розряду отримують одноцифрове число, то його просто записують під рискою у тому самому стовпчику. Якщо ж це число є двоцифровим, то під рискою записують кількість його одиниць, а кількість десятків додають (переносять) до результату множення наступного розряду.

	3	4	0	7	7		
x	3	4	5	0	9	9	
					8		
	2	7	6	0	7	9	2

Помножимо, наприклад, число 345 099 на 8.

Отже, $345\,099 \cdot 8 = 2\,760\,792$.

Стрілками тут показано, з якого розряду і в який переносимо відповідні одиниці.

Щоб поділити багатоцифрове число на одноцифрове, тобто знайти їхню **частку**, **дільник** записують праворуч від **діленого**, розділяють їх вертикальною лінією і підводять під ними риску. Тоді одноцифрове або двоцифрове число, що утворене першими цифрами діленого, ділять з остачею на дільник. Неповну частку записують до шуканого результату, а до остачі приписують наступні цифри діленого, і так далі.

Якщо остання менша від дільника остача дорівнює нулю, то ділене **ділиться** на дільник. Якщо ж ні, то ділення можливе лише з **остачею**.

	4	7	5	5	
-	4	5		9	5
		2	5		
		2	5		
			0		

Поділимо, наприклад, число 475 на 5.

Отже, $475 : 5 = 95$.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Обчислити: $2 \text{ км } 25 \text{ м} \cdot 6$.

$$\begin{array}{r} \times 2025 \\ \hline 12150 \end{array}$$

Розв'язання. I спосіб. Оскільки $2 \text{ км} = 2000 \text{ м}$, то $2 \text{ км } 25 \text{ м} = 2025 \text{ м}$. Тоді знайдемо добуток чисел 2025 та 6 письмово.

Отже, $2025 \text{ м} \cdot 6 = 12150 \text{ м} = 12 \text{ км } 150 \text{ м}$.

II спосіб. Окремо помножимо 2 км на 6 і 25 м на 6:

$$2 \text{ км} \cdot 6 = 12 \text{ км}; 25 \text{ м} \cdot 6 = 150 \text{ м}.$$

Обчислимо суму знайдених добутоків:

$$12 \text{ км} + 150 \text{ м} = 12 \text{ км } 150 \text{ м}.$$

Відповідь. 12 км 150 м.

Приклад 2. Обчислити: $48 \text{ т } 7 \text{ ц } 60 \text{ кг} : 4$.

Розв'язання. I спосіб. Оскільки

$$48 \text{ т} = 48000 \text{ кг}, 7 \text{ ц} = 700 \text{ кг},$$

то $48 \text{ т } 7 \text{ ц } 60 \text{ кг} = 48760 \text{ кг}$.

Тоді знайдемо частку чисел 48760 та 4 письмово.

$$\text{Отже, } 48760 \text{ кг} : 4 = 12190 \text{ кг} = 12 \text{ т } 1 \text{ ц } 90 \text{ кг}.$$

II спосіб. Поділимо окремо 48 т на 4 і 7 ц 60 кг = 760 кг на 4, а тоді знайдемо суму отриманих часток:

$$48 \text{ т} : 4 = 12 \text{ т};$$

$$760 \text{ кг} : 4 = 190 \text{ кг} = 1 \text{ ц } 90 \text{ кг}.$$

Відповідь. 12 т 1 ц 90 кг.

$$\begin{array}{r} 48760 \overline{) 4} \\ \hline 12190 \\ \hline 8 \\ -8 \\ \hline 76 \\ -76 \\ \hline 0 \end{array}$$

ЗАВДАННЯ

- 40.** Обчисліть добутки 1)–4). Який із цих добутоків найбільший?
1) $2357 \cdot 4$; 3) $78956 \cdot 3$;
2) $150060 \cdot 6$; 4) $57778 \cdot 7$.
- 41.** Обчисліть частки 1)–4). Яка зі знайдених часток найбільша?
1) $6570 : 3$; 3) $99900 : 9$;
2) $3200 : 8$; 4) $67025 : 5$.
- 42.** Обчисліть:
1) $45781 \cdot 8$; 3) $73008 : 9$;
2) $82350 \cdot 5$; 4) $450932 : 2$.
- 43.** Обчисліть:
1) $300 \text{ м} \cdot 3$; 3) $250 \text{ м } 12 \text{ см} \cdot 5$;
2) $21 \text{ км } 20 \text{ м} \cdot 6$; 4) $6 \text{ км } 125 \text{ м } 8 \text{ дм} \cdot 6$.



44. Обчисліть:

1) $620 \text{ м} : 4$;

3) $1 \text{ км } 20 \text{ дм} : 4$;

2) $2 \text{ км } 350 \text{ м} : 5$;

4) $86 \text{ м } 4 \text{ дм } 2 \text{ см} : 2$.



45. Обчисліть:

1) $3 \text{ км } 100 \text{ м} \cdot 5$;

3) $270 \text{ м } 12 \text{ см} : 6$;

2) $81 \text{ м } 3 \text{ дм } 2 \text{ см} \cdot 4$;

4) $6 \text{ км } 8 \text{ дм } 8 \text{ см} : 4$.

46. Обчисліть значення числових виразів:

1) $3405 \cdot 3 + 567 \cdot 809$;

4) $70 \cdot 070 \cdot 8 - 9898$;

2) $90 \cdot 999 + 90 \cdot 010 \cdot 7$;

5) $23 \cdot 450 \cdot 7 + 8000 : 5$;

3) $500 \cdot 000 - 4569 \cdot 6$;

6) $93 \cdot 567 \cdot 3 - 3456 : 2$.

Значенню кожного виразу, залежно від номера, під яким він записаний, відповідає певна літера, а саме:

1	2	3	4	5	6
І	Я	Е	Ц	Ш	В

Розташуйте значення виразів у порядку зростання, тобто від найменшого до найбільшого, і тоді отримаєте назву однієї з країн Європи.



47. Фермер зібрав урожай ягід — полуниці та малини. Полуниць він зібрав 9 ц і 60 кг, а малини — утричі менше. Скільки всього кілограмів ягід зібрав фермер?

48. Хом'як Господарник спланував за тиждень заготовити 100 000 зернин пшениці. У понеділок він зібрав 1000 зернин, а кожного наступного дня кількість зібраних зернин збільшував удвічі порівняно з попереднім днем. Скільки зернин заготовив хом'як за шість робочих днів? Чи виконав він свій план із заготівлі 100 000 зернин?

49. Хом'як Господарник заготовив 345 060 зернин пшениці, а бабак Заможний — 456 600 зернин кукурудзи. Хом'як і бабак домовилися про обмін зерном на таких умовах: щодня хом'як дає бабакові 120 пшеничних зернин, а бабак хом'якові — 115 зернин кукурудзи. Скільки пшеничних і скільки кукурудзяних зернин матиме кожен із них через 7 днів? Заповніть таблицю.

Учасники обміну зернинами пшениці й кукурудзи	Кількість пшеничних зернин	Кількість кукурудзяних зернин
Хом'як		
Бабак		

§ 5. ПЛОЩА КВАДРАТА І ПРЯМОКУТНИКА

Повторюємо теорію

Площу фігури вимірюють, підраховуючи кількість одиничних квадратів, які вміщуються у цій фігурі. Одиничні квадрати — це квадрати зі сторонами 1 мм, 1 см, 1 дм, 1 м та 1 км. Ці міри називають відповідно *квадратним міліметром* (мм^2), *квадратним сантиметром* (см^2) тощо.

Часто площу фігури позначають літерою S (від англійського слова Square, що в перекладі означає «площа» або «квадрат»).

Якщо ми маємо, наприклад, квадрат зі стороною 4 см (рис. 2), то в ньому вміщується чотири ряди квадратиків зі стороною 1 см по чотири квадратики у кожному ряді. Усіх таких квадратиків буде $4 \cdot 4 = 16$. Отже, площа квадрата зі стороною 4 см дорівнює 16 см^2 .

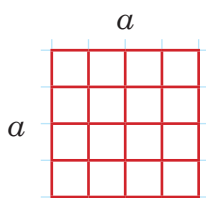


Рис. 2

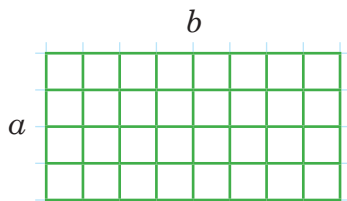


Рис. 3

У загальному випадку площа квадрата зі стороною a :

$$S = a \cdot a.$$

Аналогічно з'ясуємо, що площа прямокутника зі сторонами $a = 4 \text{ см}$, $b = 8 \text{ см}$ (рис. 3) дорівнює $4 \cdot 8 = 32 \text{ (см}^2\text{)}$.

У загальному випадку площа прямокутника зі сторонами a і b :

$$S = a \cdot b.$$

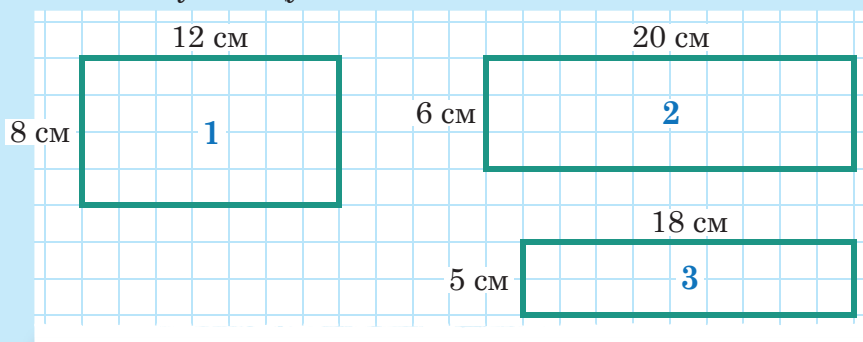
ЗАВДАННЯ

50. Ширина прямокутника 4 см, а площа — 48 см^2 . На скільки сантиметрів довжина цього прямокутника більша за його ширину?
51. Периметр прямокутника дорівнює 48 см, а одна з його сторін — 8 см. Обчисліть площу прямокутника.
52. Від прямокутника зі сторонами 6 см і 9 см відрізали квадрат зі стороною 5 см. Обчисліть площу фігури, що залишилася.

53. Яку найбільшу кількість квадратів зі стороною 5 см можна вирізати з прямокутного аркуша паперу, ширина якого 21 см, а довжина — 30 см?

54. Скількома квадратами із площею 36 см^2 можна заповнити прямокутник, довжини сторін якого становлять 18 см і 24 см? (Квадрати не можна накладати один на одного.)

55. На рисунку зображено три прямокутники (1–3) зі вказаними довжинами сусідніх сторін. Оцініть, який із них має найбільшу площу і на скільки квадратних сантиметрів вона більша за найменшу площу.



56. Територія підприємства, що виготовляє морозиво, має розміри, наведені на рис. 4.

1. Обчисліть довжину огорожі навколо підприємства.
2. Обчисліть площу, яку займає підприємство.

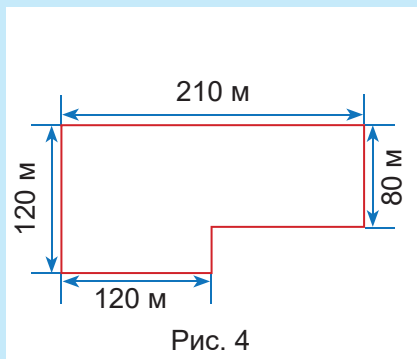


Рис. 4

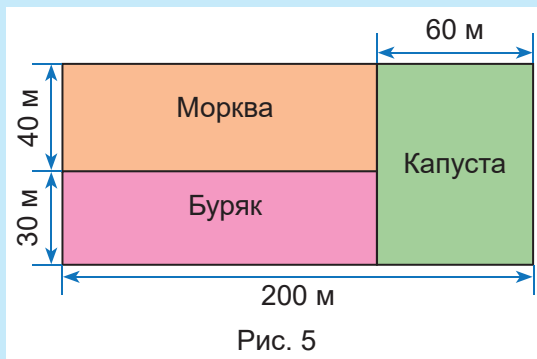


Рис. 5

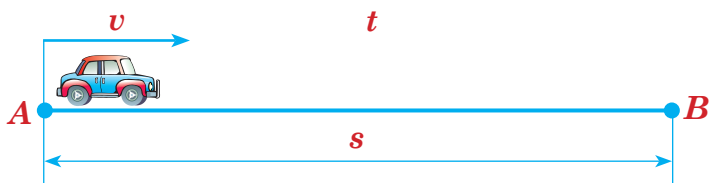
57. Науково-дослідний інститут має ділянку землі, на якій вирощує селекційні сорти моркви, буряка і капусти. Схема ділянки та її частин наведена на рис. 5.

1. Обчисліть площу всієї ділянки.
2. Обчисліть площу кожної частини, відведеної під моркву, буряк і капусту. З'ясуйте, площа якої частини найбільша.
3. Скільки кілограмів буряків зібрали селекціонери, якщо урожай буряків з 1 м^2 становить 9 кг?

§ 6. ШВИДКІСТЬ, ВІДСТАНЬ І ЧАС

Повторюємо теорію

Швидкість v показує, яку відстань s долає рухомий об'єкт (людина, тварина, машина, літак тощо) за одиницю часу t (годину, хвилину, секунду).



Щоб знайти швидкість, потрібно відстань поділити на час:

$$v = s : t.$$



Щоб знайти відстань, потрібно швидкість помножити на час:

$$s = v \cdot t.$$



Щоб знайти час, потрібно відстань поділити на швидкість:

$$t = s : v.$$

У практичних розрахунках відстані, швидкості і часу потрібно брати до уваги співвідношення між основними одиницями часу:

1 доба = 24 години

1 година = 60 хвилин

1 хвилина = 60 секунд

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. Відстань між українським портом Чорноморськ і болгарським портом Варна, що на Чорному морі, дорівнює 440 км. Із цих портів одночасно назустріч один одному вийшли теплохід і пором. Через 8 годин вони порівнялися. Яка швидкість теплохода, якщо пором рухався зі швидкістю 22 км/год?



Розв'язання. За 8 годин пором подолав відстань:

$$22 \cdot 8 = 176 \text{ (км)}.$$

Отже, теплохід за цей час пройшов відстань:

$$440 - 176 = 264 \text{ (км)}.$$

Тому його швидкість:

$$v = 264 : 8 = 33 \text{ (км/год)}.$$

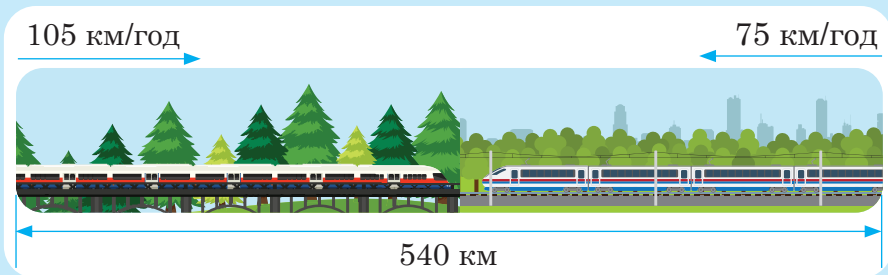
Відповідь. 33 км/год.

ЗАВДАННЯ

- 58.** Заповніть порожні клітинки таблиці, узявши до уваги наведені в кожному стовпчику дані про рух автомобіля.

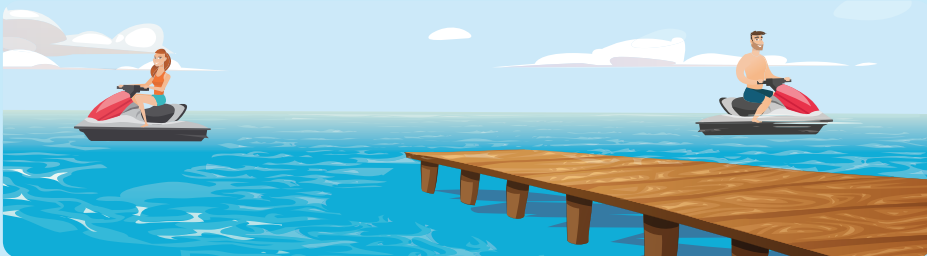
Шлях, км	210		360	180	
Швидкість руху, км/год		85	90		60
Час руху, год	3	4		3	5

- 59.** Відстань між містами Київ та Львів становить 540 км. Із цих міст одночасно назустріч один одному виїхали швидкісний та пасажирський поїзди із середніми швидкостями 105 км/год та 75 км/год відповідно. Через скільки годин від початку руху поїзди зустрінуться? (*Середні швидкості руху враховують зміни швидкостей на різних ділянках шляху та зупинки на станціях.*)



- 60.** Відстань між містами Київ та Харків становить 490 км. Із Києва до Харкова виїхав пасажирський поїзд, середня швидкість якого становить 80 км/год. Назустріч йому з Харкова до Києва вирушив вантажний поїзд із середньою швидкістю 75 км/год. Яка відстань буде між поїздами через 2 год від початку руху вантажного поїзда, якщо пасажирський поїзд відправився на годину раніше?

- 61.** Із міста в село виїхала велосипедистка зі швидкістю 11 км/год. Одночасно із села назустріч їй вийшов пішохід зі швидкістю 5 км/год. Яка відстань від міста до села, якщо через 30 хвилин руху вони зустрілися?
- 62.** Із двох міст, відстань між якими 450 км, назустріч один одному одночасно виїхали два автомобілі і зустрілися через 3 год від початку руху. З якою швидкістю рухався другий автомобіль, якщо швидкість першого автомобіля дорівнює 80 км/год?
- 63.** Відстань між містом та селищем становить 180 км. Вантажний автомобіль долає цю відстань за 3 год. За який час подолає цю відстань легковий автомобіль, якщо його швидкість на 30 км/год більша за швидкість вантажівки?
- 64.** Від пристані одночасно у протилежних напрямках вийшли два моторні скутери. Через 4 години відстань між ними була 380 км. Знайдіть швидкість другого скутера, якщо швидкість першого скутера 45 км/год.



- 65.** Учні та учениці 5-го класу на осінніх канікулах вирушили в туристичний похід Карпатами. Першого дня вони подолали 10 км за 5 год. Другого дня швидкість руху групи збільшилася на 1 км/год, і рухалися діти 6 год. Третього дня п'ятикласники та п'ятикласниці пройшли шлях, що становить половину від відстані, яку вони подолали першого і другого дня разом. Яку відстань пройшли діти 5-го класу за три дні походу?



§ 7. БУКВЕНІ ПОЗНАЧЕННЯ ЧИСЕЛ. ФОРМУЛИ, ТОТОЖНОСТІ І РІВНЯННЯ

Повторюємо теорію

Дуже часто числа позначають буквами. Так роблять, наприклад, для короткого запису способів обчислення периметрів і площ фігур, для визначення пройденого шляху за сталої швидкості тощо. Такі записи називають **формулами**. Ви вже знаєте деякі формули:

$$P = 2(a + b), \quad S = a \cdot a, \quad s = v \cdot t.$$

За допомогою букв також коротко записують загальні властивості дій із числами, наприклад, переставну і сполучну властивості додавання:

$$a + b = b + a; \quad a + (b + c) = (a + b) + c.$$

Ці й інші подібні записи називають **тотожностями**. Вони є правильними числовими рівностями за будь-яких значень букв, що їх складають.

А ще в математиці існують записані за допомогою букв рівності, які можуть бути правильними лише за деяких значень цих букв. Такі рівності називають **рівняннями**.



Отже, рівняння — це рівність, яка містить невідоме число, позначене буквою.

Значення невідомого, за якого рівняння перетворюється на правильну числову рівність, називають **коренем рівняння**.

Наприклад, коренем рівняння $x + 6 = 10$ є число 4, бо коли ми підставимо це число замість невідомого x , отримаємо правильну числову рівність: $4 + 6 = 10$.

Рівняння може мати й не один корінь. Наприклад, у рівняння $x + 14 : x = 9$ два корені — 2 і 7, оскільки за обох цих значень числові рівності будуть правильними: $2 + 14 : 2 = 9$ і $7 + 14 : 7 = 9$.

Але трапляється й так, що рівняння не має коренів. Наприклад, рівняння $4 + x = 3$ не має жодного кореня, бо яке число не додавали б до числа 4 (навіть найменше число 0), завжди матимемо результат, більший за 3.

Розв'язати рівняння — означає знайти всі його корені або обґрунтувати, що коренів немає.

У найпростіших випадках для розв'язування рівнянь користуються правилами знаходження невідомих компонентів дій додавання, віднімання, множення і ділення. Таких правил шість — по одному для дій додавання і множення та по два для дій віднімання і ділення. Ці правила вам добре відомі. Перші два з них такі.



Щоб знайти невідомий доданок, потрібно від суми відняти відомий доданок.

Наприклад, щоб знайти невідомий доданок a в записі дії додавання:

$$a + 23 = 75,$$

потрібно від суми 75 відняти відомий доданок 23.

Тобто $a = 75 - 23 = 52$.

І справді, $52 + 23 = 75$.



Щоб знайти невідомий множник, потрібно добуток поділити на відомий множник.

Наприклад, щоб знайти невідомий множник b в записі дії множення:

$$7 \cdot b = 98,$$

потрібно добуток 98 поділити на відомий множник 7.

Тобто $b = 98 : 7 = 14$.

І справді, $7 \cdot 14 = 98$.

Правила знаходження компонентів дії віднімання такі.



Нехай $x - a = b$. Щоб знайти невідоме зменшуване x , потрібно до різниці b додати від'ємник a , тобто $x = b + a$.



Нехай $m - x = n$. Щоб знайти невідомий від'ємник x , потрібно від зменшуваного m відняти різницю n , тобто $x = m - n$.

А це — правила знаходження компонентів дії ділення.



Нехай $x : a = b$. Щоб знайти невідоме ділене x , потрібно частку b помножити на дільник a , тобто $x = b \cdot a$.



Нехай $m : x = n$. Щоб знайти невідомий дільник x , потрібно ділене m поділити на частку n , тобто $x = m : n$.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Розв'язати рівняння $(2456 + x) \cdot 6 = 67\,506$.

Розв'язання. Вираз у дужках можна розглядати як множник у дії множення. Тому

$$2456 + x = 67\,506 : 6;$$

$$2456 + x = 11\,251.$$

Тепер невідоме x можна розглядати як невідомий доданок у дії додавання. Тому

$$x = 11\,251 - 2456;$$

$$x = 8795.$$

Відповідь. 8795.

Приклад 2. Розв'язати рівняння $(x - 3450) : 5 = 234$.

Розв'язання. Вираз у дужках можна розглядати як ділене у дії ділення, тому

$$x - 3450 = 234 \cdot 5;$$

$$x - 3450 = 1170.$$

Тепер невідоме x можна розглядати як невідоме зменшуване у дії віднімання, тому

$$x = 1170 + 3450;$$

$$x = 4620.$$

Відповідь. 4620.

Задача. На двох складах зберігається 5640 т вугілля. Відомо, що на першому складі на 284 т вугілля більше, ніж на другому. Скільки тонн вугілля зберігається на кожному складі?

Розв'язання. Нехай на другому складі зберігається x тонн вугілля.

Тоді на першому складі його $x + 284$ тонн, а на обох разом — $x + x + 284$, тобто $2x + 284$ тонн. Оскільки відомо, що це дорівнює 5640 тонн, то маємо рівняння:

$$2x + 284 = 5640.$$

Розглядаючи вираз $2x$ як невідомий доданок, знаходимо:

$$2x = 5640 - 284;$$

$$2x = 5356;$$

$$x = 2678.$$

Отже, на другому складі 2678 тонн вугілля, а на першому $2678 + 284 = 2962$ тонни.

Відповідь. 2962 т; 2678 т.



ЗАВДАННЯ

66. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x + 1245 = 5005$; 4) $(y + 7895) + 5431 = 898\,971$;
2) $23\,578 + b = 4\,453\,213$; 5) $4567 + (1234 + a) = 254\,609$.
3) $78\,921 + y = 593\,456$;

67. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x - 345 = 2345$; 3) $7890 - (6754 - x) = 6007$;
2) $x - 6780 = 90\,860$; 4) $(y + 5001) - 45\,098 = 10\,001$.

 **68.** Розв'яжіть рівняння:


- 1) $5678 - x = 1235$; 3) $7890 + (456\,709 + x) = 567\,800$;
2) $78\,654 - b = 56\,709$; 4) $25\,678 - (x - 4567) = 2345$.

69. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x + 89\,654 = 578\,910$; 4) $(y - 3751) + 89\,567 = 213\,457$;
2) $y - 45\,678 = 876\,023$; 5) $87\,956 - (x + 3578) = 4567$.
3) $90\,000 - y = 50\,006$;

70. Якщо $a = 2356$, то $31\,278 + a = \dots$

71. Якщо $b = 8573$, то $3\,456\,781 - b = \dots$

 **72.** Якщо $a = 23\,578$ і $b = 45\,159$, то $a + b = \dots$

73. Знайдіть значення буквених виразів:

- 1) $a + 12\,345$, якщо $a = 31\,765$;
2) $b - 7657$, якщо $b = 895\,716$;
3) $x + 34\,534$, якщо $x = 236\,545$;
4) $a - b$, якщо $a = 674\,581$, $b = 35\,891$.

 **74.** Знайдіть значення буквених виразів:

- 1) $345\,675 - y$, якщо $y = 9989$;
2) $x + y$, якщо $x = 9876$, $y = 569\,809$;
3) $x - 458\,097$, якщо $x = 8\,056\,572$;
4) $a - b$, якщо $a = 875\,061$, $b = 85\,629$.

75. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $3 \cdot x = 8352$; 3) $(x + 2345) \cdot 6 = 63\,000$;
2) $x \cdot 9 = 25\,092$; 4) $(x - 1010) \cdot 8 = 3648$.

76. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x : 3 = 45\,671$; 3) $6543 : y = 9$;
2) $x : 5 = 82\,061$; 4) $475\,312 : x = 4$.

 **77.** Розв'яжіть рівняння:

- 1) $5 \cdot y = 45\,605$; 4) $7 \cdot (x - 505) = 3164$;
2) $x : 6 = 100\,987$; 5) $(x + 235) \cdot 9 = 10\,071$;
3) $730\,455 : a = 5$; 6) $(x - 559) : 10 = 456$.

78. Якщо $a = 8888$ і $b = 39\,999$, то $a : 4 + b = \dots$.

79. Якщо $a = 2002$ і $b = 8080$, то $a + b \cdot 3 = \dots$.

80. Якщо $a = 16\,588$ і $b = 20\,054$, то $(a + b) : 3 = \dots$.

81. Якщо $x = 5382$, то $(x - x : 9) : 4 = \dots$.

82. Якщо $a = 57\,002$, то $2 \cdot a - 4527 : 9 = \dots$.

83. Обчисліть значення буквених виразів:

1) $(a - b) : 4$, якщо $a = 567$, $b = 287$;

2) $m : 7 - n$, якщо $m = 2156$, $n = 299$;

3) $a + 6 \cdot c - 9999$, якщо $a = 8765$, $c = 2005$;

4) $k \cdot 9 - n : 2$, якщо $k = 1370$, $n = 4878$.

84. Розв'яжіть за допомогою рівнянь.

1. Якщо невідоме число поділити на 5 і результат зменшити на 450, то вийде 50. Знайдіть невідоме число.

2. Різницю числа 60 і невідомого числа зменшили у 8 разів й отримали 5. Знайдіть невідоме число.

3. У двох п'ятих класах навчаються 49 учнів та учениць, до того ж в одному з них на 3 особи менше, ніж в іншому. Скільки дітей навчається в кожному класі?

4. Дріт завдовжки 420 м потрібно розрізати на три частини так, щоб друга частина була втричі довша за першу, а третя — в чотири рази довша за першу. Якими мають бути довжини цих частин?

5. На одну шальку терезів поклали дві хлібини, а на іншу для рівноваги — половину хлібини і гирю масою 3 кг. Яка маса однієї хлібини?

85. П р а к т и ч н е з а в д а н н я. Розпочніть власний інтелектуальний проект «Магія чисел» (назву можете придумати свою). Упродовж року укладайте збірник із задач, які ви придумали самі. Обговорюйте свої задачі з однокласниками й однокласницями, батьками, рідними, вчителями та вчительками. Організуйте конкурс у групах, між класами, розміщуйте задачі на сайті вашої школи, створіть сторінку в соціальній мережі. Творіть!



Щоб додати два дроби з однаковими знаменниками, потрібно додати їхні чисельники, а знаменник залишити той самий.

Наприклад, $\frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8}$ (рис. 7). Коротко це правило записують у вигляді рівності:

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}.$$

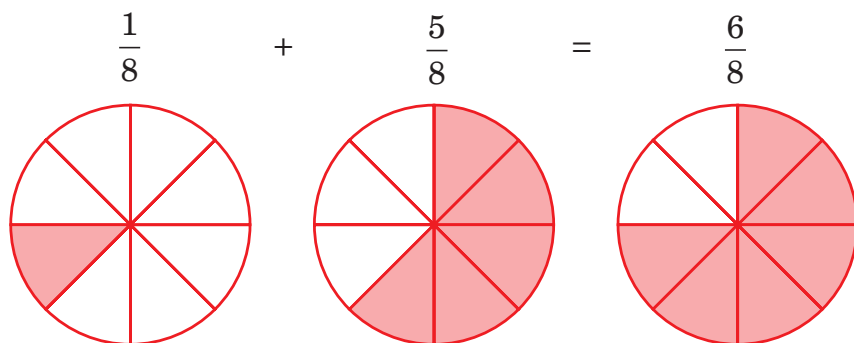


Рис. 7



Щоби від більшого дроби відняти менший дріб із тим самим знаменником, потрібно знайти різницю їхніх чисельників, залишивши той самий знаменник.

Наприклад, $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8}$ (рис. 8). Коротко це правило записують у вигляді рівності:

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

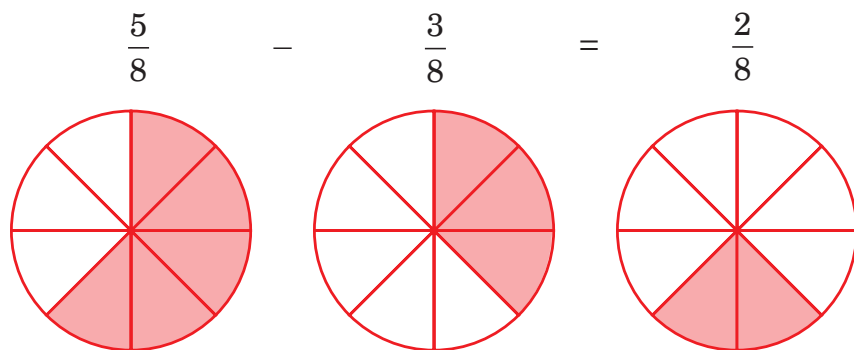


Рис. 8

3. Дроби і мішані числа

Розглядаючи дроби, представлені за допомогою секторів круга, можна переконатися, що дріб, чисельник якого дорівнює знаменнику, наприклад, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$ або $\frac{7}{7}$ (рис. 9), зображують цілим кругом, тобто такий дріб дорівнює цілому числу 1: $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{7}{7} = \dots = 1$. Зрозуміло, що й $\frac{1}{1} = 1$.

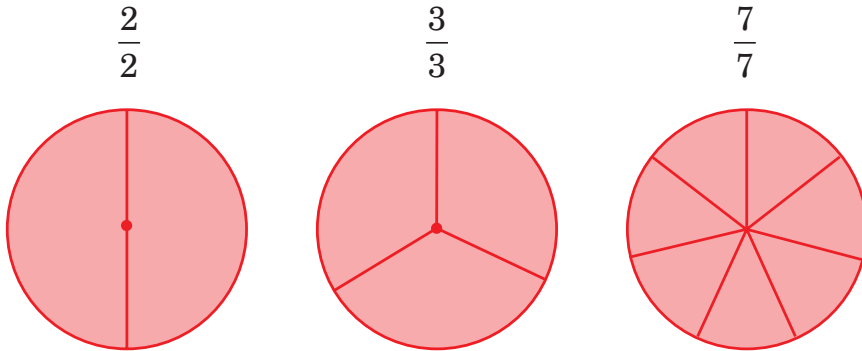


Рис. 9

Якщо ж чисельник буде у 2 або в 3 рази більшим за знаменник, як, наприклад, у дробах $\frac{4}{2}$ або $\frac{9}{3}$, то такі дроби доведеться зображувати уже двома або трьома кругами (рис. 10), тобто вони дорівнюватимуть числам 2 і 3. Числу 4 відповідатимуть 4 круги, і так далі.

Виходить, що будь-яке ціле число можна представити й дробовим числом. Наприклад,

$$2 = \frac{6}{3} = \frac{8}{4}; \quad 3 = \frac{6}{2} = \frac{9}{3}; \quad 5 = \frac{10}{2} = \frac{15}{3}.$$

Якщо ж чисельник дробу більший за знаменник, але не кратний йому, то, поділивши чисельник на знаменник з остачею, ми отримаємо *мішане* число, яке містить цілу і дробову частини. Цілу частину представлятиме неповна частка, а чисельник дробової частини — остача.

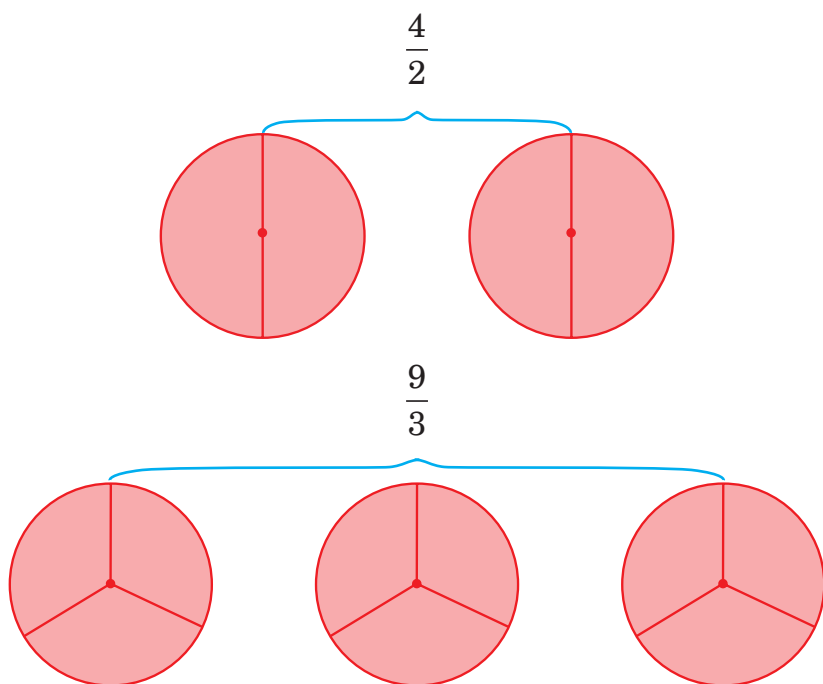


Рис. 10

Наприклад,

$$\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3},$$

оскільки в результаті ділення 7 на 3 отримуємо неповну частку 2 і остачу 1.

І навпаки: будь-яке мішане число можна виразити дробовим числом. Для цього до чисельника дробової частини додають добуток знаменника й цілої частини і залишають той самий знаменник. Наприклад,

$$2\frac{1}{3} = \frac{1 + 3 \cdot 2}{3} = \frac{7}{3}.$$

4. Правильні та неправильні дроби

Залежно від співвідношення між чисельником і знаменником розрізняють правильні та неправильні дроби.

Правильними називають дроби, в яких чисельник менший від знаменника. Такими є, наприклад, дроби $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$. Всі інші дроби, тобто в яких чисельник більший за знаменник або дорівнює йому,

називають **неправильними**. Неправильними є, наприклад, дроби $\frac{4}{3}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{35}{7}$ тощо. Неправильний дріб можна перетворити на ціле або на мішане число. Звідси й така «дивна», на перший погляд, назва. Однак важливо пам'ятати: **дробова частина мішаного числа повинна бути правильним дробом**.

5. Додавання та віднімання мішаних чисел

Із мішаними числами теж можна виконувати дії додавання та віднімання.



Щоб додати два мішані числа з однаковими знаменниками, потрібно окремо додати цілі та дробові частини, а тоді знайти їхню суму.

Наприклад,

$$3\frac{1}{8} + 2\frac{5}{8} = (3 + 2) + \left(\frac{1}{8} + \frac{5}{8}\right) = 5\frac{6}{8}.$$



Щоб відняти два мішані числа з однаковими знаменниками, потрібно окремо відняти цілі та дробові частини, а тоді знайти суму цих різниць.

Однак це правило можна застосувати не завжди, а тільки в тому разі, коли чисельник дробової частини зменшуваного більший за чисельник дробової частини від'ємника або дорівнює йому. Наприклад:

$$9\frac{7}{8} - 3\frac{4}{8} = (9 - 3) + \left(\frac{7}{8} - \frac{4}{8}\right) = 6\frac{3}{8};$$
$$9\frac{6}{8} - 2\frac{6}{8} = (9 - 2) + \left(\frac{6}{8} - \frac{6}{8}\right) = 7.$$

В інших випадках потрібно перетворити мішані числа на дроби й виконувати віднімання дробів за відповідним правилом. Після цього, якщо знайдена різниця буде неправильним дробом, її можна записати у вигляді мішаного числа. Наприклад,

$$8\frac{4}{9} - 3\frac{7}{9} = \frac{76}{9} - \frac{34}{9} = \frac{42}{9} = 4\frac{6}{9}.$$

Повторюємо теорію

6. Знаходження дробу від числа та числа за його дробом

Бувають такі практичні задачі, коли потрібно виразити певну дробову частину від цілого числа. Відповідно до визначення дробу, для цього користуються таким правилом.



Щоб знайти дріб від числа, потрібно це число поділити на знаменник дробу, а отриману частку помножити на чисельник.

Справді, діленням на знаменник ми визначаємо величину кожної частини, на які ділиться число, а множенням на чисельник — сумарну величину тих частин, які беруться від цілого.

Нехай, наприклад, потрібно виразити дріб $\frac{5}{7}$ від 42. Відповідно до наведеного правила, виконуємо ділення числа 42 на знаменник 7 і частку множимо на чисельник 5: $42 : 7 = 6$; $6 \cdot 5 = 30$. Отже, шукане число дорівнює 30.

Може виникнути й обернене завдання (як, наприклад, у поданій нижче задачі про обсмаження кавових зерен): знайти число за відомим значенням його дробу.

Нехай, наприклад, потрібно знайти число (позначимо його x), $\frac{4}{5}$ від якого дорівнюють 36. Тоді за правилом знаходження дробу від числа, маємо рівняння: $x : 5 \cdot 4 = 36$. Якщо в цьому рівнянні вираз $x : 5$ вважати невідомим множником, то $x : 5 = 36 : 4$. Тоді $x = 36 : 4 \cdot 5 = 45$.



Отже, щоб знайти число за його дробом (тобто за відомим значенням його дробу), потрібно це значення поділити на чисельник і помножити на знаменник дробу.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ



Задача. Під час обсмаження кавових зерен втрачається $\frac{1}{4}$ їхньої маси. Скільки кілограмів сирих кавових зерен потрібно взяти, щоб після обсмаження отримати масу 12 кг?

Розв'язання. Якщо під час обсмаження кави $\frac{1}{4}$ її маси втрачається, то $\frac{3}{4}$ залишається. Отже, ці $\frac{3}{4}$ мають становити 12 кг. Тому шукану масу сирих зерен можна знайти як число за його дробом. Відповідно до правила, $12 : 3 \cdot 4 = 16$ (кг).

Відповідь. 16 кг.

ЗАВДАННЯ

- 86.** (Усно). Яку частину становлять 100 г від 1 кг?
- 87.** Якщо купити 300 г цукерок «Ромашка», 250 г цукерок «Прометей» і 150 г цукерок «Метеорит», то яку частину від 1 кг становитиме маса усіх куплених цукерок?
- 88.** (Усно). Яку частину від круга становить зафарбована частина (рис. 11)?
- 89.** (Усно). Яку частину від прямокутника становить зафарбована частина (рис. 12)?

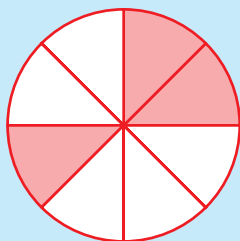


Рис. 11

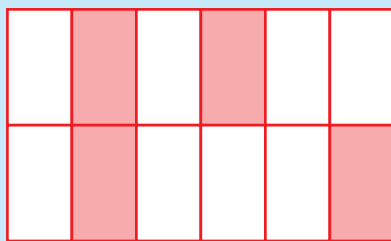


Рис. 12

- 90.** Обчисліть:

1) $\frac{1}{6} + \frac{4}{6}$;

3) $\frac{10}{11} - \frac{8}{11}$;

5) $2\frac{3}{10} + 4\frac{2}{10}$;

2) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$;

4) $\frac{12}{15} - \frac{10}{15}$;

6) $8\frac{7}{9} - 2\frac{2}{9}$.

- 91.** (Усно). Знайдіть:

1) $\frac{1}{2}$ від 60;

2) $\frac{1}{4}$ від 24;

3) $\frac{1}{10}$ від 60;

4) $\frac{1}{7}$ від 28.

- 92.** Обчисліть:

1) $2\frac{5}{7} - 1\frac{3}{7} + 3$;

2) $10\frac{11}{13} - 7\frac{11}{13} + \frac{3}{13}$.


93. Обчисліть:

1) $4\frac{1}{8} - 2\frac{5}{8}$;

3) $8\frac{2}{15} - 5\frac{8}{15}$;

2) $12\frac{3}{10} - 10\frac{7}{10}$;

4) $9\frac{4}{17} - 8\frac{9}{17}$.

 **94.** Обчисліть:

1) $7\frac{2}{5} + 3\frac{2}{5}$;

3) $11\frac{10}{18} - 7\frac{7}{18}$;

5) $7\frac{9}{19} - 5\frac{3}{19}$.

2) $3\frac{7}{9} + 4\frac{2}{9} + 5$;

4) $14\frac{9}{10} - 12\frac{3}{10}$;

95. Знайдіть:

1) $\frac{2}{3}$ від 30 хв;

3) $\frac{5}{7}$ від 49 хв 21 с;

5) $\frac{7}{8}$ від 48 хв 16 с.

2) $\frac{2}{5}$ від 25 год;

4) $\frac{4}{5}$ від 35 с;

96. Знайдіть:

1) число, $\frac{2}{5}$ якого становлять 12;

2) число, $\frac{3}{7}$ якого становлять 18;

3) число, $\frac{5}{6}$ якого становлять 45;

4) число, $\frac{4}{9}$ якого становлять 32.

 **97.** Знайдіть:

1) $\frac{5}{6}$ від 36;

3) число, $\frac{5}{9}$ якого становлять 35;

2) $\frac{5}{9}$ від 72;

4) число, $\frac{7}{10}$ якого становлять 35.

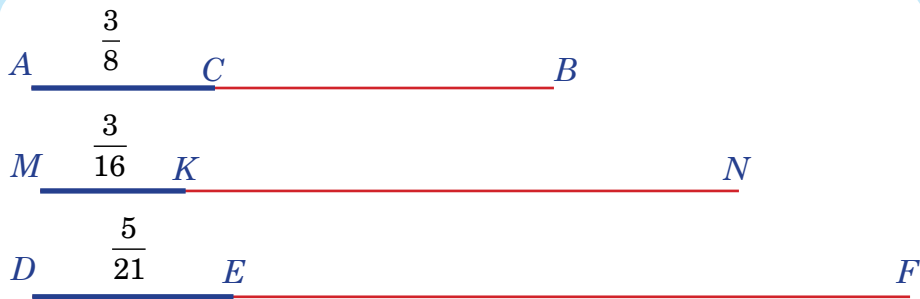
98. Порівняйте числа a і b :

1) якщо число a становить $\frac{3}{7}$ від 49, а число b дорівнює $\frac{2}{3}$ від 33;

2) якщо число a становить $\frac{5}{8}$ від 40, а число b дорівнює $\frac{4}{5}$ від 40.

99. Число a становить $\frac{3}{4}$ від 20 м 40 см, число b становить $\frac{4}{5}$ від 30 м 25 см, а число c дорівнює $\frac{5}{6}$ від 36 м 12 см. Знайдіть величини, що відповідають числам a , b і c , та розташуйте їх у порядку спадання.

100. На рисунку відрізками показано три ділянки доріг: AB завдовжки 480 м, MN завдовжки 640 м, DF довжиною 840 м. За робочий тиждень перша бригада шляхобудівників відремонтувала $\frac{3}{8}$ від довжини ділянки AB , друга бригада — $\frac{3}{16}$ від довжини ділянки MN , а третя бригада — $\frac{5}{21}$ від довжини ділянки DF .



1. Яка із цих бригад працювала найпродуктивніше?
2. Скільки метрів дороги відремонтували три бригади шляхобудівників разом за робочий тиждень?
- 3*. Скільки метрів дороги відремонтували три бригади шляхобудівників разом за один робочий день, якщо робочий тиждень п'ятиденний?

101. У Китаї в провінції Хунань поміж двома пагорбами побудовано скляний міст Чжанцзяцзе завдовжки 430 метрів та завширшки 6 метрів. Висота моста над найглибшою точкою каньйону становить 300 м. Одночасно на мосту можуть перебувати 800 людей. (Вважати, що середня маса однієї дорослої людини 80 кг.)



1. Яка площа усіх скляних панелей, що покривають міст?
2. Яку частину становить ширина моста від його висоти?
3. Якої максимальної вантажності автомобіль може рухатися по цьому мосту?

102.

Заець Вухатий зібрав 20 ц 40 кг капусти.

$\frac{1}{10}$ від зібраного врожаю він віддав сусі-

дам. Скільки кілограмів капусти залишилось у Вухатого?



103.

Фермер зібрав 1 т 2 ц 30 кг полуниць та

980 кг малини. $\frac{2}{3}$ усіх зібраних полу-

ниць і $\frac{3}{5}$ від зібраного врожаю малини фермер реалізував

на ринках міста. Полуниці й малину, що залишилися після продажу на ринках, фермер відправив на плодоовочеву фабрику.

1. Скільки кілограмів полуниць продав фермер на ринку?
2. Скільки кілограмів малини продав фермер на ринку?
3. Скільки кілограмів ягід разом фермер відправив на плодоовочеву фабрику?

104.

Площа $\frac{1}{4}$ частини земельної ділянки зайця Вухатого стано-

вить 15 м².

1. Яка площа всієї ділянки Вухатого?

2. Якщо Вухатий придбає ще одну ділянку, що становить $\frac{1}{3}$

від площі його земельної ділянки, то яка буде загальна площа господарства Вухатого?

105.

У середньому людина спить $\frac{1}{3}$ доби.

1. Скільки годин у середньому спатиме людина в січні?
2. Виразіть це число у хвилинах; секундах.
3. Скільки днів у середньому спатиме людина в січні?



106. Швидкісний катер за годину подолав $\frac{3}{8}$ усієї відстані між

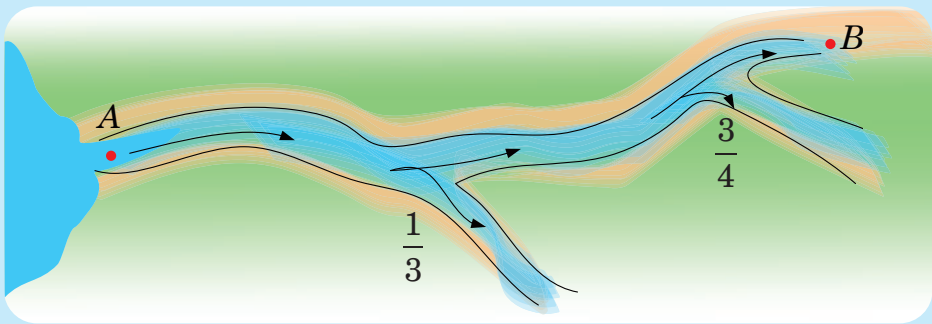
двома пристанями. Яка відстань між пристанями, якщо середня швидкість катера становить 45 км/год?

107. Найшвидший поїзд на магнітній подушці (магнітоплан), створений у Японії, розвиває максимальну швидкість 603 км/год, а швидкісний поїзд маглев (від англійського magnetic levitation), створений у Китаї, розвиває максимальну швидкість 501 км/год. До першої зупинки магнітоплан

рухається $\frac{4}{9}$ від двох годин, а маглев — $\frac{1}{3}$ від двох годин.

1. Які відстані подолають магнітоплан і маглев до першої зупинки?
2. На скільки кілометрів більшу відстань подолає до першої зупинки один поїзд, ніж інший?

108*. Річка, що витікає з озера, бере свій початок у точці *A* (див. рисунок). У цій точці щосекунди протікає 12 000 літрів води. Русло річки розділяється надвое. Перше русло пропускає $\frac{1}{3}$ кількості всієї води, а друге — решту. Пізніше друге русло знову розгалужується надвое: одне з його відгалужень забирає $\frac{3}{4}$ води, а інше — решту. Скільки літрів води протікає щосекунди в точці *B*?





§ 9. Урок-практикум «Осло-фіорд»

Задача 1. В Осло-фіорді (Норвегія) діє найбільший електричний пором у світі. Довжина порому становить 139 м 20 см, а ширина — у 6 разів менша. Знайдіть ширину порому. *(Для обчислення ширини порому перетворіть 139 м 20 см у сантиметри.)*



Задача 2. Протягом доби пором виконує 24 рейси. За кожен рейс він може перевезти 600 осіб. Яку максимальну кількість людей може перевезти пором за січень?

Задача 3. На першому рейсі порому однією з пасажирок була норвезька королева Соня Гаральдсен та учні й учениці шкіл міста Осло разом з учителями та вчительками — всього 586 осіб. Кожен із учителів відповідав за 14 дітей. Скільки всього дорослих перевіз пором за свій перший рейс?



Задача 4. Пором відправився від одного берега о 9 годині 56 хвилин 14 секунд і пришвартувався до протилежного берега о 10 годині 29 хвилин 3 секунди. Увесь цей час учителі та вчительки проводили з дітьми імпровізований урок, на якому розповідали про користь «зелених технологій». Королева відвідувала «класи» й спостерігала за ходом уроку. Скільки часу тривав цей незвичний урок?



Задача 5. Одночасно з відправленням порому батьки декотрих дітей виїхали на автомобілях дорогою навколо фіорду (див. карту).

1. Виміряйте ниткою довжину дороги й визначте, яка відстань від Хортена до Мосса.
2. Визначте відстань, яку пройде пором. (Зверніть увагу на масштаб карти.)
3. У скільки разів шлях, пройдений поромом, менший від відстані, яку потрібно подолати автомобілем?



Задача 6. Серед пасажирів порому була учениця родом з України. Її батьки подолали фіорд наступним рейсом. Ціна кожного квитка становила 38 крон 50 ере. Скільки грошей заплатили батьки за рейс у гривнях, якщо курс валют на момент подорожі був такий: 1 крона дорівнювала 3 гривні 10 копійок?

Задача 7. Перетворіть одні грошові одиниці в інші 1) – 6), тобто, гривні в крони або навпаки. Використайте курс валют, наведений у попередній задачі:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) 6 грн 20 коп.; | 4) 3 крони 10 ере; |
| 2) 1 крона 10 ере; | 5) 90 ере; |
| 3) 15 грн 50 коп.; | 6) 9 грн 30 коп. |



Кожному запису, залежно від номера, відповідає певна літера, а саме:

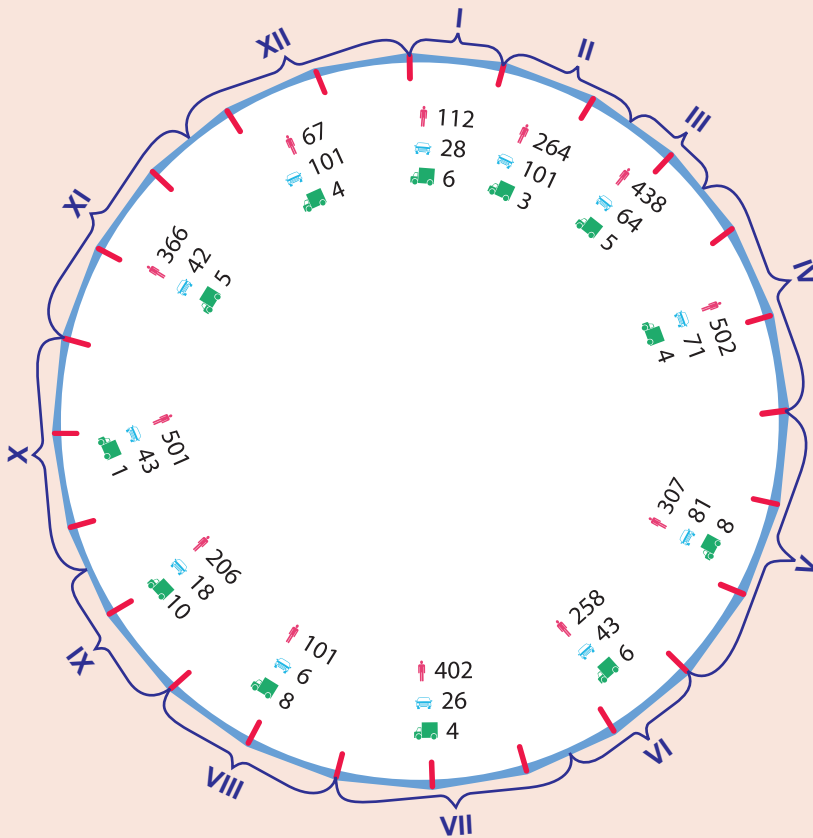
1	2	3	4	5	6
З	О	К	А	А	Т

Розташуйте величини у порядку зростання й отримаєте слово. Що воно означає?

Задача 8. Пором одночасно може перевозити 200 легкових автомобілів або 25 вантажних. Для одного з рейсів на поромі розмістили 5 вантажівок. Скільки ще легкових автомобілів можна перевезти цим рейсом, аби не перевантажити пором?

Задача 9. Певної доби пором виконав 12 рейсів.

На круговій діаграмі години доби позначено червоними рисками, а номери рейсів — римськими цифрами. Вказано також кількість перевезених людей та автомобілів.



Дайте відповіді на запитання:

1. Яка тривалість найдовшого рейсу; найкоротшого рейсу?
2. Скільки всього пасажирів перевіз пором за добу?
3. Скільки всього легкових автомобілів перевіз пором за добу і скільки — вантажних?



Перевірте себе



1. Скільки цифр використовують для запису чисел? Назвіть ці цифри.
2. Як називають місця, які займають цифри в записі числа?
3. Що таке розрядні доданки? Назвіть розрядні доданки числа 345 809.
4. Як розбивають число на класи? Назвіть класи, які найчастіше використовують для читання і називання чисел. Назвіть число 910 854 923.
5. Заповніть ланцюжок рівностей: $1 \text{ т} = \dots \text{ ц} = \dots \text{ кг} = \dots \text{ г}$.
6. Заповніть ланцюжок рівностей: $1 \text{ км} = \dots \text{ м} = \dots \text{ дм} = \dots \text{ см}$.
7. Назвіть компоненти дії додавання. Як додають багатоцифрові числа?
8. Назвіть компоненти дії віднімання. Як віднімають багатоцифрові числа?
9. Що таке периметр фігури? Як обчислюють периметр прямокутника, квадрата, трикутника?
10. Назвіть компоненти дії множення. Як множать багатоцифрові числа на одноцифрові?
11. Назвіть компоненти дії ділення. Як ділять багатоцифрові числа на одноцифрові?
12. Що означає знайти площу фігури? Назвіть основні одиниці для вимірювання площ.
13. Як обчислюють площі квадрата і прямокутника?
14. Як обчислюють відстань за рівномірного руху? Як обчислюють швидкість і час?
15. Заповніть ланцюжок рівностей: $1 \text{ доба} = \dots \text{ год} = \dots \text{ хв} = \dots \text{ с}$.
16. Що таке рівняння? Що називають його коренем? Що означає розв'язати рівняння?
17. Назвіть правила знаходження невідомих компонентів дій додавання, віднімання, множення і ділення.
18. Що показують знаменник і чисельник дробу?
19. Сформулюйте правила порівняння, додавання і віднімання дробів з однаковими знаменниками.
20. Які дробі називають правильними, а які — неправильними?
21. Яке число називають мішаним? Як перетворити мішане число на неправильний дріб? А неправильний дріб на мішане число?
22. Як додати два мішані числа?
23. Як знайти різницю двох мішаних чисел?
24. Як знайти дріб від числа? Як знайти число за його дробом?



Готуємося до математичних турнірів





Контрольна робота №1. Повторення вивченого з математики у початковій школі

1. Яку назву має число a у виразі: $a - 125 = 327$?

А	Б	В	Г
доданок	від'ємник	зменшуване	різниця

2. Маса слона становить 65 ц 5 кг. Визначте масу слона у кілограмах.

А	Б	В	Г
655 кг	6505 кг	6550 кг	65 505 кг

3. Знайдіть значення виразів 1) – 4) і вкажіть вираз, що має найменше значення:

- 1) $127 - 35$;
- 2) $17 \cdot 5$;
- 3) $252 : 3$;
- 4) $8 \cdot 12 - 24$.

А	Б	В	Г
1)	2)	3)	4)

4. Одна сторона прямокутника дорівнює 15 см, а сусідня з нею сторона — утричі менша. Обчисліть периметр прямокутника.

А	Б	В	Г
20 см	18 см	40 см	36 см

5. Швидкість пасажирського гвинтокрила становить 402 км/год. Яку відстань подолав гвинтокрил за 3 год?

А	Б	В	Г
134 км	1204 км	1206 км	1208 км

6. Обчисліть $\frac{5}{6}$ від 72.

А	Б	В	Г
12	24	48	60

7. Знайдіть значення виразів 1) – 3). Розташуйте отримані результати в порядку зростання.

1) $4\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9}$;

2) $9\frac{8}{11} - 3\frac{2}{11}$;

3) $12\frac{9}{13} + 8\frac{3}{13} - 10$.

8. Установіть відповідність між рівнянням (1 – 3) та його коренем (А – Д).

1. $1232 : x = 8$

А 75

А Б В Г Д

2. $(x + 37) \cdot 9 = 1008$

Б 85

1

3. $(x + 356) - 192 = 251$

В 154

2

Г 87

3

Д 9856

9. Число a становить $\frac{3}{9}$ від 45, а $\frac{3}{4}$ числа b — це 36. Обчисліть

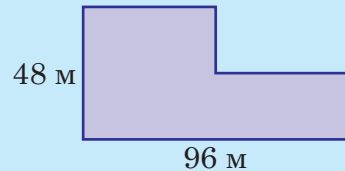
добуток чисел ab .

10. Обчисліть значення виразу: $9567 \cdot 6 - 4056 : 4$.

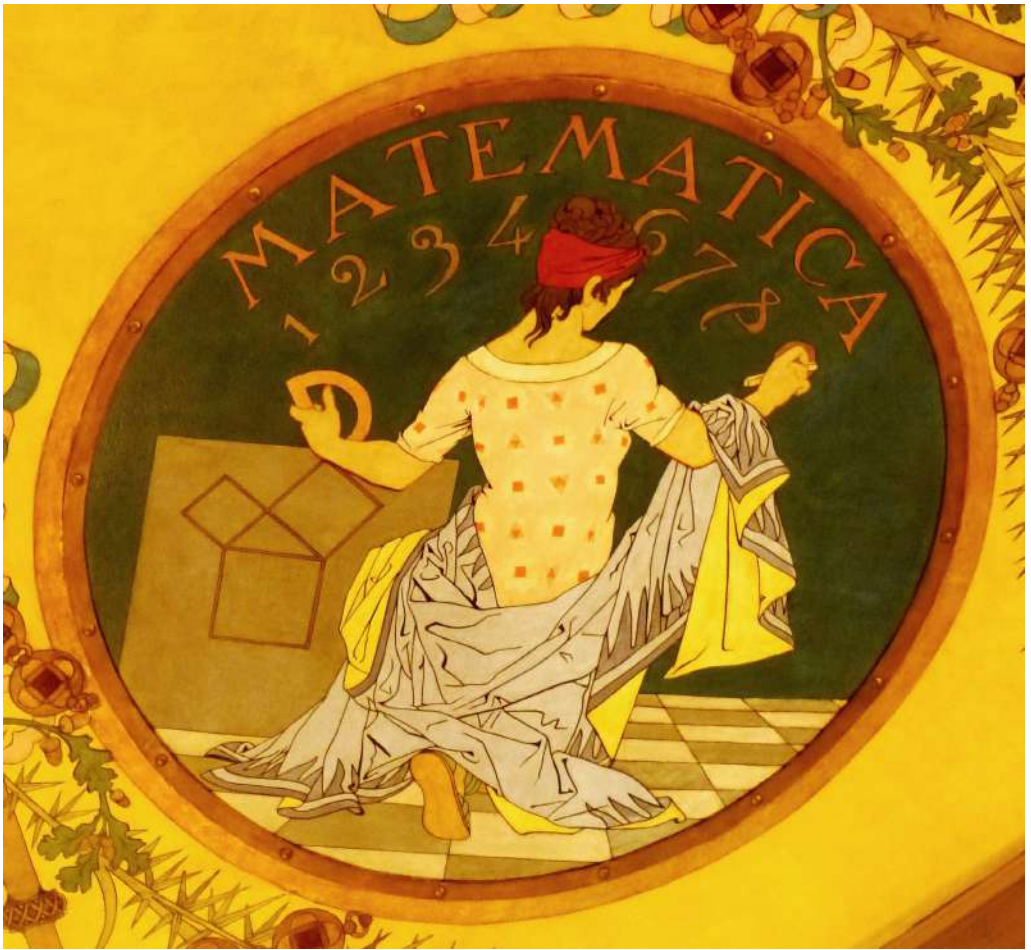
11. Першого дня черепаха проповзла 1 км 25 дм 6 см, другого дня — на 35 дм 4 см більше, ніж першого, а третього — $\frac{4}{5}$ від

відстані, яку вона пододала другого дня. Яку відстань проповзла черепаха за три дні своєї мандрівки?

12. Фермер вирішив посадити ряд яблунь навколо свого господарства. Відстань між деревами має становити 4 м. План ділянки господарства фермера зображено на рисунку. Ціна одного саджанця становить 100 грн.



1. Скільки саджанців яблунь має придбати фермер?
2. Скільки грошей він заплатить, якщо продавець зробить йому (як гуртовому покупцю) знижку, що дорівнює вартості 15 саджанців?



«Алегорія математики»

Одне з 12-ти алегоричних зображень основних наук і мистецтв під склепінням зали зібрань знаменитого науково-культурного центру «Атеней» в Мадриді

Небесна покровителька математики виписує ряд натуральних чисел, який є основою цієї науки. З опису натурального ряду чисел і починається цей розділ.

РОЗДІЛ 2. НАТУРАЛЬНІ ЧИСЛА

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Аби наголосити на першості чисел, які використовують для лічби цілих предметів та величин, ці числа назвали натуральними, тобто природними. Натуральні числа є фундаментальною основою математики, тому так важливо ґрунтовно опанувати цю основу.

На початку розділу ще раз нагадується про способи запису та читання натуральних чисел, а також пояснюється, чому сучасну систему їх запису називають десятковою позиційною системою.

Далі обґрунтовуються правила порівняння натуральних чисел та запису його результатів у вигляді числових нерівностей.

А на завершення теоретичної частини подаються правила округлення натуральних чисел, тобто заміни їх найближчими числами, що закінчуються одним або кількома нулями. Округлення істотно спрощує і пришвидшує обробку й аналіз числових даних, а тому вкрай важливе у практичному застосуванні математики. Без нього не обійтися ні в обліку ресурсів, ні в прогнозуванні, ні в безпосередньому плануванні жодної виробничої чи комерційної діяльності.

БОЖЕСТВЕННІ ЧИСЛА

Людська мова складається зі слів. Одні з них є назвами, або іменами предметів, і тому їх називають іменниками. Інші виражають якості, або прикмети; це — прикметники. Ще інші вказують на дію — дієслова. А є ще числівники, які означають кількість: один, два, три, десять тощо. Отже, числівники відображають лічбу предметів. Їх іще називають числами, а точніше — природними, або натуральними числами (слово «натуральний» у перекладі з латини означає те саме, що й «природний»). Цим наголошують на природному походженні чисел, яке пов'язане з основами життєдіяльності людей. Також завдяки цьому натуральні числа відрізняють від «синтетичних», наприклад, дробових або від'ємних, вигаданих людиною. Про дробові числа ви вже знаєте з початкової школи і невдовзі довідаєтесь ще більше, а про від'ємні дізнаєтесь у 6 класі. Усі такі числа синтезуються з натуральних. Дуже влучно про це сказав німецький математик 19-го століття Леопольд Кронекер (1823–1891).



**Бог створив
цілі числа,
а все інше —
праця людини.**

Леопольд Кронекер



Картина німецького художника
Генріха Фюґера (1751–1818)
«Прометей передає вогонь
і знання людині»

А зародилося таке уявлення про числа ще в дохристиянську епоху. За античним міфом, натуральні числа, разом із вогнем та алфавітом, передав людині титан Прометей, чим незмірно наблизив її до богів. І тому люди опановують мистецтво лічби змалку.

§ 1. НАТУРАЛЬНИЙ РЯД ЧИСЕЛ

Вивчаємо теорію

З усіх відомих тепер чисел людина найперше почала використовувати **натуральні** числа, які виникають під час лічби. У різні часи і в різних народів натуральні числа не тільки називали, а й записували по-різному, поки не склалась сучасна **десятькова позиційна система числення**. Десятьковою її називають тому, що лічбу проводять розрядами по десять елементів у кожному, до того ж десять елементів нижчого розряду утворюють один елемент вищого розряду: зокрема, 10 одиниць утворюють 1 десяток, 10 десятків — 1 сотню, 10 сотень — 1 тисячу і так далі.

Назву «позиційна» наша система числення отримала тому, що під час запису чисел для одиниць кожного розряду відведено певне порядкове місце — позиція: для одиниць — перше справа, для десятків — друге, для сотень — третє тощо.

Якщо натуральні числа розмістити так, щоб за кожним із них ішло наступне число, то утвориться **ряд натуральних чисел**:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14,

Його називають іще **натуральним** рядом. Три крапки у цьому записі означають, що натуральний ряд нескінченний.

Якщо кожне наступне число в натуральному ряді **більше** за попереднє на одиницю, то кожне попереднє число **менше** від наступного на одиницю. Лише для першого натурального числа 1 не існує попереднього.

Найбільшого натурального числа немає, бо до якого числа a ми не долічили б, **наступним** буде ще більше число $a + 1$. А ось найменше натуральне число існує. Це — 1.



Перевірте себе

1. Які числа називають натуральними?
2. Назвіть цифри, які використовують під час запису натуральних чисел.
3. Чому сучасну систему запису натуральних чисел назвали десятиковою позиційною системою?
4. Як називають місця для цифр у записі чисел?
5. Що таке натуральний ряд чисел?
6. Чи існує найбільше натуральне число? А найменше?

ЗАВДАННЯ

109. (Усно). Скільки натуральних чисел записано в даному ряду:

$$0; 23; \frac{2}{3}; 789; \frac{1}{7}; 98; \frac{4}{9}?$$

110. (Усно). Скільки натуральних чисел записано в даному ряду:

$$13; \frac{2}{10}; 91; 0; \frac{2}{5}; \frac{1}{9}; 185; 1000?$$

111. (Усно). Прочитайте числа:

- | | |
|----------------|--------------------|
| 1) 35 356 789; | 3) 8 902 304 500; |
| 2) 43 034 003; | 4) 80 902 304 500. |

112. (Усно). Прочитайте числа:

- | | |
|----------------|--------------------|
| 1) 56 356 789; | 3) 908 054 099; |
| 2) 98 054 099; | 4) 91 802 304 505. |

113. Запишіть цифрами числа:

- 1) двісті двадцять тисяч три;
- 2) тридцять мільйонів триста тридцять тисяч тридцять;
- 3) вісімсот тисяч вісімсот вісімдесят вісім;
- 4) два мільярди сто мільйонів чотириста вісімдесят тисяч двісті двадцять один;
- 5) сорок два мільярди триста шістьдесят вісім мільйонів триста двадцять тисяч триста два;
- 6) сімсот три мільярди два мільйони чотириста вісімдесят тисяч шість.



114. Запишіть цифрами числа:

- 1) триста двадцять тисяч два;
- 2) чотириста мільйонів шістьсот сорок тисяч вісімдесят;
- 3) дев'ятсот тисяч дев'ятсот дев'яносто дев'ять;
- 4) триста мільярдів двісті мільйонів триста вісімдесят тисяч триста двадцять один.

115. Запишіть за допомогою цифр:

- 1) найбільше дев'ятицифрове число;
- 2) найменше восьмицифрове число.

116. Запишіть:

- 1) тричі підряд число 86 і прочитайте число, що утворилося.
- 2) чотири рази підряд число 57 і прочитайте число, що утворилося.

117. Запишіть:

- 1) тричі підряд число 68 і прочитайте число, що утворилося.

2) чотири рази підряд число 75 і прочитайте число, що утворилося.

118. Запишіть за допомогою цифр числа:

- 1) 345 мільйонів; 3) 8902 тисячі;
2) 25 мільярдів; 4) 45 089 тисяч.

119. Запишіть за допомогою цифр числа:

- 1) 57 мільйонів; 3) 7804 тисячі;
2) 26 мільярдів; 4) 56 092 тисячі.

120. (Усно). Укажіть натуральне число, наступне за 456.

121. (Усно). Укажіть натуральне число, попереднє до числа 456.

122. (Усно). Укажіть натуральне число, яке на 5 більше за 5678.

123. До кожного з чисел 31, 157, 999, 3567, 99 999 запишіть:

- 1) попереднє число; 2) наступне число.

124. До кожного з чисел 41, 99, 185, 6756, 9999 запишіть:

- 1) попереднє число; 2) наступне число.

125. Запишіть найбільше п'ятицифрове число, а тоді наступне за ним та два попередні до нього.

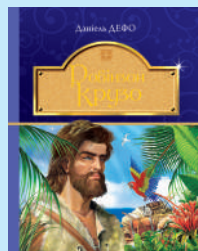
126. Запишіть найбільше шестицифрове число та найменше п'ятицифрове число. Знайдіть різницю та суму цих чисел.

127. Запишіть найменше шестицифрове число на найбільше чотирицифрове число. Знайдіть різницю та суму цих чисел.

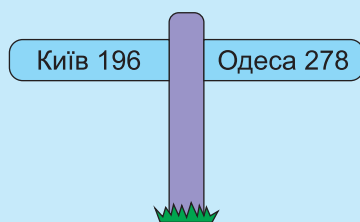
128. На уроці фізичної культури учні та учениці п'ятого класу вишикувалися в шеренгу. Марійка є дванадцятою, якщо рахувати зліва, та вісімнадцятою, якщо рахувати справа. Скільки всього п'ятикласників та п'ятикласниць вишикувалися в шеренгу?

129. На лавці сидять футболісти — як учасники матчу, так і запасні гравці. Воротар сидить сьомим, якщо рахувати зліва, та восьмим, якщо рахувати справа. Скільки футболістів розташувалися на лавці?

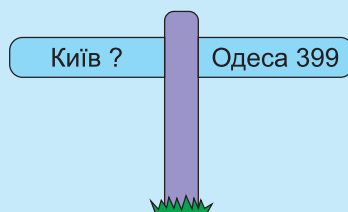
130. На книжковій полиці розміщені в ряд 24 книги. Якщо рахувати їх справа наліво, то книга Даніеля Дефо «Робінзон Крузо» стоїть чотирнадцятою. Яким буде порядковий номер цієї книги, якщо рахувати зліва направо?



131. Учні та учениці 5-го класу їдуть на екскурсію автотрасою Київ — Одеса. На кілометровому стовпчику, встановленому при в'їзді до міста Умань, зазначено відстані від Умані до Києва та від Умані до Одеси (*див. рисунок*). Яка відстань від Києва до Одеси?



132. Учні та учениці 5-го класу повертаються з екскурсії автотрасою Одеса — Київ. На кілометровому стовпчику, встановленому при в'їзді до міста Біла Церква, зазначено відстань від Одеси до Білої Церкви (*див. рисунок*), а табличку, на якій було вказано відстань до Києва, зафарбували бешкетники. Яка відстань від Білої Церкви до Києва? (*Використайте результат попередньої задачі.*)



133*. Нехай натуральне число позначено n . Запишіть два наступні за ним числа та три числа, що передують числу n . За якого найменшого значення n можливо вказати три числа, що передують натуральному числу n ?

134*. Одне трицифрове число записане цифрами 0, 3, 8, а інше трицифрове число — цифрами 0, 7, 9.

- 1) Знайдіть суму найбільших чисел, записаних вказаними цифрами.
- 2) Знайдіть добуток найменших чисел, записаних вказаними цифрами.

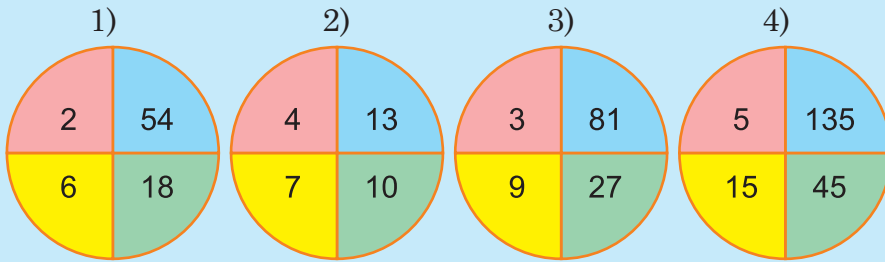
135*. Запишіть усі можливі трицифрові числа із цифр 2, 3, 8. Скільки таких трицифрових чисел можна утворити?

136. Запишіть і прочитайте числа від одноцифрового до семицифрового, використовуючи лише цифру 7.


137. Знайдіть закономірність та запишіть іще чотири числа ряду чисел: 345 678, 345 680, 345 682, ...

138. На рисунку (*див. с. 55*) зображено чотири круги з числами всередині. Кожне наступне число утворюється з попереднього за певним правилом. На одному з кругів послідовність

чисел не відповідає іншим трьом послідовностям. Визначте правило, за яким утворюються вказані числа, та знайдіть круг, числа в якому не відповідають цьому правилу.



139*. Сума трьох чисел, що позначають номери трьох будинків, розміщених поряд по один бік вулиці, дорівнює 69. Визначте номери цих будинків.

 **140*.** Сума трьох чисел, що позначають номери трьох будинків, розміщених поряд по один бік вулиці, дорівнює 72. Визначте номери цих будинків.

141. П р а к т и ч н е з а в д а н н я: власний інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та проілюструйте дві задачі про динозаврів.



§ 2. ПОРІВНЯННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Вивчаємо теорію

Одноцифрове число ніколи не може бути більшим за двоцифрове, бо двоцифрове містить щонайменше 10 одиниць, а одноцифрове — щонайбільше 9. Очевидно, що одноцифрове число не може бути більшим за трицифрове або чотирицифрове.

Міркуючи так само, переконуємося, що двоцифрове число ніколи не може бути більшим за трицифрове, бо у двоцифровому числі не більше дев'яти повних десятків, а в трицифровому їх не менше 10.

Загалом:



число із більшою кількістю цифр завжди більше за число із меншою кількістю цифр.

Для порівняння чисел з однаковою кількістю цифр користуються таким правилом:



із двох натуральних чисел з однаковою кількістю цифр більшим є те, в якому більше одиниць у найвищому розряді. Якщо ж ці кількості однакові, то послідовно порівнюють одиниці нижчих розрядів: у котрому числі першою трапляється більша цифра, те й більше.

Наприклад, число 6732 більше за 5431, бо перше з них містить 6 тисяч, а друге — тільки 5 тисяч. Числа 6732 і 6693 містять уже однакові кількості тисяч, але сотень у першому числі більше; тому воно більше за друге. Числа 6732 і 6734 відрізняються лише останніми цифрами, але оскільки 4 більше за 2, то друге із цих чисел більше за перше.

Для письмового запису результату порівняння чисел застосовуються знаки нерівності $<$ (менше) і $>$ (більше). Наприклад, те, що число 6732 більше за 5431, записують так: $6732 > 5431$; а те, що число 6732 менше від 6734, — так: $6732 < 6734$.

Порівнювати можна не тільки числа, а й числові вирази. Порівняємо, наприклад, суму $29 + 34$ з добутком $3 \cdot 19$. Оскільки $29 + 34 = 63$, $3 \cdot 19 = 57$, а $63 > 57$, то $29 + 34 > 3 \cdot 19$.

Нерівності між числами або числовими виразами називають **числовими нерівностями**.

Числові нерівності можуть бути й подвійними: коли в одному записі за допомогою знаків $>$ (більше) або $<$ (менше) вказується, що якесь число (або вираз) більше за друге і водночас менше від

третього. Наприклад, те, що число 5734 більше за 4531, але менше від 6732, можна записати у вигляді такої подвійної нерівності:

$$6732 > 5734 > 4531.$$

Як і рівності, нерівності теж можуть містити числа, позначені буквами, і так само для букв передбачати лише ті значення, за яких ці нерівності стають істинними (правильними). Наприклад, нерівність

$$2x + 3 < 13$$

передбачає, що x може набувати лише значень 1, 2, 3 і 4. Кажуть що ці значення є **розв'язками** нерівності.

Для порівняння однойменних величин їх потрібно виразити в однакових одиницях вимірювання.



Перевірте себе

1. Обґрунтуйте на прикладі двоцифрових і трицифрових чисел, що число із більшою кількістю цифр завжди більше за число з меншою кількістю цифр.
2. За яким правилом порівнюють натуральні числа з однаковою кількістю цифр?
3. Що називають числовими нерівностями? За допомогою яких знаків їх записують?
4. Як порівнюють однойменні величини?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Порівняти за масою 4 кг 35 г і 4350 г.

Розв'язання. *I спосіб.* Запишемо 4 кг 35 г у грамах. Оскільки 1 кг = 1000 г, то 4 кг 35 г = 4035 г. Отже, 4 кг 35 г < 4350 г.

II спосіб. 4350 г = 4 кг 350 г. Тому 4 кг 35 г < 4350 г.

Приклад 2. Порівняти за тривалістю 5 год 25 с і 620 хв.

Розв'язання. Запишемо 5 год 25 с у секундах. Оскільки 1 год = 60 хв = 3600 с, то:

5 год = 5 · 3600 с = 18 000 с. Отже, 5 год 25 с = 18 025 с.

Тепер запишемо 620 хв у секундах: 620 хв = 620 · 60 с = 37 200 с.



Отже, 5 год 25 с < 620 хв.

Задача. У другому стовпці таблиці (див. с. 58) наведено дані про розмах крил найбільших птахів світу. Порівняти ці величини і в третьому стовпці таблиці пронумерувати їх у порядку зростання, тобто номером 1 — найменший розмах крил, а номером 5 — найбільший.

Птах	Розмах крил	Нумерація птахів відповідно до розмаху крил (у порядку зростання)
Пелікан	320 см	
Чорний гриф	30 дм 10 см	
Королівський альбатрос	2750 мм	
Андський кондор	3 м 5 см	
Гімалайський гриф	3150 мм	

Вказівка. Виразіть розмахи крил птахів в однакових одиницях вимірювання — у сантиметрах. Тоді відразу стане зрозуміло, як їх пронумерувати.

ЗАВДАННЯ

- 142.** (Усно). Назвіть усі натуральні числа, що є розв'язками нерівності $4523 < a < 4527$.
- 143.** (Усно). Скільки натуральних чисел є розв'язками нерівності $345 < a < 351$?
-  **144.** Запишіть усі натуральні числа, що є розв'язками нерівності $5231 < a < 5239$.
- 145.** Якщо число $a = 267$, то скільки натуральних чисел є розв'язками нерівності $a - 2 < x < a + 3$?
- 146.** Якщо число $b = 628$, то скільки натуральних чисел є розв'язками нерівності $b - 3 < x < b + 2$?
- 147*.** Якщо $678 < n < 681$, а $453 < m < 456$, то якого найбільшого значення набудатиме сума чисел $n + m$?
-  **148*.** Якщо $781 < n < 784$, а $153 < m < 156$, то якого найменшого значення набудатиме сума чисел $n + m$?
- 149.** Із цифр 2, 8, 0, 7 запишіть:
1) найбільше число; 2) найменше число.
- 150.** Із цифр 1, 9, 0, 2, 6 запишіть:
1) найбільше число; 2) найменше число.
- 151.** Розташуйте числа 5678, 5786, 5687, 5876 у порядку зростання.

152. Серед наведених довжин п'яти річок України (див. таблицю) оберіть дві найкоротші річки.

Річка	Довжина, км
Прут	967
Дніпро	2201
Десна	1130
Прип'ять	761
Сейм	748

153. Із даних, наведених у таблиці до попереднього завдання, оберіть дві найдовші річки. Порівняйте їхні довжини і запишіть результат у вигляді нерівності.

154. Тесля виготовив три лавки. Довжини лавок становлять: 1 м 80 см, 12 дм, 165 см. Укажіть довжини найдовшої і найкоротшої з виготовлених лавок.

155. Порівняйте числа і поставте замість * знак > або <. Прочитайте записані нерівності:

- 1) 23 456 * 23 546; 4) 45 678 901 * 45 679 801;
2) 897 003 * 89 703; 5) 700 890 * 700 980;
3) 67 851 * 678 501; 6) 90 986 956 * 90 986 596.

156. Порівняйте маси та замініть сполучник «і» знаком >, < або = :

- 1) 5 кг 200 г і 5002 г; 4) 5 ц 12 кг і 521 кг;
2) 3025 г і 3 кг 250 г; 5) 6 т 2 ц 15 кг і 6205 кг;
3) 6090 г і 6 кг 90 г; 6) 12 т 13 ц 5 кг і 121 350 кг.

157. Порівняйте довжини та замініть сполучник «і» знаком >, < або = :

- 1) 3 км 25 м і 3005 м; 3) 6 км 28 дм 5 мм і 60 285 см;
2) 6780 м і 6 км 78 м; 4) 56 дм 32 мм і 563 м.

158. Назвіть усі натуральні числа, більші за 45 678 і менші від 45 683.

159. Скільки натуральних чисел є розв'язками нерівності $5676 < x < 5681$? Назвіть ці числа.

160. За допомогою цифри 8 запишіть шестицифрове число. За допомогою цифри 7 запишіть п'ятицифрове число. На скільки більше число є більшим за менше число?

161. За допомогою цифри 5 запишіть п'ятицифрове число. За допомогою цифри 4 запишіть п'ятицифрове число. На скільки менше число є меншим від більшого числа?

162. Порівняйте іменовані числа, що визначають час. Замініть сполучник «і» знаком >, < або =:

- 1) 2 доби і 46 годин; 3) 26 хв і 1565 с;
2) 3 доби 5 хв і 70 год 5 хв; 4) 2 год 25 хв і 8700 с.

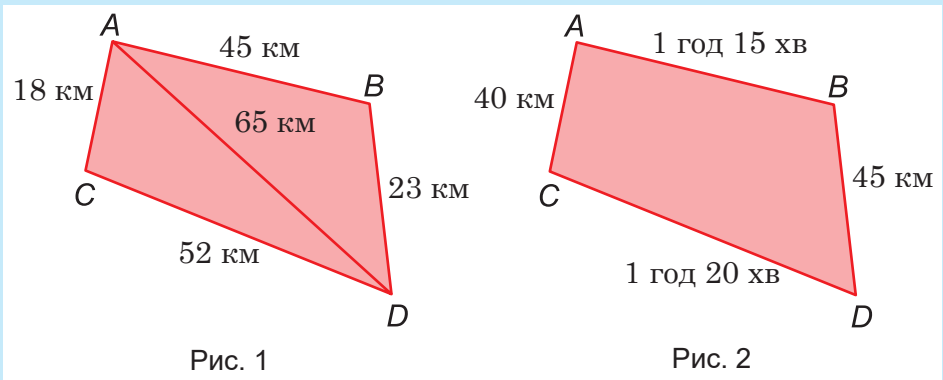
- 163.** У таблиці наведено довжини тулубів найбільших мешканців океанів. Розташуйте зазначені довжини у порядку зростання.

Мешканець океану	Довжина тулуба
Китова акула	9505 мм
Синій кит	250 дм 5 см
Кашалот	1805 см

- 164.** У таблиці наведено маси найбільших ссавців. Розташуйте зазначені маси у порядку зростання.

Ссавець	Маса
Бегемот	4002 кг
Носоріг	4 000 002 г
Слон	90 ц 2 кг

- 165.** Батьки п'ятикласниці запланували здійснити автомандрівку вихідного дня. Вони вирушають з міста A в місто D і повернуться назад у місто A . Є три варіанти руху (рис. 1). Обчисліть довжини усіх трьох маршрутів і оберіть найкоротший.



- 166*.** Турист мандрує з міста A в місто D автобусом (рис. 2). На кожній ділянці руху зазначено час, за який автобус її долає. У містах B і C турист має здійснити пересадку на інший автобус, до того ж у місті B автобус потрібно чекати 20 хвилин, а в місті C — 35 хвилин. Який шлях обрати туристові, щоб затратити найменше часу на мандрівку з міста A в місто D ?

- 167*.** Четверо подруг — Алла, Богдана, Ірина й Галина — різного зросту. Відомо, що Богдана не найвища, але вона вища за Аллу та Галину, а Алла не вища за Галину. Назвіть ім'я найвищої дівчинки.

§ 3. ОКРУГЛЕННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Вивчаємо теорію

Коли немає змоги точно визначити кількість якихось предметів (скажімо, дерев певного виду у дендропарку «Софіївка», популяції перелітних птахів у заповідних угіддях «Асканії-Нової») чи обсягів (наприклад, покладів залізної руди у Криворізькому басейні, необхідних запасів кормів для зимівлі худоби, пального на посівну кампанію) тощо, користуються так званими **круглими числами**. Для цього отримані внаслідок попередніх підрахунків, спостережень або експертних оцінок числові дані **округлюють**.



«Математика». Фрагмент гравюри французького художника 17-го століття Жіля Русселе.

Покровителька математики тут зображена з аркушем, на якому написані круглі числа.



Округлити натуральне число означає замінити його близьким круглим числом, тобто числом, що закінчується одним або кількома нулями.

Наприклад, якщо під час перепису населення в місті було зафіксовано 123 196 мешканців, то, враховуючи плинність населення, це число округлюють до 123 000. І тоді кругле число 123 000 вважають наближеним значенням числа 123 196.

Це записують за допомогою знака *наближеної рівності*:

$$123\ 196 \approx 123\ 000$$

(читається: 123 196 *наближено дорівнює* 123 000).

У цьому разі цифри одиниць, десятків і сотень замінили на нулі, тобто число 123 196 *округлили* до тисяч.

Якщо число 123 196 округлювати до сотень, то на нулі потрібно замінити цифри одиниць і десятків: 123 100; якщо ж округлювати до десятків — то тільки одиниць: 123 190.

Проте таке уніфіковане округлення, коли нулями замінюють певну кількість останніх цифр, може бути занадто грубим, а тому не завжди прийнятним.

Ось приклад. Як з'ясували фізики, швидкість поширення світла в пустоті дорівнює 299 792 км/с. Якщо ми округлимо це число

до 299 000 км/с, то матимемо чималеньку похибку: 792 км/с! Тому буде ліпше, якщо ми не тільки замінимо на нулі останні три цифри 7, 9, 2, а й для компенсації додамо одиницю до цифри 9 попереднього розряду. Справді, похибка отриманого у такий спосіб наближення 300 000 км/с буде вже майже в чотири рази меншою: $300\ 000 - 299\ 792 = 208$ (км/с).

Однак таке уточнення має сенс лише тому, що цифра 7 у розряді сотень доволі велика. Якби замість неї була, наприклад, цифра 4, то ефект від описаних дій був би зворотним. Справді, після простої заміни останніх трьох цифр на нулі похибка наближення становила б $299\ 492 - 299\ 000 = 492$, а після «уточнення» вона дорівнювала б $300\ 000 - 299\ 492 = 508$, тобто зросла би.

Тому під час округлення натуральних чисел користуються загальним правилом, яке мінімізує похибки.



Щоб округлити натуральне число до певного розряду, потрібно всі наступні за вказаним розрядом цифри замінити на нулі:

- 1) якщо перша цифра, що йде за цим розрядом, 0, 1, 2, 3, 4, то останню залишену цифру не змінювати;*
- 2) якщо ж перша цифра, що йде за цим розрядом, 5, 6, 7, 8, 9, то останню залишену цифру збільшити на 1.*



Перевірте себе

1. Які числа називають круглими?
2. Що означає округлити натуральне число?
3. Як округлити натуральне число до певного розряду, наприклад, до розряду десятків; до розряду сотень?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад. Округлити число 345 638:

- | | | |
|-----------------|-----------------------|---------------------|
| 1) до десятків; | 3) до тисяч; | 5) до сотень тисяч. |
| 2) до сотень; | 4) до десятків тисяч; | |

Розв'язання.

- 1) Число 345 638 має 8 одиниць, тому, округлюючи до десятків, цифру десятків 3 збільшуємо на 1. Отримуємо: $345\ 638 \approx \approx 345\ 640$.

2) Число 345 638 має 3 десятки, тому, округлюючи до сотень, цифру сотень не змінюємо. Маємо: $345\ 638 \approx 345\ 600$.

3) Число 345 638 має 6 сотень, тому, округлюючи до тисяч, цифру тисяч збільшуємо на 1. Отримуємо: $345\ 638 \approx 346\ 000$.

4) Число 345 638 має 5 тисяч, тому, округлюючи до десятків тисяч, цифру десятків тисяч збільшуємо на 1. Отримуємо: $345\ 638 \approx 350\ 000$.

5) Число 345 638 має 4 десятки тисяч, тому, округлюючи до сотень тисяч, цифру сотень тисяч не змінюємо. Маємо: $345\ 638 \approx 300\ 000$.

Задача. Найдовший міст в Україні — Мерефо-Херсонський міст у місті Дніпро, який поєднує лівий і правий береги річки Дніпро. Довжина моста-рекордсмена 1627 метрів. Округлити цю величину до десятків та сотень метрів і в кожному випадку знайти похибку наближення.



Розв'язання.

Округлення до десятків метрів: $1627\text{ м} \approx 1630\text{ м}$. Це — наближення з надлишком. Його похибка: $1630\text{ м} - 1627\text{ м} = 3\text{ м}$.

Округлення до сотні метрів: $1627\text{ м} \approx 1600\text{ м}$. Це — наближення з недостатчею. Його похибка: $1627\text{ м} - 1600\text{ м} = 27\text{ м}$.

Відповідь. $\approx 1630\text{ м}$, 3 м ; $\approx 1600\text{ м}$, 27 м .

ЗАВДАННЯ

168. (Усно). Округліть число до сотень:

- | | |
|------------|---------------|
| 1) 1234; | 3) 45 098; |
| 2) 23 456; | 4) 6 781 234. |

169. (Усно). Прочитайте записи і знайдіть помилки, допущені під час округлення чисел відповідно до правила:

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| 1) $67\ 859 \approx 67\ 800$; | 3) $567\ 800 \approx 567\ 000$; |
| 2) $67\ 859 \approx 67\ 860$; | 4) $567\ 800 \approx 568\ 000$. |

170. З'ясуйте, значення яких чисел є точними, а яких — наближеними:

- у школі навчаються 987 учнів та учениць;
- згряя пеліканів, що приводнилася біля острова Зміїний неподалік дельти Дунаю, налічує 5000 птахів;
- у книзі «Аліса в Задзеркаллі» письменника й математика Льюїса Керрола 142 сторінки;
- площа України становить $603\ 548\text{ км}^2$.

171. Округліть число 68 809 888:

- | | |
|-----------------|---------------------|
| 1) до десятків; | 4) до сотень тисяч; |
| 2) до сотень; | 5) до мільйонів. |
| 3) до тисяч; | |

172. Округліть число 29 345 981:

- | | |
|-----------------|---------------------------|
| 1) до десятків; | 4) до сотень тисяч; |
| 2) до сотень; | 5) до десятків мільйонів. |
| 3) до тисяч; | |

173. Запишіть задані значення маси у кілограмах, попередньо округливши їх до тисяч:

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1) 4645 г; | 4) 678 098 г; |
| 2) 789 123 г; | 5) 8 006 701 г. |
| 3) 34 567 г; | |

174. Запишіть задані значення довжини у метрах, попередньо округливши їх до сотень:

- | | |
|---------------|------------------|
| 1) 567 см; | 4) 347 920 см; |
| 2) 6785 см; | 5) 6 570 092 см. |
| 3) 90 874 см; | |

175. Фінансові витрати сім'ї на продукти за перший тиждень місяця становили 1547 грн 50 коп., за другий тиждень — 1025 грн 40 коп., за третій тиждень — 1357 грн 60 коп. і за четвертий тиждень — 1421 грн 70 коп. Обчисліть витрати сім'ї на продукти за цей місяць. Округліть знайдене значення витрат:

- 1) до одиниць гривень;
- 2) до десятків гривень.

176. Маса слона становить 4898 кг. Округліть значення маси слона:

- 1) до сотень кілограмів;
- 2) до тонн.

В обох випадках знайдіть похибку наближення. Зробіть висновки, яке округлене значення маси найточніше.

177. Найвища гора нашої планети — Джомолунгма (інша назва — Еверест). Її висота становить 8848 м 86 см.

Округліть висоту Евересту:

- 1) до одиниць метрів;
- 2) до десятків метрів.

Яке округлене значення висоти Евересту точніше?



178. Найдовший міст у світі побудовано в Китаї через затоку Ханчжоу в Східнокитайському морі. Довжина мосту становить 36 205 м. Округліть довжину мосту:

- 1) до сотень метрів;
- 2) до тисяч метрів.

В обох випадках знайдіть похибку наближення. Зробіть висновок, яке округлене значення довжини мосту точніше.



179*. Для виготовлення однієї пари джинсів потрібно використати 3520 літрів води.

1. Обчисліть, скільки літрів води знадобиться для виготовлення джинсів на всіх членів вашої родини.
2. Округліть знайдене значення літрів води: а) до сотень; б) до тисяч.

180*. Каракорумське шосе — найвисокогірніша автомобільна дорога планети, яку називають «восьмим чудом світу». Шосе проходить крізь гірську систему Каракорум і поєднує Китай та Пакистан. Довжина шосе становить 1300 км. Найвища точка підйому — Хунжерабський перевал, заввишки 4693 метри. Найдовший тунель цієї траси сягає 3362 м. Серед усіх значень довжин оберіть дві найменші й запишіть їх у кілометрах, попередньо округливши до десятків.



181*. Обчисліть втрати води (у кілограмах) за добу, якщо щосекунди з несправного водопровідного крана витікає 1 крапля води, а маса ста таких крапель становить 7 г.

§ 4. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ І ВПРАВ

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад. Фермер зібрав урожай пшениці з площі 300 га та урожай ячменю з площі 200 га. Урожайність пшениці становила 30 ц/га, а урожайність ячменю — 38 ц/га. Закупівельна ціна на пшеницю складає 7400 грн за тону, а на ячмінь — 6400 грн за тону.

1. Обчисліть, який урожай пшениці та ячменю зібрав фермер (у тоннах).
2. Скільки грошей отримає фермер після реалізації пшениці та ячменю?
3. Що прибутковіше вирощувати (за інших однакових умов): пшеницю чи ячмінь?

Розв'язання. 1. Знайдемо маси пшениці та ячменю (у тоннах), зібраних з відповідних площ. Для цього кожену площу помножимо на урожайність, що визначає, скільки пшениці або ячменю зібрано з кожного гектара:

$$300 \cdot 30 = 9000 \text{ ц} = 900 \text{ т, оскільки } 1 \text{ т} = 10 \text{ ц};$$

$$200 \cdot 38 = 7600 \text{ ц} = 760 \text{ т.}$$

Для обчислення добутоків використовуємо правило множення чисел, які містять нулі в останніх розрядах, тобто множимо 3 на 3 і дописуємо три нулі та множимо 2 на 38 і дописуємо два нулі.

Отже, фермер зібрав 900 т пшениці та 760 т ячменю.

2. Знайдемо суму грошей, яку отримає фермер після реалізації зібраної пшениці та ячменю. Для цього закупівельні ціни помножимо на кількість зібраного врожаю (у тоннах):

$$7400 \cdot 900 = 6\,660\,000 \text{ (грн);}$$

$$6400 \cdot 760 = 4\,864\,000 \text{ (грн).}$$

Таким чином, фермер отримає:

$$6\,660\,000 + 4\,864\,000 = 11\,524\,000 \text{ (грн).}$$

3. Аби оцінити, що прибутковіше вирощувати: пшеницю чи ячмінь, обчислимо, скільки коштів можна отримати, якщо реалізувати пшеницю та ячмінь, зібрані з одного гектара площі.

Оскільки $30 \text{ ц/га} = 3 \text{ т/га}$, то $7400 \cdot 3 = 22\,200 \text{ (грн)}$.

Оскільки $38 \text{ ц/га} = 3 \text{ т } 800 \text{ кг}$, то за три тонни можна отримати $6400 \cdot 3 = 19\,200 \text{ (грн)}$.

200 кг становлять п'яту частину від однієї тонни.

Тому $6400 : 5 = 1280 \text{ (грн)}$, тобто 200 кг коштують 1280 грн.

Оскільки 800 кг становлять чотири частини від однієї тонни, то $1280 \cdot 4 = 5120$ (грн).

Отже, за 3 т 800 кг ячменю маємо $19\,200 + 5120 = 24\,320$ (грн).

Порівнюємо вартості пшениці та ячменю, зібраних з одного гектара площі:

$22\,200$ грн $<$ $24\,320$ грн, тому ячмінь вирощувати прибутковіше.

ЗАВДАННЯ

182. (Усно). Назвіть три натуральні числа, наступні за числом 678 097.

183. (Усно). Скільки натуральних чисел є розв'язками нерівності $670\,096 < a < 670\,102$? Назвіть ці числа.

184. (Усно). Прочитайте числа:

- | | |
|----------------|-------------------|
| 1) 78 650 990; | 3) 100 000 003; |
| 2) 20 000 098; | 4) 2 347 865 098. |

185. (Усно). Обчисліть:

- | | | |
|------------------|-----------------|--------------------|
| 1) $351 + 68$; | 3) $496 - 75$; | 5) $67 \cdot 5$; |
| 2) $5678 + 25$; | 4) $789 - 90$; | 6) $124 \cdot 3$. |

186. Учні та учениці п'ятого класу вишикувалися на уроці фізичної культури в шеренгу. Оленка стоїть у ряду сьомою, якщо рахувати зліва, та двадцять третьою, якщо рахувати справа. Скільки дітей у цьому класі?

187. Порівняйте числа та замініть сполучник «і» знаками $>$, $<$ або $=$:

- | | |
|---------------------------|-------------------------------|
| 1) 76 009 і 76 900; | 4) 8 769 023 і 8 796 023; |
| 2) 6 348 770 і 6 348 070; | 5) 78 659 222 і 78 659 322; |
| 3) 890 001 і 980 001; | 6) 120 000 089 і 120 000 089. |

188. Порівняйте іменовані числа та замініть сполучник «і» знаками $>$, $<$ або $=$:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) 256 ц і 25 т 6 ц; | 3) 45 ц 55 кг і 4055 кг; |
| 2) 6 т 2 ц 56 кг і 6206 кг; | 4) 2638 кг і 26 т 3 ц 8 кг. |

189. Округліть число 89 670 098 до:

- | | |
|------------------|------------------------|
| 1) тисяч; | 3) мільйонів; |
| 2) сотень тисяч; | 4) десятків мільйонів. |

190. Округліть число 90 987 035 до:

- | | |
|------------------|------------------------|
| 1) тисяч; | 3) мільйонів; |
| 2) сотень тисяч; | 4) десятків мільйонів. |

191. Запишіть число, яке:

- 1) на 2 більше за найбільше трицифрове число;

- 2) на 4 менше від найбільшого чотирицифрового числа;
- 3) на 5 менше від найменшого чотирицифрового числа;
- 4) на 7 більше за найменше шестицифрове число.



192. Запишіть число, яке:

- 1) на 3 більше за найменше трицифрове число;
- 2) на 4 більше за найбільше чотирицифрове число;
- 3) на 5 менше від найбільшого чотирицифрового числа;
- 4) на 7 менше від найбільшого шестицифрового числа.

193. Якщо триста п'ятдесят вісім тисяч двісті п'ятдесят сім помножити на сто п'ятдесят сім, то отримаємо п'ятдесят шість мільйонів двісті сорок шість тисяч триста сорок дев'ять. Запишіть наведене речення за допомогою чисел та дії над ними.



194. Якщо до шести мільйонів восьмиста сімдесят три тисяч двохсот п'ятнадцяти додати дев'ятсот дев'яносто дев'ять тисяч вісім, то отримаємо сім мільйонів вісімсот сімдесят дві тисячі двісті двадцять три. Запишіть наведене речення за допомогою чисел та дії над ними.

195. Нехай x — найбільше трицифрове число, а y — найменше шестицифрове число. Знайдіть суму чисел x та y .

196. Обчисліть різницю чисел a та b , якщо a — найбільше шестицифрове число, а b — найменше п'ятицифрове число.

197. Запишіть усі можливі трицифрові числа, використовуючи цифри 5, 6, 7, але не повторюючи жодну з них. Розташуйте записані числа у порядку зростання.



198. Запишіть усі можливі трицифрові числа, використовуючи цифри 0, 5, 8, але не повторюючи жодну з них. Розташуйте записані числа у порядку спадання.

199. У Національному художньому музеї в Києві серед вивішених у ряд картин робота видатного українського живописця Олександра Мурашка «Дівчина в червоному капелюшку» розташована третьою, якщо рахувати зліва направо, і дванадцятою, якщо рахувати справа наліво. Скільки картин у цьому ряду?



200. У таблиці (див. с. 69) наведено довжини шести найдовших залізничних тунелів світу. Порівняйте зазначені довжини

та пронумеруйте їх у порядку зростання, тобто номером 1 — найменшу довжину, а номером 6 — найбільшу.

Залізничний тунель	Довжина	Нумерація тунелів у порядку зростання їхніх довжин
Ла-Манш: з'єднує французьке місто Кале та британське — Фолкстон	50 450 м	
Сейканський: протока Цугару, Японія	53 км 850 м	
Лечберг: Швейцарія, Альпи	34 577 м	
Гвадаррамський: Іспанія	283 770 дм	
Готардський: Швейцарія, Альпи, східна лінія	57 км 091 м	
Готардський: Швейцарія, Альпи, західна лінія	56 978 м	

201*. Найбільші птахи України — пелікани — гніздяться в дельті Дунаю. Вони мають найбільші дзьоби серед усіх пернатих. Один пелікан за день з'їдає 1 кг 500 г риби, а в його дзьобі може вміститися три літри води. Зграя пеліканів іноді налічує кілька сотень птахів: зокрема, в одній із них орнітологи нарахували 296 особин.



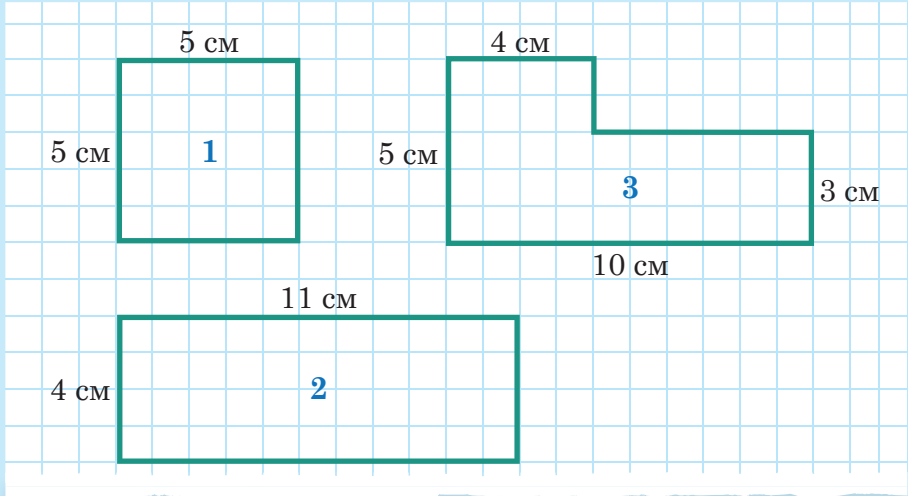
1. Обчисліть, скільки літрів води вміщується у дзьобах усіх пеліканів цієї зграї. Скільки це відер води? (Вважати, що місткість відра становить 8 літрів.)
2. Скільки кілограмів риби з'їдає ця зграя пеліканів за день? А за тиждень?

202*. Частенько разом із пеліканами полюють на рибу зграї бакланів. На добу одному баклану потрібно щонайменше 300 г риби, а щонайбільше — 2 кг. Порівняйте кількість риби, яку з'їдає за добу зграя зі 126 бакланів, із кількістю риби, що з'їдає



за добу зграя з 98 пеліканів. (Для порівняння спочатку візьміть до уваги найменше значення маси риби, що потрібна одному баклану, а тоді — найбільше значення цієї маси. Також використайте дані з умови попередньої задачі.)

- 203.** На рисунку зображено три фігури (1–3) і вказано довжини їхніх сторін. Розташуйте периметри цих фігур у порядку зростання.



- 204.** Розташуйте площі фігур, про які йдеться у попередній задачі, в порядку спадання.

- 205*.** Китенят народжують мами-кити й вигодовують їх молоком. Молоко китів дуже корисне, тому за день маса китеняти зростає на стільки кілограмів, скільки становить середня маса дорослої людини — тобто на 75 кг. Порівняйте масу шести китенят, яку вони наберуть за тиждень (сім днів), із масою дорослого кита — косатки, якщо найменша маса косатки 3200 кг, а найбільша — 5400 кг.

- 206*.** Площа Дністровського лиману — найбільшого в Україні — становить 360 км^2 , а площа озера Синевир — найбільшого озера Українських Карпат — 5 га. У скільки разів площа Дністровського лиману більша за площу озера Синевир?

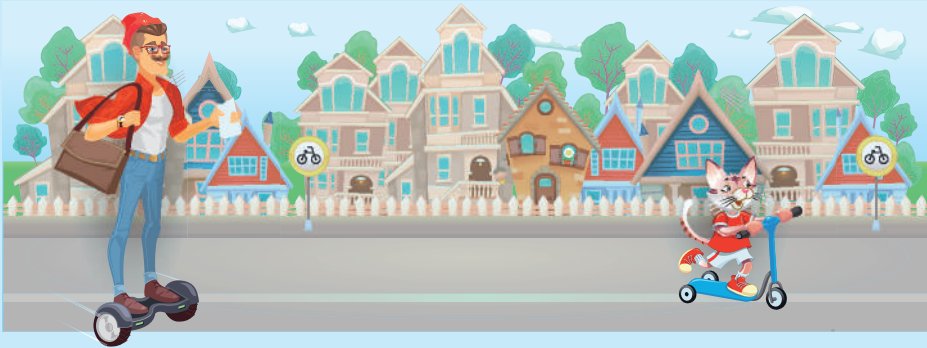


Довідка. $1 \text{ км}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2$, $1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2$.

207. Кілограм цукерок «Ромашка» коштує 80 грн, кілограм цукерок «Прометей» — 180 грн, кілограм вівсяного печива — 65 грн, а кілограм шоколадного печива — 115 грн.

1. Обчисліть вартість 2 кг 500 г цукерок «Прометей».
2. Обчисліть вартість 1 кг 500 г цукерок «Ромашка» та 2 кг вівсяного печива разом.
3. Що дешевше купити: 2 кг вівсяного печива й 1 кг 500 г цукерок «Ромашка» чи 1 кг шоколадного печива і 1 кг 500 г цукерок «Прометей»?

208*. О 8 годині ранку із селища Піщане на електричному самокаті виїхав кіт Вогник із середньою швидкістю 20 км/год. Об 11 год у тому самому напрямку виїхав листоноша на гіроскутері із вдвічі більшою швидкістю. О котрій годині листоноша наздожене кота Вогника?



209*. Спортивний автомобіль з електричним приводом Tesla розвиває швидкість 400 км/год. Найшвидший серійний автомобіль Bugatti розвиває максимальну швидкість 440 км/год. Максимальна швидкість болідів в автоперегонах у класі Формули 1 становить 360 км/год.

1. Обчисліть, які відстані подолали б перелічені автомобілі за 1 год 30 хв, якби весь цей час рухалися зі своїми максимальними швидкостями.
2. Який із автомобілів подолає більшу відстань, якщо Tesla рухатиметься 3 год (без урахування часу на підзарядку), а Bugatti — 2 год 30 хв?

210. (Усно). Укажіть кількість натуральних чисел n , що є розв'язками нерівності $n < 15$.

211. (Усно). Назвіть три найбільші шестицифрові числа.

212. Серед тверджень 1)–5) оберіть тільки правильні.


- 1) Число 1002 на 3 більше за найбільше трицифрове число.

- 2) Різниця між найбільшим чотирицифровим числом та найбільшим трицифровим числом дорівнює 1000.
- 3) Розв'язками нерівності $56\,789 < m < 56\,795$ є чотири натуральні числа.
- 4) Існує шість семицифрових натуральних чисел, які більші за число 9 999 995.
- 5) Ваша улюблена книга стоїть у ряду книг на полиці четвертою, якщо рахувати зліва направо, і дванадцятою, якщо рахувати справа наліво. Тоді всього на цій полиці 15 книг.


213. (Усно). Обчисліть:

- | | |
|------------------|--------------------|
| 1) $517 + 39$; | 5) $76 \cdot 4$; |
| 2) $6078 + 37$; | 6) $356 \cdot 3$; |
| 3) $906 - 86$; | 7) $8448 : 4$; |
| 4) $8769 - 82$; | 8) $6525 : 5$. |

214. Запишіть чотири п'ятицифрові числа, сума цифр у кожному з яких дорівнює 3.

 **215.** Запишіть п'ять шестицифрових чисел, сума цифр у кожному з яких дорівнює 2.


216. За вечір Оленка прочитала від 38-ї до 85-ї сторінки включно своєї улюбленої книжки. Скільки сторінок прочитала Оленка?

 **217.** За тиждень Михайлик розв'язав задачі, починаючи із 67-ї по 108-му включно. Скільки задач розв'язав Михайлик?

218. Висота будинку 11 м, а горіха — 8 м. На скільки метрів має підрости горіх, щоб стати вищим за будинок на 6 метрів?

219. Висота Евересту, найвищої гори планети, становить 8849 м. Найвища гора Альп — Монблан. Її висота дорівнює 4809 м. Найвища гора Європи — Ельбрус. Її висота — 5642 м.

1. Округліть висоти цих гір до десятків метрів.
2. На скільки метрів Еверест вищий за найвищу гору Європи?
3. На скільки метрів Монблан нижчий за найвищу гору планети?

 **220.** Довжина Амазонки — найдовшої річки планети — становить 6992 км, а довжина Нілу — найдовшої річки Африки — дорівнює 6690 км. У басейні річки Дунай розташовано найбільше країн, у тому числі й Україна. Довжина Дунаю становить 2850 км.

1. Округліть довжини цих річок до сотень кілометрів.
2. На скільки кілометрів Амазонка довш за найдовшу річку Африки?
3. На скільки кілометрів Дунай коротший, ніж найдовша річка планети?

221. Обчисліть значення виразів, що відповідають числам a , b та c , і розташуйте їх у порядку спадання значень: $a = 23\,678 \cdot 4 + 1007$, $b = 900\,005 : 5 - 256$, $c = (22\,335 + 456) : 3$.

222. Обчисліть значення виразів, що відповідають числам a , b та c , і розташуйте їх у порядку зростання значень: $a = 23\,688 : 4 + 789$, $b = 9456 \cdot 7 - 256$, $c = (30\,507 - 4590) \cdot 10$.

223. Маса колібрі, найменшої пташки на планеті, в середньому становить 2 г. Колібрі харчується нектаром квітів. За день ця крихітка з'їдає нектару вдвічі більше за свою масу.



1. Скільки грамів нектару потрібно зграї колібрі із 26 птахів, аби прохарчуватися один день?
2. Порівняйте масу нектару, що з'їдає одна пташка колібрі за липень, з масою нектару, що з'їдає зграя колібрі (26 птахів) за один день.

224*. Нижче наведено історичні дати винайдення телефонів.

- 10 березня 1876 року Александр Белл успішно випробував перший дротовий телефон.
- 3 квітня 1973 року Мартін Купер, головний інженер компанії Motorola, здійснив перший дзвінок по мобільному телефону, який він винайшов.
- 13 червня 1983 року на ринку Америки з'явився перший серійний мобільний телефон компанії Motorola.
- 9 січня 2007 року Стів Джобс презентував перший iPhone компанії Apple.
- 15 січня 2009 року на ринку України з'явився перший смартфон на платформі Android.



1. Скільки років минуло від дати випробування першого дротового телефону до дати здійснення дзвінка по мобільному телефону Мартіном Купером?

2. Скільки днів минуло від дати здійснення дзвінка по мобільному телефону Мартіном Купером до дати появи першого серійного мобільного телефону на ринку Америки?
3. Скільки днів минуло від дати презентації Стівом Джобсом першого iPhone до дати появи на ринку України першого смартфона на платформі Android?

(Для підрахунку кількості днів потрібно взяти до уваги високосні роки, що минають через кожні чотири роки. Високосними були 1976 рік, 1980 і т.д.)

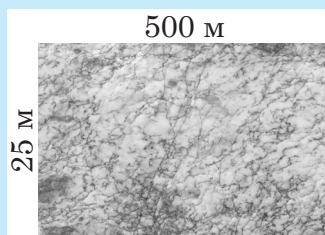
225*. Фермер зібрав урожай пшениці з площі 600 га та урожай ячменю з площі 400 га. Урожайність пшениці становила 32 ц/га, а урожайність ячменю — 38 ц/га. Закупівельна ціна на пшеницю складає 7500 грн за тонну, а на ячмінь — 6500 грн за тонну.

1. Обчисліть, який урожай пшениці та ячменю зібрав фермер (у тоннах).
2. Скільки грошей отримає фермер після реалізації пшениці та ячменю?
3. Що прибутковіше вирощувати: пшеницю чи ячмінь?

226*. Щоб зібрати ложку меду (18 г), 200 бджілок повинні працювати увесь день. Літрова банка містить 1 кг 440 г меду.

1. Скільки бджілок потрібно, щоб зібрати літрову банку меду за день?
2. Скільки днів мають працювати 200 бджілок, щоб зібрати літрову банку меду?

227*. Розміри підлоги виробничого цеху наведено на рисунку. Скільки потрібно керамічних плиток, щоб покрити ними підлогу цього цеху, якщо плитки квадратні зі стороною 25 см?



Готуємося до математичних турнірів

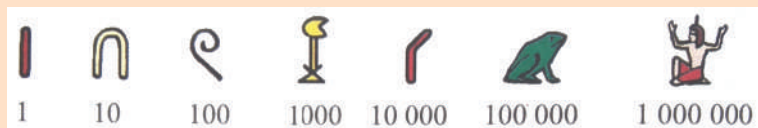


ПРО ПИСЬМОВУ НУМЕРАЦІЮ У СТАРОДАВНІ ЧАСИ

Простий та зручний спосіб запису чисел за допомогою десяти цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, яким тепер користується людство, виник не відразу і не в одній країні, а пройшов довгий і тернистий шлях.

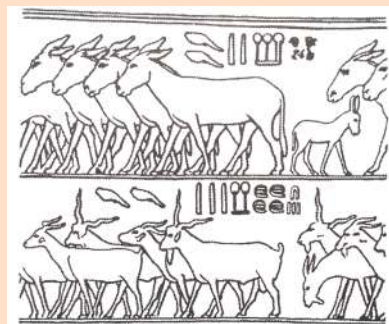
Давні єгиптяни

Найдавніші способи письмової нумерації належать до культури Стародавнього Єгипту. Система числення в цій державі теж була десятковою, але не позиційною, а складовою. Це означає, що знаки, якими виражали кількості одиниць, десятків, сотень, тисяч і так далі, просто записували один біля одного по кілька разів. А знаками були ієрогліфи:



Цікаве походження ієрогліфа для числа 100 000 — у вигляді жаби. Ймовірно, воно пов'язане з тим, що під час щорічних розливів Нілу в країні було дуже багато жаб.

На поданому тут рисунку відтворено фрагмент з опису чисельності стад на усипальниці фараона. Вгорі записано ієрогліфами число 223 000, яке означає кількість ослів, а внизу — число 232 413, що відображає кількість кіз.

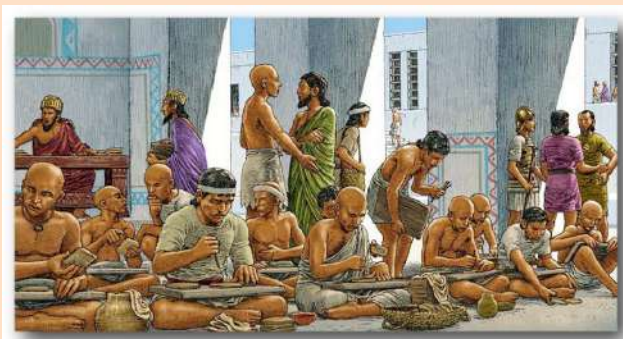


Шумерійці

Давні шумерійці, які проживали на території сучасного Іраку в долині річок Тигр і Євфрат, першими створили позиційну систему числення, в якій значення цифр залежало від їхнього розміщення в записі числа. Але ця система була не десятковою, як у єгиптян та більшості інших народів, а шістдесятковою. Відгомонам шумерійської системи є поділ години на 60 хвилин, а хвилини — на 60 секунд.

Користувались шумерійці особливим письмом — клинописом, що полягало у витисканні знаків на вологих глиняних табличках, які потім висушували. Цифри від 1 до 60 зображували за допомогою двох знаків — прямого клина ▼ (для одиниць) і «лежачого» клина ◀ (для десятків) на основі складовості. Наприклад, цифру 32 записували у формі ◀◀◀▼▼.

Під час запису більших чисел діяли аналогічно до того, як ми записуємо числа у десятковій системі. А саме: визначали, скільки в числі простих одиниць від 1 до 59, скільки шістдесяток, скільки 60×60-ток тощо і записували поряд відповідні знаки. Наприклад, число 134, у якому 2 шістдесятки і 14 простих одиниць, записували так:



Школа і майстерня з клинопису в давньому Шумері



Клинописна табличка

Значним недоліком шумерійської позиційної системи була відсутність знака «нуль» для позначення тих розрядних одиниць, яких у числі немає. Нуль винайшли індуси приблизно у 2-му тисячолітті до нашої ери. Вони ж придумали й окремі знаки для цифр від 1 до 9. Через багато століть цей винахід перейняли від них араби, а від арабів — європейці. Тому наші цифри найчастіше називають арабськими, хоча правильніше їх було б називати індійськими, або індійсько-арабськими.

Давні греки

«Що не переймали б елліни від варварів, вони завжди це суттєво вдосконалювали», — писав про своїх співвітчизників великий давньогрецький філософ Платон. Так сталося і з системою

письмової нумерації, ідею якої давні греки, на думку вчених, запозичили від єгиптян. Але для зручнішого користування вони розширили кількість індивідуальних знаків для окремих чисел, додавши позначення для чисел 5, 50, 500 і 5000, та замінили ієрогліфи на перші літери відповідних числівників. Так утворилася аттична нумерація — за назвою історичної області Греції Аттики з центром у місті Афіни. Називають її також *геродіановою* — на честь історика й граматака Геродіана (що жив на межі 2-го і 3-го століть), із творів якого європейці про неї довідалися.

В аттичній нумерації числа 5, 100, 1000 і 10 000 позначали першими літерами Γ, Η, Χ, Μ грецьких слів ΓΕΝΤΕ (генте), ΗΕΚΑΤΟΝ (хекатон), ΧΙΕΛΟΪ (хилія), ΜΥΡΙΑΟΪ (мирія). Число 10 позначали літерою Δ — від слова ΔΕΚΑ (дека — «десять»). Знаки Γ^Α, Γ^Η, Γ^Χ для чисел 50, 500 і 5000 утворювалися поєднанням знака Γ для числа 5 та знаків Δ, Η, Χ.



Ваза царя Дарія та один із фрагментів її розпису.
Скарбничий записує податі в аттичній (геродіановій) системі нумерації.

Збереглася унікальна пам'ятка з аттичною нумерацією. Це — так звана ваза царя Дарія. Вона має висоту 1 м 30 см, а її розпис відображає різні епізоди, пов'язані з приходом у Грецію цього перського завойовника. На одній із композицій у нижньому ряду зображено збір податків. Скарбничий за столиком веде облік в аттичній нумерації.

Римляни

Добре відома тепер римська нумерація виникла приблизно у 5-му столітті до нашої ери у Стародавньому Римі. Вона стала незначною видозміною аттичної нумерації. Видозміна за формою полягала в тому, що для основних чисел — 5, 10, 50, 100,

500, 1000 — почали використовувати інші позначки: відповідно V, X, L, C, D, M. Видозміною по суті стало введення позначень для чисел 4, 9, 40, 90, 400 і 900, які на одну розрядну одиницю менші від основних: IV, IX, XL, XC, CD, CM. Як бачимо, нові позначення утворилися в результаті приписування зліва знака, що відповідає певній розрядній одиниці. Отже, в римській нумерації, на відміну від аттичної, запис чисел здійснюють не тільки за принципом додавання, а й за принципом віднімання.

У підсумку записи одиниць, десятків і сотень у римській нумерації мають такий вигляд:

1–10	11–20	21–100	101–1000
I — 1	XI — 11	XXI — 21	CI — 101
II — 2	XII — 12	XXII — 22	CC — 200
III — 3	XIII — 13	XXX — 30	CCC — 300
IV — 4	XIV — 14	XL — 40	CD — 400
V — 5	XV — 15	L — 50	D — 500
VI — 6	XVI — 16	LX — 60	DC — 600
VII — 7	XVII — 17	LXX — 70	DCC — 700
VIII — 8	XVIII — 18	LXX — 80	DCCC — 800
IX — 9	XIX — 19	XC — 90	CM — 900
X — 10	XX — 20	C — 100	M — 1000

Римська нумерація є десятковою, але непозиційною. Тому для практичних розрахунків вона дуже незручна. Як наслідок, з кінця епохи Середньовіччя її поволі витіснила індійсько-арабська система, а з 16-го століття римську кумерацію майже перестали використовувати. Проте в деяких сферах її застосовують і досі. Римськими цифрами, наприклад, позначають століття й тисячоліття, супроводять імена монархів і титулованих осіб, записують порядкові номери Олімпійських ігор та світових чемпіонатів, з'їздів і конференцій, нумерують розділи та сторінки передмови у книгах тощо. Тому сучасна людина теж має бути обізнаною з цією нумерацією.



§ 5. Урок-практикум «Мандруємо Україною»

Задача 1. Загальна довжина кордону України 6993 км, із яких 5638 км становить сухопутний кордон.

1. На скільки кілометрів довжина усього кордону України більша, ніж довжина сухопутного кордону?
2. Географам потрібно сфотографувати всю ділянку кордону України за допомогою безпілотного літального апарата. Якщо цей апарат буде рухатися із середньою швидкістю 27 км/год (за більшої швидкості будуть нечіткі фотознімки), то скільки годин знадобиться для виконання цього завдання?

Задача 2. Протяжність території України із заходу на схід становить 1316 км, а з півночі на південь — 893 км.

Два мандрівники-винахідники Невгамовний та Непосидючий вирішили подолати ці відстані. Кожен із них сконструював мініатюрний всюдихід з електричним двигуном. Невгамовний планує рухатися із заходу на схід із середньою швидкістю 28 км/год, а Непосидючий — з півночі на південь із середньою швидкістю 19 км/год.

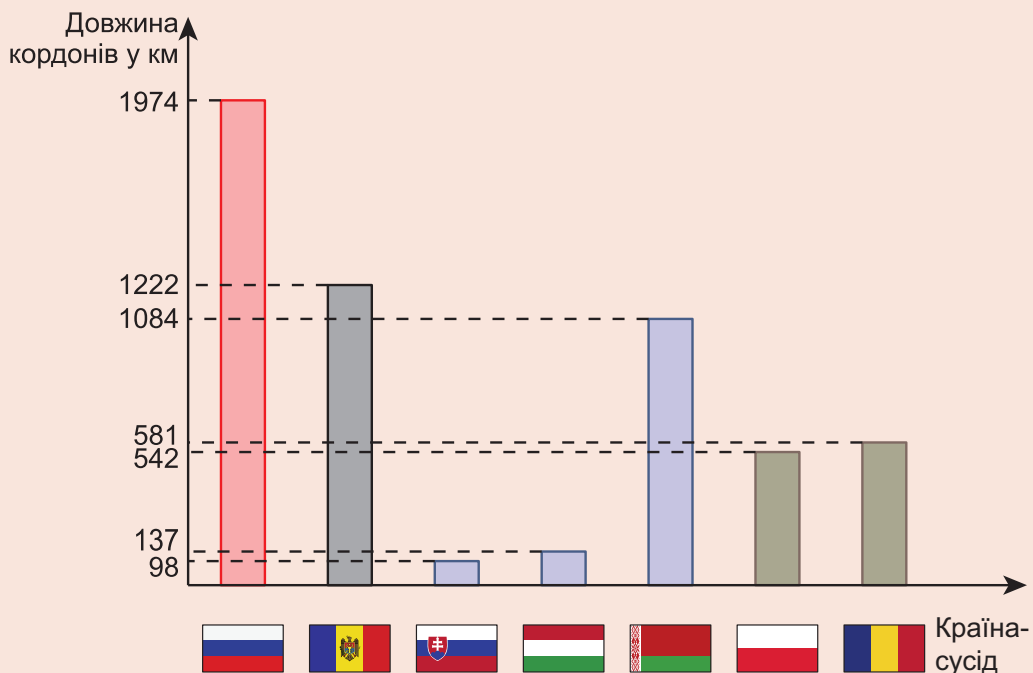
1. Скільки часу знадобиться кожному мандрівникові, щоб подолати заплановані відстані на своїх всюдиходах?
2. Якщо кожен мандрівник відпочиватиме 49 год протягом усієї подорожі, то скільки діб триватимуть їхні подорожі?
3. Мандрівник Невгамовний розпочне свою подорож із найвіддаленішої східної точки України і рухатиметься до крайньої західної точки. Мандрівник Непосидючий розпочне свою подорож із найвіддаленішої північної точки України і рухатиметься до крайньої південної точки. З'ясуйте, які населені пункти розташовані у цих точках, та знайдіть їх на географічній мапі.

Задача 3. У таблиці наведена площа України та площі деяких інших країн, із якими Україна має спільний кордон.

Порівняйте площі цих країн і пронумеруйте їх у порядку зростання, тобто номером 1 — найменшу площу, а номером 8 — найбільшу. Округліть площі країн до сотень квадратних кілометрів. Заповніть олівцем порожні графи таблиці.

Країна	Площа, км ²	Наближене значення площі, км ²	Нумерація країн у порядку зростання їхніх площ
Україна	603 628		
Польща	312 679		
Білорусь	207 600		
Словаччина	49 034		
Молдова	33 846		
Румунія	238 397		
Угорщина	93 030		
Росія	17 098 246		

Задача 4. На діаграмі наведені довжини спільних кордонів України з країнами, з якими вона межує.



- Заповніть олівцем порожні графи таблиці (див. с. 81).
- Пронумеруйте довжини спільних кордонів у порядку спадання, тобто номером 1 — найдовшу ділянку кордону, а номером 7 — найкоротшу.
- Округліть довжини спільних кордонів до десятків кілометрів.

4. На скільки кілометрів довжина найдовшої ділянки кордону більша за довжину найкоротшої ділянки кордону?

Країна	Довжина спільного кордону, км	Наближене значення довжини кордону, км	Нумерація країн у порядку спадання довжин спільних кордонів з Україною
Польща			
Білорусь			
Словаччина			
Молдова			
Румунія			
Угорщина			
Росія			

Задача 5. Найбільша піщана пустеля Європи розташована в Україні неподалік від Херсона — це Олешківські піски. Площа пустелі становить 1600 км^2 , а площа невеликої європейської країни Ліхтенштейн — 160 км^2 . Під Олешківськими пісками на глибині 400 м є велике озеро з прісною водою.

1. У скільки разів площа Олешківських пісків більша за площу Ліхтенштейну?
2. Робот-дослідник дослідив підземне озеро і прокопує вертикальний тунель, щоб вибратися на поверхню. Через 20 год він ступив на пісок. Із якою швидкістю робот прокопував тунель?



Задача 6. Територією України протікають 63 119 річок, загальна довжина яких становить 206 000 км. Довжина екватора Землі дорівнює 40 075 км.

1. На скільки кілометрів довжина земного екватора менша від довжини усіх річок України?
2. Округліть (до тисяч) кількість річок, що протікають територією України.

Задача 7. У таблиці наведено довжини шести найвідоміших карстових печер України. Довжини печер майже щороку збільшуються, оскільки спелеологи відкривають нові лабіринти.

Назва печери	Розташування	Довжина печери	Довжина печери, м
Млинки	Тернопільська область	531 600 дм	
Озерна	Тернопільська область	140 км	
Оптимістична	Тернопільська область	260 км	
Попелюшка	Чернівецька область	91 км 45 м	
Кришталева	Тернопільська область	2 300 000 см	
Атлантида	Хмельницька область	7 км 493 м	

1. Запишіть олівцем довжини печер у метрах (у порожніх графах).
2. На скільки метрів найдовша печера довша за найкоротшу печеру?
3. На скільки метрів печера Млинки коротша за найдовшу гіпсову печеру світу — Оптимістичну?
4. Скільки часу потрібно, аби пройти усіма лабіринтами печери Кришталева, якщо середня швидкість руху буде 1150 м/год?



Контрольна робота №2. Натуральні числа

1. Скільки натуральних чисел записано в даному ряду: $1\frac{2}{3}$, 0, 10, $3\frac{5}{6}$, 281, $\frac{12}{13}$, 1005?

А	Б	В	Г
3	4	5	7

2. Скільки натуральних чисел є розв'язками нерівності $425 < n < 432$?

А	Б	В	Г
чотири	п'ять	шість	сім

3. У ряд вишикувалися учні й учениці п'ятого класу. Оленка стоїть у ряду дев'ятою, якщо рахувати зліва, та двадцятою, якщо рахувати справа. Скільки дітей вишикувалися в ряд?

А	Б	В	Г
26	27	28	29

4. Число $a = 357$, а число $b = 281$. Обчисліть суму двох чисел: наступного за числом a та попереднього до числа b .

А	Б	В	Г
637	638	639	640

5. Дано числа: $a = 230\ 578$, $b = 2\ 059\ 981$ і $c = 7\ 985\ 067$. Знайдіть суму чисел, які відповідають цифрам сотень числа a , тисяч числа b і сотень тисяч числа c .

А	Б	В	Г
21	24	25	23

6. Розташуйте числа $a = 5$ год 20 хв 5 с, $b = 310$ хв 15 с і $c = 18\ 120$ с у порядку зростання.

А	Б	В	Г
a, b, c	b, c, a	c, a, b	c, b, a

7. Установіть відповідність між числом (1–3) та записом числа в десятковій системі числення (А – Д).

- Три мільярди вісімсот одна тисяча чотириста двадцять один
- Три мільярди вісімсот десять тисяч двісті сорок один
- Три мільярди сто вісім тисяч сто сорок два

А 300 801 421

Б 3 000 801 421

В 30 000 810 241

Г 3 000 108 142

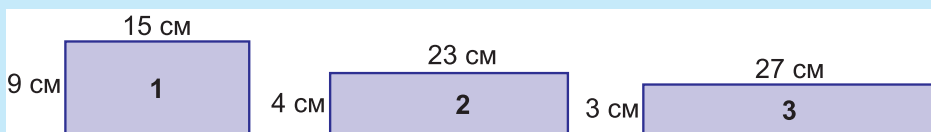
Д 3 000 810 241

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

8. Знайдіть суму та різницю найбільшого семицифрового числа та найменшого шестицифрового числа.

9. Фермер Фруктовенко зібрав 5655 кг яблук, 5 т 175 кг груш і 51 ц 25 кг слив. Округліть усі значення маси зібраних фруктів до сотень і розмістіть їх у порядку спадання.

10. На рисунку зображено три прямокутники (1–3) зі вказаними довжинами сусідніх сторін. Визначте, який із них має найбільший периметр. На скільки сантиметрів найменший периметр менший від найбільшого периметра?



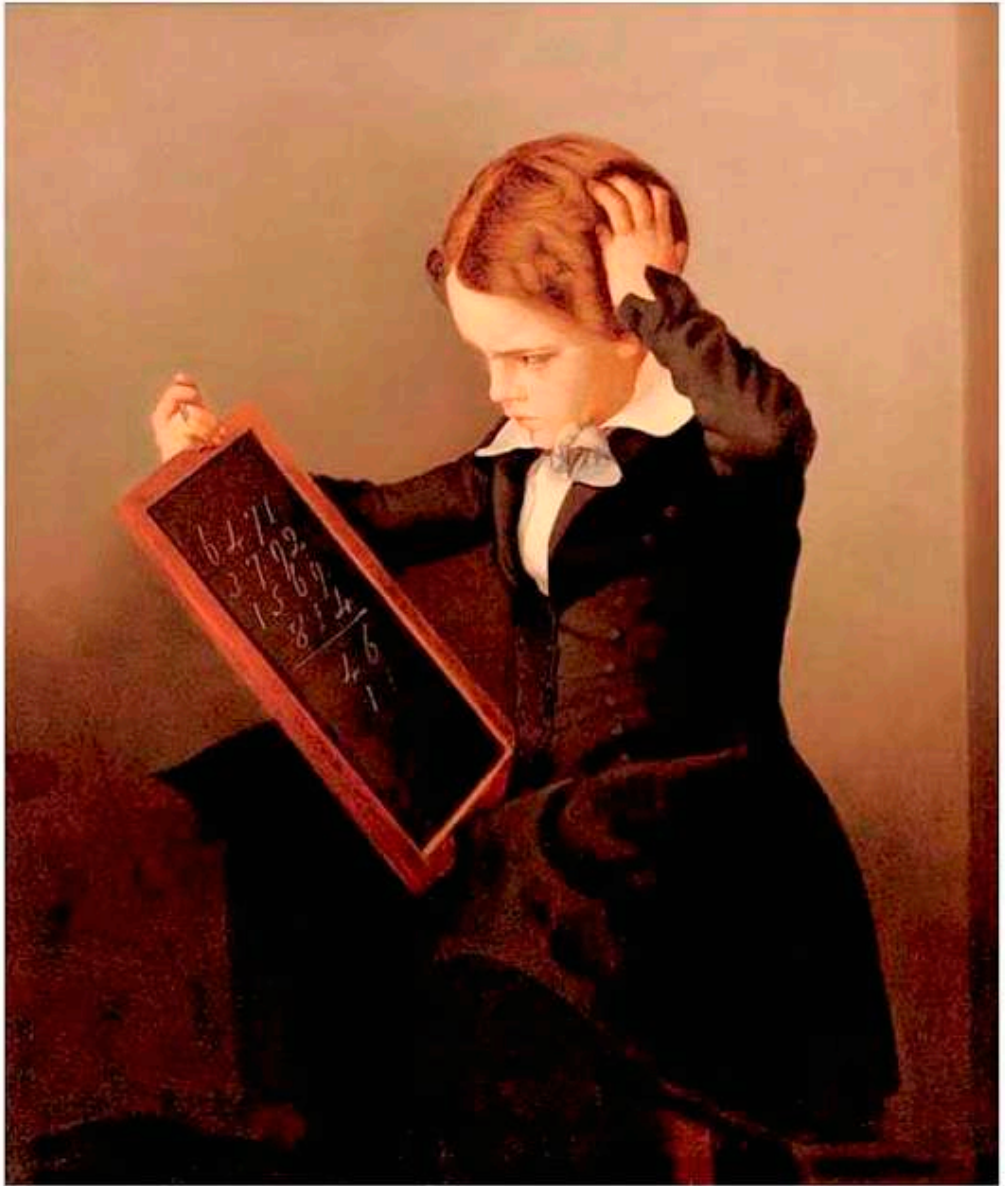
11. У таблиці наведено значення висоти п'яти найвищих гір планети, які розташовані в Гімалаях.

Назва гори	Висота гори	Висота гори, м	Округлене значення висоти до сотень	Нумерація висот гір у порядку зростання
Канченджанга	8 км 5800 дм 600 см			
Макалу	8000 м 48 500 см			
Лхоцзе	8 км 516 000 мм			

Еверест	88 000 дм 4000 см 9000 мм			
Чогорі	860 000 см 11 000 мм			

1. Запишіть значення висот гір у метрах (третьій стовпчик таблиці).
2. Округліть значення висоти кожної гори до сотень (четвертий стовпчик таблиці).
3. Порівняйте висоти гір і пронумеруйте їх у порядку зростання, тобто номером 1 — найнижчу гору, а номером 5 — найвищу (п'ятий стовпчик таблиці).

12. Якщо $5678 < n < 5685$, а $998 < m < 1009$, то якого найбільшого та якого найменшого значення набуватиме сума чисел $n + m$?



«Урок математики»

Картина невідомого англійського художника 19-го століття

Замініть в уяві грифельну дощечку в цього школяра на планшет — і ви матимете цілком сучасний сюжет на тему «Письмове додавання багатоцифрових чисел».

РОЗДІЛ 3.

ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Картина, представлена ліворуч на цьому розвороті, безсумнівно вас зацікавить. На ній школярик виконує письмове додавання у стовпчик. Картина написана в Англії два століття тому, але твір із таким сюжетом міг би з'явитись і на кілька століть раніше, а можливо, ще з'явиться і в наш час. Ось уже пів тисячоліття світ користується великим винаходом індійсько-арабської позиційної системи числення, яка дала змогу настільки чітко і зрозуміло викласти правила додавання, віднімання, множення та ділення багатоцифрових чисел, що вони стали доступними навіть дітям. А до того такими вміннями володіли лише одиниці дорослих, оскільки до 12-го століття в Європі не було нічого відомо про цю систему.

У даному розділі ви ще раз нагадаєте правила письмового додавання і віднімання натуральних чисел, відомі вам з початкової школи, і вкотре попрактикуєтесь у виконанні цих дій. Новим буде обґрунтування властивостей додавання і віднімання, які дають змогу ще більше спрощувати обчислення, та знайомих вам правил знаходження невідомих компонентів дії додавання та віднімання. Також ми розглянемо приклади застосування цих правил для розв'язування рівнянь.

§ 1. ДОДАВАННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Повторюємо теорію

1. Письмове додавання натуральних чисел.

Властивості додавання натуральних чисел

Додавати натуральні числа ви вчилися ще в початкових класах. Нагадаємо, що числа, які додають, називають **доданками**, а результат додавання — їхньою **сумою**. Суми одноцифрових та двоцифрових доданків ви знаходили усно. Наприклад, $7 + 8 = 15$, $5 + 12 = 17$, $29 + 54 = 83$ тощо.

Багатоцифрові числа ви додавали письмово, називаючи відповідне правило **додаванням «у стовпчик»**. На початку цього навчального року ви вже повторювали це правило.



Якщо сума одиниць першого стовпчика справа є одноцифровим числом, то його записують під рискою у тому самому стовпчику. Якщо ж ця сума є двоцифровим числом, то цифру його одиниць записують під рискою у тому самому стовпчику, а цифру десятків додають (переносять) до суми цифр наступного розряду. Далі так само знаходять суми цифр усіх наступних стовпчиків, враховуючи й перенесені числа з попередніх розрядів.

Ось приклад такого додавання:

Тут сума одиниць у першому стовпчику $6 + 7 = 13$. Цифру 3 підписуємо під рискою у тому самому першому стовпчику, а цифру десятків 1 переносимо до суми десятків.

Сума десятків у другому стовпчику $5 + 6 = 11$. До неї додаємо один перенесений десяток і отримуємо 12. Цифру 2 підписуємо під рискою у другому стовпчику, а цифру 1 переносимо до суми сотень. І так далі.

У підсумку буде такий результат: $549\ 903\ 456 + 49\ 934\ 567 = 599\ 838\ 023$.

	5	4	9	9	0	3	4	5	6
+		4	9	9	3	4	5	6	7
	5	9	9	8	3	8	0	2	3

2. Переставна властивість додавання

Чи зміниться результат додавання, якщо ми переставимо місцями доданки, тобто шукатимемо суму $49\ 934\ 567 + 549\ 903\ 456$?

		4	9	9	3	4	5	6	7
+	5	4	9	9	0	3	4	5	6
	5	9	9	8	3	8	0	2	3

Звісно, порядок доданків у стовпчику зміниться: доданок 549 903 456, який стояв першим, тепер переміститься на друге місце, а доданок 49 934 567, який був другим, — на перше.

Однак, діючи далі за тим самим правилом додавання багатозначних чисел, ми побачимо той самий остаточний результат: 599 838 023.

Але чи буде так при додаванні будь-яких чисел? Буде, бо, як ми щойно бачили, остаточний результат залежить від додавання у кожному розряді. А в кожному розряді ми додаємо лише одноцифрові числа, стосовно яких не маємо жодних сумнівів, що результат їхнього додавання не залежить від порядку доданків. Зокрема, в наведеному прикладі $7 + 6 = 6 + 7$, а $5 + 6 = 6 + 5$.



Від перестановки доданків сума не змінюється.

Цю властивість називають **переставною властивістю** дії додавання натуральних чисел.

Позначаючи доданки буквами a і b , її часто для спрощення записують у вигляді рівності:

$$a + b = b + a.$$

3. Сполучна властивість додавання

Додавати у стовпчик можна не тільки по два доданки, а й по три і більше.

Стосовно додавання трьох доданків можна легко перекопатися, що ми отримали б той самий результат, якби спочатку окремо додали перші два доданки, а тоді до їхньої суми додали третій. Або інакше: спочатку окремо знайшли суму другого і третього доданків, а тоді додали її до першого доданка.

Справді, оскільки цю властивість застосовують для додавання одноцифрових чисел у стовпцях, то її можна застосовувати загалом для будь-яких натуральних чисел.



Щоб до суми двох чисел додати третє число, можна до першого числа додати суму другого і третього чисел.

Цю властивість називають **сполучною властивістю** дії додавання натуральних чисел.

Позначаючи доданки буквами a , b і c , її часто для спрощення записують у вигляді рівності:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Із переставної та сполучної властивостей додавання випливає, що для знаходження суми кількох доданків їх можна довільно переставляти місцями і довільно сполучати в групи. На письмі об'єднання в групи позначають взяттям у дужки.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Обчисліть суму $421 + 845 + 79 + 55$.

Розв'язання. Дані доданки можна згрупувати так, щоб у результаті додавання утворилися «круглі» числа. А саме:

$$421 + 845 + 79 + 55 = (421 + 79) + (845 + 55) = 500 + 900 = 1400.$$

Приклад 2. Спростіть вираз $(a + 834) + 166$.

Розв'язання. $(a + 834) + 166 = a + (834 + 166) = a + 1000$.

Приклад 3. Знайдіть суму 4 км 378 м + 5 км 85 м.

Розв'язання. I спосіб. Щоб знайти суму довжин, потрібно додавати доданки, записані однаковими одиницями вимірювання, а саме:

$$4 \text{ км } 378 \text{ м} + 5 \text{ км } 85 \text{ м} = (4 \text{ км} + 5 \text{ км}) + (378 \text{ м} + 85 \text{ м}) = 9 \text{ км } 463 \text{ м}.$$

II спосіб. Щоб знайти суму довжин, можна виразити їх в однакових одиницях вимірювання.

Оскільки $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$, то

$$4 \text{ км } 378 \text{ м} + 5 \text{ км } 85 \text{ м} = 4378 \text{ м} + 5085 \text{ м} = 9463 \text{ м} = 9 \text{ км } 463 \text{ м}.$$

Приклад 4. Знайдіть суму 8 хв 37 с + 9 хв 56 с.

Знайдемо суму хвилин та суму секунд:

$$8 \text{ хв } 37 \text{ с} + 9 \text{ хв } 56 \text{ с} = (8 \text{ хв} + 9 \text{ хв}) + (37 \text{ с} + 56 \text{ с}) = 17 \text{ хв } 93 \text{ с} = 18 \text{ хв } 33 \text{ с}, \text{ оскільки } 1 \text{ хв} = 60 \text{ с}.$$



Перевірте себе

1. Як називають компоненти дії додавання?
2. Як виконують письмове додавання багатоцифрових чисел?
3. У чому полягає переставна властивість додавання? Як її можна записати за допомогою буквених позначень?
4. У чому полягає сполучна властивість додавання? Як її можна записати за допомогою буквених позначень?
5. Чи завжди можна переставляти доданки під час знаходження суми кількох чисел? А об'єднувати їх у групи?

ЗАВДАННЯ

228. (Усно). Одного дня Пан Коцький піймав 23 рибини, а іншого дня — 27 рибин. Скільки рибин піймав Пан Коцький за два дні? На скільки більше рибин піймав Пан Коцький другого дня?

229. (Усно). На першій полиці розташовано 18 книг, а на другій — на 5 книг більше. Скільки книг розташовано на двох полицях разом?

230. (Усно). Обчисліть:

1) $37 + 83$;

4) $87 + 38 + 13$;

2) $123 + 97$;

5) $14 + 79 + 21$;

3) $12 + 35 + 28$;

6) $156 + 18 + 14$.

231. (Усно). Обчисліть:

1) $25 + 4 \cdot 6$;

3) $40 + 5 \cdot 12$;

2) $7 \cdot 10 + 37$;

4) $15 \cdot 5 + 35$.

232. Виконайте додавання натуральних чисел письмово:

1) $4500 + 2\,347\,000$;

5) $8760 + 342\,109$;

2) $990\,099 + 1\,011\,111$;

6) $1\,387\,908 + 886\,909$;

3) $298\,609 + 876$;

7) $3\,479\,654\,987 + 209\,876\,905$;

4) $5678 + 34\,630$;

8) $67\,890\,548 + 7\,989\,998\,547$.

233. Виконайте додавання натуральних чисел письмово:

1) $99\,999 + 9\,111\,111$;

4) $98\,357\,097 + 5\,309\,845$;

2) $876\,590 + 3456$;

5) $8\,567\,908 + 99\,998\,856$;

3) $8\,769\,083 + 654\,378$;

6) $9\,090\,099\,099 + 222\,222\,222$.

234. На картині, що є заставкою до першого розділу, на аркуші паперу вгорі ліворуч записано вираз на додавання:

$$\begin{array}{r} + 4913 \\ + 2567 \\ \hline 7489 \end{array}$$

Чи правильно виконано цю дію? Обчисліть правильно.

235. На картині, що є заставкою до цього розділу, школярник почав виконувати додавання чотирьох чисел:

$$\begin{array}{r} 6471 \\ + 3792 \\ + 1569 \\ + 814 \\ \hline 46 \end{array}$$

Допоможіть йому завершити обчислення.

3. Порівняйте врожайність пшениці середини 20-го століття з рекордною врожайністю, що була зафіксована в Новій Зеландії.

243. Спростіть вираз:

1) $(89 + a) + 211$;

2) $847 + (553 + x)$;

3) $8097 + b + 9009$;

4) $(3457 + n) + (243 + 96\,709)$;

5) $(8967 + 23\,499) + (1133 + a)$;

6) $(m + 298\,709) + (1091 + 37\,867)$.

244. Спростіть вираз:

1) $(x + 467) + 133$;

2) $562 + (a + 548)$;

3) $34\,529 + b + 6771$;

4) $30\,009 + m + 901 + 2457$.

245. Найбільша із черепах — шкіряста: вона може досягати маси 865 кг. Маса зеленої морської черепахи — 398 кг, а сухопутної слонової черепахи — 302 кг.

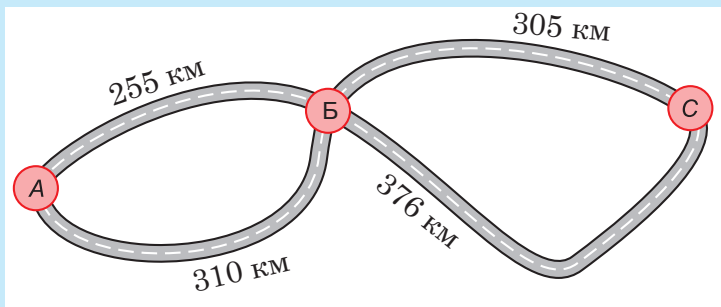


1. Обчисліть сумарну масу всіх трьох черепах зручним способом.

2. На скільки кілограмів маса найбільшої черепахи більша за масу найменшої з цих черепах?

246. У зоопарку слон щодня з'їдає 32 кг сіна, 75 кг овочів та 10 кг хліба. Скільки кілограмів цих продуктів потрібно для слона на тиждень?

247. Міста Антонівку (А), Богданівку (Б) та Степанівку (С) поєднують дороги так, як показано на рисунку. Автотурист прямує з Антонівки в Степанівку через місто Богданівка. Знайдіть довжину кожного маршруту і підкажіть автотуристові, який шлях найкоротший.



248. У зерносховищі було 955 т ячменю. Невдовзі до цього зерносховища привезли 358 т ячменю, а потім — ще 445 т. Скільки тонн ячменю стало в зерносховищі? Обчисліть зручним способом.

- 249.** Знайдіть суму іменованих чисел:
- 1) 3 м 15 см + 21 м 25 см;
 - 2) 4 кг 310 г + 12 кг 47 г;
 - 3) 3 ц 28 кг + 200 кг;
 - 4) 9 хв 34 с + 6 хв 26 с;
 - 5) 12 дм 7 см + 33 см;
 - 6) 2 год 35 хв 16 с + 9 год 25 хв 25 с.

- 250.** Знайдіть суму іменованих чисел:
- 1) 2 м 27 см + 15 м 33 см;
 - 2) 5 кг 215 г + 32 кг 35 г;
 - 3) 4 ц 54 кг + 300 кг;
 - 4) 12 хв 27 с + 16 хв 33 с.

- 251.** Як зміниться сума двох чисел, якщо:
- 1) один із доданків збільшити на 25;
 - 2) один із доданків зменшити на 15;
 - 3) один із доданків збільшити на 48, а другий — на 22;
 - 4) один із доданків зменшити на 37, а другий — збільшити на 17;
 - 5) один із доданків зменшити на 82, а другий — на 48;
 - 6) один із доданків зменшити на 27, другий доданок збільшити на 22, а потім другий доданок збільшити ще на 16?

- 252.** Як зміниться сума двох чисел, якщо:
- 1) один із доданків зменшити на 35;
 - 2) один із доданків збільшити на 90;
 - 3) один із доданків зменшити на 47, а другий — на 25;
 - 4) один із доданків збільшити на 97, а другий — зменшити на 47?

- 253.** На першій полиці супермаркету було 28 пляшок мінеральної води, на другій — на 6 пляшок більше, ніж на першій, а на третій — на 9 пляшок менше, ніж на першій та другій полицях разом. Скільки всього пляшок мінеральної води стояло на трьох полицях?

- 254.** Дмитрик допомагав мамі пекти пироги та тістечка із заварним кремом. Вони спекли 32 пироги з вишнями, що на 8 пирогів менше, ніж із сиром, а тістечок із заварним кремом — на 14 менше, ніж усіх пирогів.
1. Скільки тістечок спекли мама із Дмитриком?
 2. Скільки всього пирогів та тістечок вони спекли?

255. Знайдіть суму чисел у кожному рядку і в кожному стовпчику (див. таблицю). Заповніть порожні граfi таблиці. Під кожною сумою (або поряд із нею) записана літера, яка відповідає цій сумі. Знайдені суми розташуйте в порядку зростання й отримаєте назву одного з міст України. Яке число має бути у граfi зі знаком запитання?

653	257	743		I
245	428	755		P
347	572	653		K
			?	
X	A	B		


256*. Вінні-Пух із П'ятачком вирішили провідати Кролика. Вийшовши зі свого будинку та пройшовши 320 м, Вінні-Пух згадав, що забув удома свою велику ложку. Він повернувся, а П'ятачок продовжував свій шлях. Вінні-Пух узяв велику ложку і відразу рушив знайомим маршрутом до Кролика. Коли він підійшов до того місця, де згадав про ложку, то П'ятачок саме заходив у будинок Кролика. Яка відстань від дому Вінні-Пуха до будинку Кролика, якщо швидкості руху П'ятачка і Вінні-Пуха однакові?

257*. На двох кущах сиділи 18 горобців. Коли з другого куща полетіли 4 горобці, а з першого на другий перелетіли 5 горобців, то кількість горобців на кожному кущі стала однаковою.

1. По скільки горобців стало на кожному кущі?
2. По скільки горобців сиділо на кожному кущі спочатку?

258*. Поставте замість зірочок такі цифри, щоби рівність була правильною:

$$\begin{array}{r} 59*45 \\ + 4*8*3 \\ \hline *9*1* \end{array}$$

 **259*.** Поставте замість зірочок такі цифри, щоби рівність була правильною:

$$\begin{array}{r} 49*2* \\ + 5*871 \\ \hline **98** \end{array}$$

§ 2. ВІДНІМАННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Повторюємо теорію

1. Правило письмового віднімання

Віднімати натуральні числа ви теж вчилися ще в початкових класах. Нагадаємо, що число, від якого віднімають, називають **зменшуваним**. Число, яке віднімають від зменшуваного, називають **від'ємником**, а результат віднімання — **різницею**.

Різниці одноцифрових та двоцифрових чисел ви знаходили усно. Наприклад, $15 - 6 = 9$, $28 - 12 = 16$.

Багатоцифрові числа ви віднімали письмово, називаючи відповідне правило **відніманням «у стовпчик»**. На початку цього навчального року ви теж повторювали це правило.



Цифри однакових розрядів зменшуваного і від'ємника підписують одна під одну в одному стовпчику — одиниці під одиницями, десятки під десятками, сотні під сотнями, одиниці тисяч під одиницями тисяч і так далі. Потім обидва ці числа підводять рисою і знаходять різниці чисел у кожному стовпчику, починаючи з найнижчого розряду, а результат записують під рисою у тому самому стовпчику. Якщо ж у якомусь стовпчику цифра зменшуваного менша від цифри від'ємника, то до неї попередньо долучають (беруть) одну одиницю з наступного розряду, тобто перетворюють її на 10 одиниць цього розряду.

Ось приклад застосування цього правила (над стрілочками позначені одиниці, взяті із попереднього розряду):

$$\text{Отже, } 3\ 578\ 128 - 656\ 137 = 2\ 921\ 991.$$

Може трапитись, що в наступному розряді (назвемо його умовно другим) немає що взяти, тобто там стоїть нуль. Тоді переходять до третього розряду і взятую в ньому розрядну одиницю подрібнюють вже не на 10, а на 100 одиниць першого розряду, десять із яких беруть для завершення віднімання в першому розряді, а дев'ять десятків залишають для другого розряду, в якому стояв нуль: в одиницях цього другого розряду вони виражатимуться цифрою 9.

Знайдемо, для прикладу, різницю $93\ 048 - 47\ 365$.

Віднімання у стовпчику одиниць відразу дає потрібний результат: $8 - 5 = 3$.

	3	5	7	8	1	2	8
-		6	5	6	1	3	7
	2	9	2	1	9	9	1

	9	3	0	4	8
-	4	7	3	6	5
	4	5	6	8	3

У стовпчику десятків безпосереднє віднімання $4 - 6$ неможливе, а в розряді сотень немає змоги позичити одну сотню, тобто десять десятків. Тому позичаємо в розряді тисяч. Для другого розряду зменшуваного беремо 1 сотню, і тоді в ньому стане $10 + 4 = 14$ десятків, а 9 сотень переводимо в розряд сотень. І тепер в цих розрядах можемо виконати віднімання: $14 - 6 = 8$, $9 - 3 = 6$.

Після цього у зменшуваному в розряді тисяч залишилось 2 одиниці. Від них 7 одиниць від'ємника відняти неможливо. Тому позичаємо десять таких одиниць із наступного розряду та віднімаємо: $12 - 7 = 5$.

Насамкінець від 8 одиниць, які ще залишилися в останньому розряді зменшуваного, віднімаємо 4 одиниці цього розряду від'ємника: $8 - 4 = 4$. І маємо остаточний результат:

$$93\ 048 - 47\ 365 = 45\ 683.$$

2. Властивості віднімання

Для з'ясування важливих властивостей дії віднімання розглянемо кілька красномовних прикладів.

Приклад 1. У клітці було 126 курчат. За першу годину бабуся продала 45 курчат, а за другу годину — 54 курчати. Скільки курчат залишилося продати бабусі?

Розв'язання. I спосіб. Від загальної кількості курчат у клітці віднімемо загальну кількість проданих курчат, тобто:

$$126 - (45 + 54) = 126 - 99 = 27 \text{ (курчат).}$$

II спосіб. Виконаємо послідовне віднімання. Оскільки за першу годину було продано 45 курчат, то від загальної кількості курчат віднімемо цих 45. Тоді від знайденої різниці віднімемо кількість курчат, проданих за другу годину, тобто 54. Отримаємо той самий результат:

$$126 - 45 - 54 = 27 \text{ (курчат).}$$

$$\text{Отже, } 126 - (45 + 54) = 126 - 45 - 54.$$

Взагалі, для будь-яких натуральних чисел a , b і c правильною є рівність:

$$a - (b + c) = a - b - c.$$

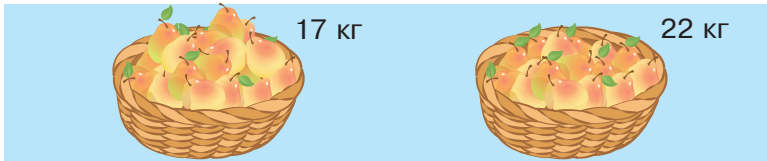


Щоб від числа відняти суму двох інших чисел, можна послідовно відняти кожен доданок окремо.

Приклад 2. В одній корзині було 17 кг груш, а в другій — 22 кг груш. Із корзин забрали 11 кг груш. Скільки кілограмів груш залишилося в корзинах?

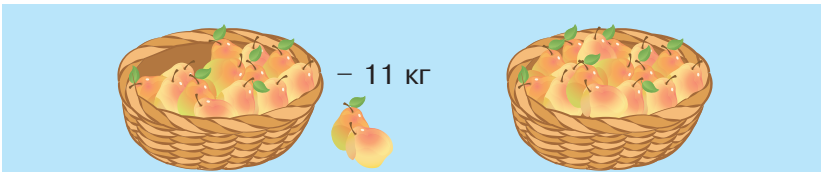
Розв'язання. I спосіб. Оскільки груші могли забирати із двох корзин, то від суми кілограмів груш в обох корзинах віднімаємо 11 кг:

$$(17 + 22) - 11 = 39 - 11 = 28 \text{ (кг)}.$$



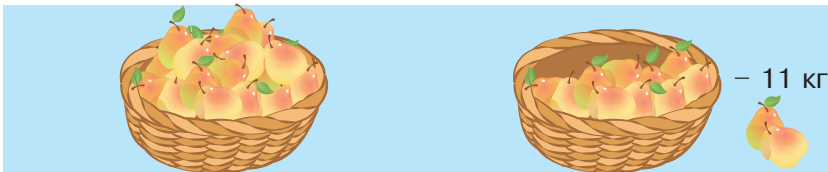
II спосіб. Груші могли забрати лише з першої корзини:

$$(17 - 11) + 22 = 6 + 22 = 28 \text{ (кг)}.$$



III спосіб. Груші могли забрати лише з другої корзини:

$$17 + (22 - 11) = 17 + 11 = 28 \text{ (кг)}.$$



Як бачимо, відповідь на запитання задачі можна було знайти трьома способами:

$$(17 + 22) - 11 = (17 - 11) + 22 = 17 + (22 - 11).$$

Загалом, для будь-яких трьох натуральних чисел a , b і c правильними є рівності:

$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c).$$



Аби від суми двох чисел відняти третє число, можна це число відняти від одного з доданків і до знайденої різниці додати інший доданок.

Звісно, це правило можна застосувати лише тоді, якщо принаймні один із доданків суми більший за від'ємник.

Наприклад, це правило неможливо застосувати для обчислення значення виразу $(47 + 55) - 97$, оскільки жодну з дій $47 - 97$ або

55 – 97 неможливо виконати. Тому тут потрібно спочатку знайти суму $47 + 55 = 102$, а вже тоді від неї віднімати 97. Шуканий результат — 5.

Приклад 3. Обчислити різницю: 5 км 257 м 12 см – 3 км 126 м.

Розв'язання. I спосіб. Цей спосіб можна використовувати у тому випадку, якщо одиниці вимірювання зменшеного більші за відповідні одиниці вимірювання від'ємника.

$$5 \text{ км } 257 \text{ м } 12 \text{ см} - 3 \text{ км } 126 \text{ м} = (5 \text{ км} - 3 \text{ км}) + (257 \text{ м} - 126 \text{ м}) + (12 \text{ см} - 0 \text{ см}) = 2 \text{ км } 131 \text{ м } 12 \text{ см}.$$

II спосіб. Потрібно звести одиниці вимірювання до однойменних.

Виразимо всі числові дані в найменших одиницях вимірювання, які маємо в умові задачі, тобто у сантиметрах.

Оскільки 5 км = 500 000 см, 257 м = 25 700 см, то

$$5 \text{ км } 257 \text{ м } 12 \text{ см} = 525 \text{ 712 см}.$$

Аналогічно, 3 км 126 м = 312 600 см.

$$\text{Тоді } 5 \text{ км } 257 \text{ м } 12 \text{ см} - 3 \text{ км } 126 \text{ м} = 525 \text{ 712 см} - 312 \text{ 600 см} = 213 \text{ 112 см} \text{ або } 2 \text{ км } 131 \text{ м } 12 \text{ см}.$$

Очевидно, що для обчислення цього виразу перший спосіб є зручнішим. Важливо вибирати найбільш раціональний спосіб обчислення.



Перевірте себе

1. Як називають компоненти дії віднімання?
2. Як виконують віднімання багатоцифрових чисел письмово?
3. Що мають на увазі, називаючи дію віднімання оберненою до додавання?
4. У чому полягають властивості віднімання числа від суми і суми від числа? Як їх можна записати за допомогою буквених позначень?

ЗАВДАННЯ

260. (Усно). Обчисліть:


- | | | |
|------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $125 - 37$; | 3) $89 - 5 \cdot 7$; | 5) $128 - 7 \cdot 10$; |
| 2) $567 - 120$; | 4) $12 \cdot 6 - 57$; | 6) $348 - 12 \cdot 10$. |

261. (Усно). Найбільша річка України — Дніпро. Загальна довжина Дніпра становить 2201 км, а довжина його частини, що протікає територією України, — 981 км. На скільки кілометрів загальна довжина Дніпра більша за довжину тієї частини, що протікає територією України?

262. (Усно). Дід Панас піймав 53 карасики. Лисичка-сестричка поцупила в нього 17 карасиків, а потім — ще 23 карасики. Скільки карасиків залишилося в діда Панаса?

263. Виконайте віднімання натуральних чисел письмово:

- | | |
|--------------------------|--------------------------------|
| 1) 54 097 – 33 810; | 5) 899 000 233 – 3 087 999; |
| 2) 9 878 891 – 769 925; | 6) 5 999 888 002 – 9 909 988; |
| 3) 35 211 119 – 899 888; | 7) 8 900 221 100 – 83 450 099; |
| 4) 1 200 009 – 99 876; | 8) 100 000 001 – 9 999 999. |

 **264.** Виконайте письмово віднімання натуральних чисел:

- | | |
|----------------------------|----------------------------------|
| 1) 876 549 – 45 679; | 4) 67 830 988 511 – 897 688 459; |
| 2) 6 765 891 – 879 936; | 5) 230 876 345 – 89 777 765; |
| 3) 53 322 229 – 9 988 899; | 6) 32 000 090 – 8 888 989. |

Значенню кожного виразу, залежно від його порядкового номера, відповідає буква:

1	2	3	4	5	6
Р	Е	У	С	К	Т

Розташуйте значення виразів у порядку спадання і отримаєте слово. Що означає це слово?

265. На картині, що є заставкою до першого розділу, на аркуші паперу внизу ліворуч записано вираз на віднімання у стовпчик:

$$\begin{array}{r} 5968 \\ - 3257 \\ \hline 2711 \end{array}$$

Чи правильно виконано цю дію?

266. (Усно). Обчисліть зручним способом:

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| 1) 68 – (19 + 28); | 3) 65 – (17 + 35); |
| 2) 73 – (33 + 18); | 4) 684 – (230 + 384). |

267. Обчисліть зручним способом:

- | | |
|-----------------------|---------------------------|
| 1) 801 – (201 + 67); | 4) 688 – (278 + 127); |
| 2) 1027 – (93 + 927); | 5) 2345 – (445 + 239); |
| 3) 876 – (129 + 126); | 6) 45 637 – (876 + 1037). |

268. Знайдіть різницю іменованих чисел:


- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) 4 год 53 хв – 2 год 12 хв; | 4) 25 т 12 ц 5 кг – 8 т 121 кг; |
| 2) 2 т 456 кг – 820 кг; | 5) 38 хв 12 с – 135 с; |
| 3) 45 дм 5 см – 3 м; | 6) 6 год – 3 год 23 хв. |

 **269.** Знайдіть різницю іменованих чисел:

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1) 8 м 12 см – 35 дм; | 3) 6 т 235 кг – 23 ц; |
| 2) 4 год 54 хв – 250 хв; | 4) 360 хв 15 с – 245 с. |

270. Суму чисел 875 690 і 34 578 зменшіть на число 456 799.

271. Різницю чисел 9 088 008 і 987 650 збільшіть на число 9 122 099.

 **272.** Різницю чисел 56 894 599 і 1 749 609 збільшіть на число 5 674 989.


273. Найдовша коса в Україні — Арабатська стрілка. Її довжина становить 115 км, а ширина в різних місцях — від 270 м до 7 км 500 м.

1. Яка різниця між найбільшим і найменшим значеннями ширини Арабатської стрілки?
2. Скільки часу потрібно велотуристові, аби проїхати вздовж Арабатську стрілку на велосипеді з електричним приводом, якщо швидкість його руху становить 23 км/год?



274. Фермер засіяв пшеницею 175 га орендованої землі, гречкою — на 46 га менше, ніж пшеницею, а соєю — на 28 га менше, ніж гречкою.

1. На скільки гектарів засіяна пшеницею площа землі більша, ніж площа, засіяна соєю?
2. Яка площа усієї ділянки орендованої фермером землі?

 **275.** Найбільші суцвіття на планеті мають дерева та рослини, які цвітуть лише раз за своє життя. Суцвіття таліпової пальми досягає 14 м завдовжки і 12 м завширшки, а суцвіття рослини пуйї досягає 10 м 70 см завдовжки та 2 м 40 см завширшки.

1. На скільки сантиметрів довжина суцвіття таліпової пальми більша за довжину суцвіття пуйї?
2. На скільки сантиметрів ширина суцвіття пуйї менша від ширини суцвіття таліпової пальми?



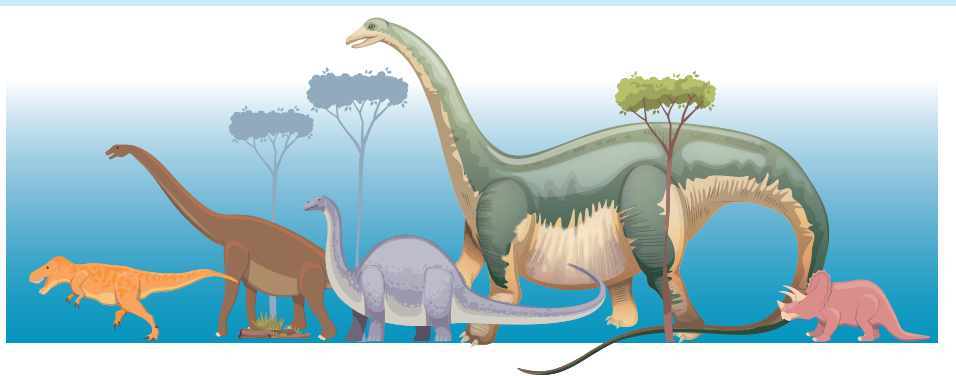
276. Довжина сухопутного кордону України становить 5638 км. Найдовший кордон Україна має з Росією (завдовжки 1974 км), а найкоротший — зі Словаччиною (завдовжки 98 км).

1. На скільки кілометрів довжина сухопутного кордону України з Росією більша за довжину її кордону зі Словаччиною?
2. На скільки кілометрів довжина сухопутного кордону України зі всіма іншими країнами, крім Росії та Словаччини, менша від довжини усього сухопутного кордону?

277. У таблиці наведені маси та довжини тіл кількох динозаврів, які в давні часи мешкали на нашій планеті.

Динозавр	Маса	Маса, кг	Довжина тіла	Довжина тіла, см
Тиранозавр	7 000 000 г		13 м	
Бронтозавр	150 ц		220 дм	
Цератопс (рогатий динозавр)	25 ц		6000 мм	
Титанозавр	70 000 кг		370 дм	
Диплодок	16 т		33 м	

1. Запишіть олівцем маси динозаврів у кілограмах (у відповідній графі).
2. Запишіть олівцем довжини тіл динозаврів у сантиметрах (у відповідній графі).
3. На скільки кілограмів маса найбільшого динозавра більша за масу найменшого динозавра?
4. На скільки сантиметрів довжина тіла найкоротшого динозавра менша від довжини тіла найдовшого динозавра?





278. У таблиці наведені довжини найбільших печер України.

Назва печери	Місце розташування	Довжина печери	Довжина печери, м
Млинки	Тернопільська обл.	531 600 дм	
Озерна	Тернопільська обл.	140 км	
Оптимістична	Тернопільська обл.	260 км	
Мармурова	АР Крим	2 050 000 мм	
Кришталева	Тернопільська обл.	23 000 м	

1. Запишіть олівцем довжини печер у метрах (у відповідній графі).
2. На скільки метрів найдовша печера довша за найкоротшу печеру?
3. На скільки метрів печера Кришталева коротша від печери Озерна?



279. Швидкісний поїзд Інтерсіті Київ — Львів о 6 год 50 хв відправляється з Києва. У Львів поїзд прибуває о 13 год 45 хв. Скільки часу рухається поїзд із Києва до Львова?

280. У трьох вагонах вантажного поїзда було 95 320 кг вантажу. На залізничній станції у перший вагон довантажили 3 т 2 ц вантажу, із другого вагона вивантажили 2980 кг вантажу, а в третій вагон завантажили ще 5 т 560 кг вантажу. Скільки кілограмів вантажу стало у трьох вагонах разом?



281. Виміряйте зріст усіх членів вашої родини. З'ясуйте, на скільки сантиметрів найвищий член родини вищий за найнижчого члена родини.

282. Практичне завдання: мій інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та розв'яжіть задачі про планету Земля.



§ 3. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВПРАВ І ЗАДАЧ

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1.

Обчислити зручним способом: $987 - 129 - 301$.

Розв'язання. Оскільки $a - b - c = a - (b + c)$, то
 $987 - 129 - 301 = 987 - (129 + 301) = 987 - 430 = 557$.

Приклад 2.

Спростити вираз: $567\ 850 - (a + 850)$.

Розв'язання. За властивостями віднімання чисел:
 $567\ 850 - (a + 850) = 567\ 850 - 850 - a = 567\ 000 - a$.

Оскільки невідомо, яке число відповідає a , то маємо остаточний вираз.

Приклад 3. У крамниці, що продає гаджети, на двох полицях усього 32 смартфонів. Чи зміниться загальна кількість смартфонів на полицях, якщо з однієї на іншу переставити 5 смартфонів?

Розв'язання. Нехай на кожній із полиць по 16 смартфонів. Переставимо з першої полиці на другу 5 смартфонів. Тоді на першій полиці буде 11 смартфонів, а на другій — 21 смартфон, проте загальна кількість смартфонів на обох полицях не зміниться:
 $16 + 16 = 11 + 21 = 32$.

Приклад 4. У братика й сестрички є певні вподобайки на їхніх сторінках у соцімережі. У братика на 15 уподобайок більше, ніж у сестрички. Як зміниться ця різниця, якщо за добу друзі додали на їхні сторінки по 10 уподобайок?

Розв'язання. Нехай у братика 120 уподобайок, а в сестрички 105 уподобайок; різниця $120 - 105$ дорівнює 15. Оскільки за добу друзі додали на їхні сторінки по 10 уподобайок, то зменшуване 120 і від'ємник 105 збільшуємо на 10 і знайдемо різницю:

$$(120 + 10) - (105 + 10) = 130 - 115 = 15.$$

Приклад 5. Братик і сестричка колекціонують стікери. У сестрички на 15 стікерів більше, ніж у братика. Як зміниться різниця їхніх стікерів, якщо кожен із них подарує по 5 стікерів своїм друзям?

Розв'язання. Нехай у сестрички 60 стікерів, а в братика 45 стікерів; різниця $60 - 45$ дорівнює 15. Оскільки кожен із них подарує по 5 стікерів своїм друзям, то зменшуване 60 і від'ємник 45 зменшуємо на 5 і знайдемо різницю:

$$(60 - 5) - (45 - 5) = 55 - 40 = 15.$$

Приклад 6. Як зміниться різниця чисел, якщо зменшуване зменшити на 10, а від'ємник збільшити на 8?

Розв'язання. Зменшення зменшуваного на певне число зменшує різницю на те саме число.

Виконується властивість віднімання: $(a - b) - c = a - b - c$.

Тому, якщо зменшуване зменшити на 10, то різниця зменшиться також на 10.

Якщо від'ємник збільшити на деяке число, то різниця зменшиться на те саме число. Виконується властивість віднімання: $a - (b + c) = a - b - c$.

Тому, якщо від'ємник збільшити на 8, то різниця зменшиться також на 8.

Отже, якщо різниця зменшується на 10, а потім іще на 8, то маємо її сумарне зменшення на 18.

ЗАВДАННЯ

283. (Усно). Обчисліть:

- | | |
|----------------------|--------------------|
| 1) 76 000 – 5000; | 4) 65 130 + 1270; |
| 2) 456 000 + 14 000; | 5) 788 280 – 1280; |
| 3) 853 000 – 21 000; | 6) 258 209 + 1001. |

284. (Усно). Площа Африки становить 29 200 000 км², а площа Антарктиди дорівнює 13 900 000 км². На скільки квадратних кілометрів площа Антарктиди менша від площі Африки?

285. (Усно). У двох корзинах квітникарки Одарки було 28 троянд. Із першої корзини вона продала 8 троянд, а тоді передала 8 троянд в неї з другої корзини 4 троянди. Скільки троянд залишилося продати квітникарці Одарці?

286. (Усно). Обчисліть:

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| 1) $5 \cdot 13 - 25$; | 3) $8 \cdot 5 - 4 \cdot 8$; |
| 2) $56 + 3 \cdot 12$; | 4) $9 \cdot 11 + 0$. |

287. На скільки:

- 1) число 90 878 921 більше за число 888 891;
- 2) число 98 989 898 більше за число 454 545;
- 3) число 896 001 менше від числа 98 955 001;
- 4) число 67 854 менше від числа 1 000 000;
- 5) число 9 855 505 більше за число 88 888;
- 6) число 223 344 менше від числа 20 202 020?



288. На скільки:

- 1) число 8 976 094 більше за число 35 094;
- 2) число 459 011 менше від числа 110 548 001;
- 3) число 20 202 020 більше за число 999 999;
- 4) число 1 298 709 менше від числа 50 234 898?

289. Обчисліть зручним способом:

- 1) $(523 + 698) - 223$;
- 2) $(675 + 319) - 219$;
- 3) $(6786 + 675) - 686$;
- 4) $8934 - (287 + 434)$;
- 5) $8747 - (547 + 99)$;
- 6) $9898 - (699 + 598)$.

290. Як зміниться різниця чисел:

- 1) якщо зменшуване збільшити на 10;
- 2) якщо від'ємник збільшити на 12;
- 3) якщо від'ємник зменшити на 9;
- 4) якщо зменшуване зменшити на 6;
- 5) якщо зменшуване збільшити на 8 і від'ємник збільшити на 6;
- 6) якщо зменшуване зменшити на 10, а від'ємник збільшити на 9?



291. Як зміниться різниця чисел:

- 1) якщо зменшуване зменшити на 9 і від'ємник зменшити на 9;
- 2) якщо від'ємник збільшити на 8;
- 3) якщо від'ємник зменшити на 7;
- 4) якщо зменшуване зменшити на 25, а від'ємник збільшити на 11?

292. Обчисліть значення виразів та запишіть замість крапок такі числа, щоб рівності були правильними.

- 1) $57 - 29 = \dots - 30$;
- 2) $457 - 96 = \dots - 100$;
- 3) $891 - 68 = 890 - \dots$;
- 4) $758 - 391 = \dots - 400$;
- 5) $568 + 89 = \dots + 90$;
- 6) $776 + 395 = \dots + 400$.



293. Обчисліть значення виразів та запишіть замість крапок такі числа, щоб рівності були правильними.

- 1) $977 - 299 = \dots - 300$;
- 2) $1258 - 318 = 1260 - \dots$;
- 3) $897 + 128 = 900 + \dots$;
- 4) $988 + 257 = \dots + 250$.

294. Спростіть вираз:

- 1) $(681 + x) - 281$;
- 2) $(a + 8990) - 1320$;
- 3) $1860 - (b + 45)$;
- 4) $99\,505 - (1405 + n)$;
- 5) $(98\,704 + a) - 21\,003$;
- 6) $77\,777 - (p + 17\,070)$.

295. Спростіть вираз:

1) $(256 + x) - 55$;

3) $78\,654 - (b + 254)$;

2) $(a + 19\,340) - 1330$;

4) $9\,866\,125 - (11\,114 + n)$.

296.

У крамниці, що продає гаджети, на двох полицях разом 36 смартфонів. Протягом тижня з однієї полиці було продано 6 смартфонів, а з іншої — 8 смартфонів. Із першої полиці на другу переклали 3 смартфони. Скільки смартфонів залишилося на обох полицях разом наприкінці тижня?

297.

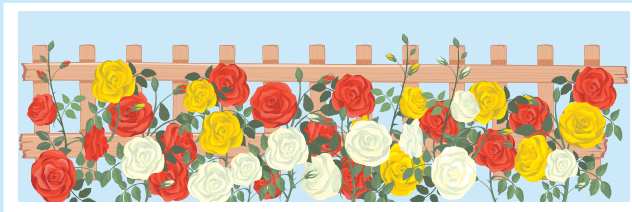
У 1928 році в Україні було видано 6650 україномовних книг за назвами, а в 1929 році — на 1237 книг менше.

1. Скільки україномовних книг було видано в Україні у 1929 році?

2. Скільки всього україномовних книг було видано у 1928 та в 1929 роках?

298.

На садовій ділянці господиня вирощує червоні, білі та жовті троянди. Червоних троянд 83 кущі, білих — на 23 кущі менше, ніж червоних, а жовтих — на 12 кущів більше, ніж білих. Скільки всього кущів троянд вирощує господиня?



299. У лісовому господарстві зрізали 568 дерев, пошкоджених буревієм, а натомість посадили 650 молодих дерев. Як змінилася кількість дерев у лісовому господарстві?

300.

Один із найбільших безпілотних літальних апаратів MQ-9 Reaper під час бойового вильоту протягом трьох годин летів із крейсерською (тобто оптимальною) швидкістю 160 км/год, протягом 2 год 30 хв — зі швидкістю 300 км/год, а протягом двох годин — із максимальною швидкістю 400 км/год.



1. Яку відстань подолав безпілотник за 7 год 30 хв?

2. Яку ще відстань може пролетіти безпілотник до максимальної, що становить 5920 км?

301. Найбільший у світі літак АН-225 «Мрія», спроектований і виготовлений в Україні, протягом 4 год 30 хв летів із крейсерською швидкістю 800 км/год, а протягом трьох годин — з максимальною швидкістю 850 км/год.



1. Яку відстань подолав літак «Мрія» за 7 год 30 хв?
2. Яку іще відстань може пролетіти літак «Мрія» до максимальної, що становить 15 400 км?

302. Найбільша тварина на нашій планеті — блакитний кит. Маса кита-мама та маленького китеняти разом становить 186 300 кг, а маса кита-тата і маленького китеняти разом — 193 т 300 кг. Яка маса окремо кожної тварини, якщо їхня загальна маса становить 367 300 кг?

303. За перший і другий тижні місяця підприємство «Стрибай прудко» виготовило 853 самокати, а за другий та третій тижні — 817 самокатів. Усього за три тижні було виготовлено 1275 самокатів. Скільки самокатів виготовляло підприємство «Стрибай прудко» кожного тижня?



РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Розв'язати рівняння:

$$(5\ 674\ 901 + x) + 807\ 865 = 20\ 986\ 505.$$

Розв'язання. I спосіб. Вираз, записаний у дужках, вважати-мемо першим доданком.

$$\text{Тоді: } 5\ 674\ 901 + x = 20\ 986\ 505 - 807\ 865,$$

$$5\ 674\ 901 + x = 20\ 178\ 640,$$

$$x = 20\ 178\ 640 - 5\ 674\ 901,$$

$$x = 14\ 503\ 739.$$

	2	0	9	8	6	5	0	5
-			8	0	7	8	6	5
	2	0	1	7	8	6	4	0

	2	0	1	7	8	6	4	0
-		5	6	7	4	9	0	1
	1	4	5	0	3	7	3	9

II спосіб. За властивостями додавання:

$$5\ 674\ 901 + x + 807\ 865 = 20\ 986\ 505,$$

$$5\ 674\ 901 + 807\ 865 + x = 20\ 986\ 505,$$

$$6\,482\,766 + x = 20\,986\,505,$$

$$x = 20\,986\,505 - 6\,482\,766,$$

$$x = 14\,503\,739.$$

Приклад 2. Розв'язати рівняння:

$$782\,055 - (a + 1050) = 50\,225.$$

Розв'язання. I спосіб. Вираз у дужках знайдемо як невідомий від'ємник:

$$a + 1050 = 782\,055 - 50\,225,$$

$$a + 1050 = 731\,830,$$

$$a = 731\,830 - 1050,$$

$$a = 730\,780.$$

II спосіб. Використаємо властивості віднімання чисел:

$$782\,055 - a - 1050 = 50\,225,$$

$$782\,055 - 1050 - a = 50\,225,$$

$$781\,005 - a = 50\,225,$$

$$a = 781\,005 - 50\,225,$$

$$a = 730\,780.$$

ЗАВДАННЯ

304. (Усно). Уставте замість крапок такі числа, щоб утворилися правильні рівності:

1) $\dots + 25 = 105;$	3) $287 - \dots = 27;$
2) $421 + \dots = 450;$	4) $\dots - 132 = 408.$

305. (Усно). Миколка та Наталка колекціонують календарики. Разом у них 500 календариків. Скільки календариків у Наталки, якщо в Миколки їх 255?

306. (Усно). У 1615 році була заснована Київська братська школа, з якої утворилася Києво-Могилянська академія. У 1734 році до Києво-Могилянської академії вступив український філософ Григорій Сковорода. Скільки років минуло від заснування братської школи до вступу Сковороди до Києво-Могилянської академії?



307. (Усно). Уставте замість крапок такі числа, щоб утворилися правильні рівності:

1) $5 \cdot 13 - \dots = 15;$	3) $100 : 5 - \dots = 0;$
2) $\dots - 7 \cdot 12 = 16;$	4) $\dots + 105 : 5 = 40.$

308. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $98\,781 + a = 100\,001$;
- 2) $x + 890\,459 = 1\,000\,909$;
- 3) $(y + 9989) + 98\,760 = 1\,110\,110$;
- 4) $b + 7856 + 80\,974 = 907\,903$;
- 5) $(x + 85\,632) + 24\,568 = 130\,002$;
- 6) $2568 + (a + 20\,432) + 9235 = 125\,307$.

309. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $986\,709 - x = 5609$;
- 2) $y - 12\,229 = 1971$;
- 3) $(20\,098 - a) + 2450 = 3650$;
- 4) $(56\,790 + x) - 1002 = 301\,598$;
- 5) $9\,090\,909 - (y + 909) = 235\,990$;
- 6) $(101\,020 - a) - 2364 = 636$.

 **310.** Розв'яжіть рівняння:

- 1) $78\,605 - x = 2304$;
- 2) $a - 98\,690 = 901\,010$;
- 3) $(x + 111\,222) + 20\,981 = 565\,081$;
- 4) $983\,590 - (b + 2490) = 105\,876$;
- 5) $(a + 89\,756) - 12\,345 = 1\,012\,655$;
- 6) $(y - 90\,908) - 8989 = 121$.

Кореню кожного рівняння, залежно від його номера, відповідає буква:

1	2	3	4	5	6
Н	П	Т	У	Л	О

Розташуйте корені рівнянь у порядку спадання й отримаєте назву одного із тіл Сонячної системи.

311. Заповніть порожні графи таблиці. У п'ятому рядку запишіть суми чисел, що розташовані у відповідних стовпцях. Кожній із цих сум відповідає певна літера. Упорядкуйте знайдені суми в порядку зростання й отримаєте назву столиці однієї з європейських країн. Де розташована ця країна?

a	b	c	$a + b + c$
128		302	570
	271	89	860
97	120	853	
С	О	Л	О

312.

Заповніть порожні графи таблиці так, щоб суми чисел кожного стовпчика, рядка і кожної діагоналі були однакові.

103		91
	100	
		87

313.

Після ситного обіду крокодил може не їсти протягом місяця. 28 червня о 6-й годині ранку крокодил смачно поїв. Наступний ситний обід був у крокодила 29 липня о першій годині дня.



1. Скільки днів минуло від першого ситного обіду крокодила до другого?
2. Скільки годин минуло від першого ситного обіду крокодила до другого?

314.

У 1047 році Ярослав Мудрий заснував першу в Київській Русі бібліотеку, книги в якій були рукописними. За п'ятдесят років до того київський князь Володимир Святославич відкрив першу в Київській Русі школу. Першою друкованою книгою в Україні став «Апостол», виданий у 1547 році Іваном Федоровим у Львові.



1. У якому році князь Володимир Святославич відкрив першу в Київській Русі школу?
2. Скільки років минуло від часу заснування Ярославом Мудрим першої бібліотеки до видання першої друкованої книги?

315.

На діаграмі (див. рисунок) наведено дані про врожай яблук, зібраних фермером Яблуненком за чотири тижні жовтня.

1. Скільки кілограмів яблук зібрав фермер за перший тиждень жовтня, якщо це було на 3750 кг більше, ніж він зібрав за четвертий тиждень?



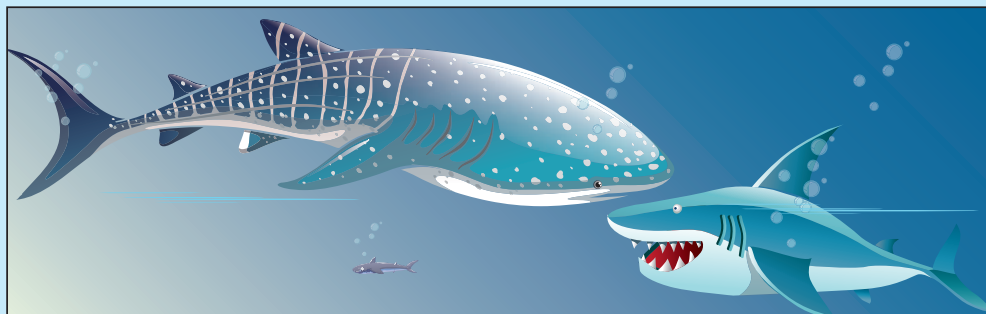
2. На скільки кілограмів яблук більше зібрав фермер за другий тиждень порівняно з найменшим зібраним урожаєм?
 3. Скільки кілограмів яблук зібрав фермер за весь жовтень?

316. Бухгалтерка Необережна склала звітну відомість надходжень і витрат підприємства за три місяці (див. таблицю). Звітна відомість бухгалтерки намокла, і деякі числа розпливлися (порожні граfi таблиці). Допоможіть бухгалтерці Необережній відновити записи.

Місяць	Надійшло, грн	Витрачено, грн	Залишок, грн
Березень	2 345 870		987 920
Квітень		1 259 870	3 678 900
Травень	4 568 950	1 050 350	
Разом		3 668 170	

317. В іхтіолога Зачарованого намокла таблиця, в якій наведені довжини трьох видів акул та різниці довжин цих акул. Деякі дані змило водою. Допоможіть іхтіологу Зачарованому заповнити таблицю.

Акула	Довжина акули	Різниця довжин акул
Катран	1500 см	Катран і карликова акула — 1 м 25 см
Китова акула	?	Китова і карликова акули — 1975 см
Карликова акула	?	Китова акула й катран — ?



318. (Усно). Уставте замість крапок такі числа, щоб утворилися правильні рівності:

1) $\dots + 458 = 869$;

3) $1256 - \dots = 905$;

2) $367 + \dots = 1087$;

4) $\dots - 1097 = 205$.

319. (Усно). Коли у завантажений морозивом автомобіль-рефрижератор довантажили ще 957 кг цього продукту, то загальна маса морозива стала 3010 кг. Скільки кілограмів морозива було завантажено в автомобіль спочатку?

320. (Усно). Коли майстер Фломайстер відрізав від дроту завдовжки 125 см деяку його частину, то залишилося 44 см дроту. Скільки сантиметрів дроту відрізав майстер Фломайстер?

321. (Усно). У 1285 році древляни закопали скарб. Через 734 роки археологи знайшли скарб. У якому році археологи знайшли скарб?

322. Заповніть порожні графи таблиці, в якій зазначено відстані, швидкості та час руху.

s	v	t
120 км		2 год
	80 км/год	2 год 30 хв
	320 км/год	30 хв
240 км		1 год 30 хв

323. Голки їжаків та дикобразів захищають їх від холоду. У дорослого їжака біологи нарахували 5656 голок, а в молодого їжака — 3054 голки. У дикобраза 29 569 голок.

1. Скільки голок разом у дорослого їжака й дикобраза?
2. На скільки голок більше у дикобраза, ніж в обох їжаків разом?



324. У супермаркеті у двох контейнерах було 980 кг цибулі. Коли працівниці супермаркету додали ще 50 кг цибулі, то в першому контейнері цибулі стало на 125 кг більше, ніж у другому. Скільки кілограмів цибулі стало в кожному контейнері?

325. У двох фурах було 25 300 кг вантажу. Коли довантажили ще 3 т 320 кг вантажу, то в другій фурі вантажу стало на 1250 кг більше, ніж у першій. Скільки кілограмів вантажу стало у кожній фурі?

326. На складі пального три цистерни з бензином та одна (четверта) цистерна з дизельним паливом. Кількість пального у кожній цистерні наведена в таблиці. Протягом одного робочого дня пальне забирають із цистерн та заповнюють цистерни новим паливом. Проаналізуйте дані таблиці і дайте відповіді на запитання.

Номери цистерн	Кількість пального на початку робочого дня	Вивезли пального	Завезли пального	Кількість пального наприкінці робочого дня
1	56 т 300 кг	–	32 т 400 кг	?
2	85 т 4 ц	19 т 200 кг	20 т	?
3	122 т 5 ц	25 т	–	?
4	98 т 680 кг	37 т	25 т 200 кг	?

- Обчисліть, скільки пального залишилося в кожній цистерні наприкінці робочого дня.
- Скільки всього бензину було на складі на початку робочого дня?
- Скільки всього пального залишилося в цистернах наприкінці робочого дня?

327. Троє п'ятикласників колекціонують марки. В одного з них 195 марок, що на 23 марки більше, ніж у другого. Скільки марок у третього п'ятикласника, якщо разом у хлопців 556 марок?

328. Аби прогудувати пташенят, ластівки мама і тато за три дні здійснили 1750 польотів. Першого дня було 568 польотів, що на 54 польоти менше, ніж другого дня. Скільки польотів здійснили ластівки-батьки третього дня?

329. Під дією атмосферних опадів та вітру найвища гора Західної Європи Монблан щороку в середньому втрачає 3 см. У 2020 році висота гори становила 4870 м. Якою буде висота гори Монблан у 2050 році?



330.

У Чернівецькій області вирощують дерева павловнії (інша назва — адамове дерево), які ростуть дуже швидко і щороку виростають на 280 см. На початку 2021 року висота однієї з павловній становила 1 м 50 см. Якою буде висота цієї павловнії у 2042 році?



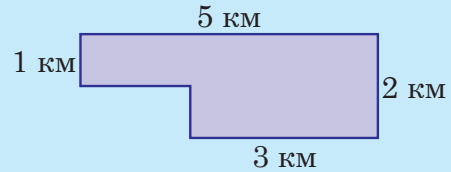
331.

Листя одного дорослого дерева павловнії за рік поглинає 22 кг вуглекислого газу і виділяє 6 кг кисню.

1. Скільки кілограмів шкідливого вуглекислого газу за 2 роки поглинуть 10 дорослих дерев павловнії?
2. Скільки кілограмів кисню виділять 100 павловній за 10 років?

332*.

Квіти павловнії — чудові медоноси. З 1 га насаджень цих дерев бджоли можуть зібрати 700 кг меду. На рисунку наведена схема ділянки лісу, на якій ростуть павловнії. Скільки кілограмів меду можуть зібрати бджоли з цієї ділянки?



Примітка. $1 \text{ км}^2 = 100 \text{ га}$.

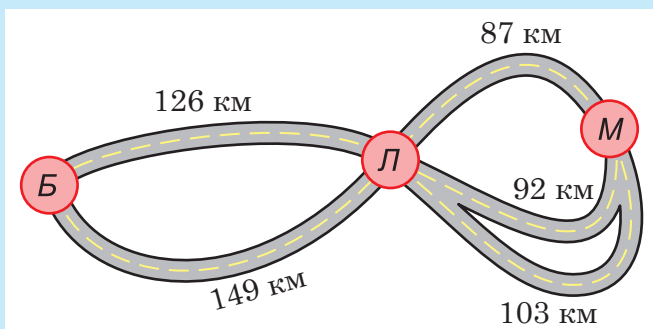
333.

Заповніть порожні графи таблиці, в якій наведено швидкості польоту деяких птахів, час руху або відстань.

Вид птаха	Швидкість руху, км/год	Час руху	Відстань, км
Срібляста чайка		3 год	147
Ластівка		1 год 30 хв	99
Сокіл-сапсан	140	2 год 30 хв	
Галка	60		240

334*.

На рисунку (с. 116) наведено схему доріг між містами Бананія (Б), Лимонія (Л) та Мандаринія (М). Над кожною дорогою зазначено відстань між відповідними містами. Визначте найкоротшу та найдовшу відстані, які потрібно подолати, аби потрапити з Бананії у Мандаринію.

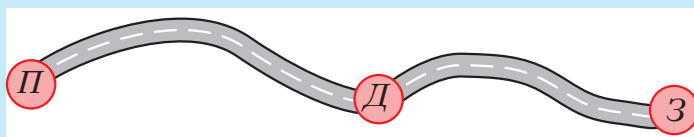


335*. О 10 годині від порту міста Лимонадія відійшов теплохід зі швидкістю 32 км/год і рухався з цією швидкістю 6 год до порту міста Абрикосія. О 14 годині зі злітного майданчика порту Лимонадія вилетів гвинтокрил зі швидкістю 384 км/год.

1. Яка відстань між портами Лимонадії й Абрикосії?
2. На якій відстані від Лимонадії гвинтокрил наздожене теплохід?
3. О котрій годині гвинтокрил прилетить в Абрикосію?



336. На рисунку показано дороги між містами Причепилівка (П), Доженилівка (Д) та Зачепилівка (З) (див. рисунок). Із Причепилівки до Доженилівки автотуристи рухалися зі швидкістю 85 км/год протягом двох годин. Із Доженилівки до Зачепилівки автотуристи збільшили швидкість руху на 5 км/год і рухалися 1 год 30 хв.



1. З якою швидкістю рухалися автотуристи до Зачепилівки?
2. Яку загальну відстань подолали автотуристи?



Готуємося до математичних турнірів





§ 4. Урок-практикум «Міст Акасі-Кайку, або Міст Перлина»

Задача 1. В Японії протоку Акасі перетинає найдовший у світі підвісний міст, який називають «міст Перлина». Міст складається із трьох частин — центральної та двох бічних, що прилягають до берегів протоки. Загальна довжина мосту становить 3911 м, довжина центральної частини — 1991 м, а довжина кожної бічної частини — 960 м.

1. На скільки метрів довжина центральної частини мосту коротша, ніж його загальна довжина?
2. На скільки метрів загальна довжина мосту довшя за суму довжин двох бічних частин?



Задача 2. Будівництво мосту розпочалося 1 квітня 1986 року і з перервою на два роки завершилося 5 квітня 1998 року. Перерва була вимушеною — для вирішення технічних проблем, що виникли на старті будівництва.

1. Скільки років тривали всі роботи з будівництва мосту?
2. Скільки років тривало інтенсивне будівництво мосту, яке розпочалося з 1988 року?
3. Скільки днів тривали всі роботи з будівництва мосту?

(Аби підрахунки були точними, з'ясуйте, скільки високосних років було в період будівництва.)

Задача 3. Умови будівництва мосту були надзвичайно складними, оскільки в протоці Акасі часто дмуть сильні вітри й виникають шторми, а ще протокою щодня пропливає близько 1500 суден. Знайдіть приблизну кількість суден, які перешкоджали будівництву мосту в грудні 1990 року.

Задача 4. Основним елементом підвісних мостів є металеві троси. Японські інженери створили для мосту Перлина міцний дріт завтовшки 5 мм. Аби сплести одне пасмо троса, використовували 127 таких дротів, а сам трос сплели із 290 пасом.



1. Якщо щільно викласти усі дроти одного пасма поряд, то якою буде ширина такої стрічки в міліметрах? Запишіть цю величину в сантиметрах.
2. Якщо викласти усі дроти одного троса (тобто всіх 290 пасом) поряд, то якою буде ширина такої стрічки в міліметрах? Запишіть цю величину в метрах.
3. Зі скількох дротів сплетений увесь трос?
(У процесі обчислень можете використати калькулятор.)

Задача 5. Якщо всі дроти підвісних тросів мосту розгорнути в одну лінію, то ними можна 7 разів обгорнути нашу планету по екватору. Якої довжини буде така лінія, якщо довжина екватора дорівнює 40 075 696 м? Округліть цю величину до тисяч і запишіть округлене значення в кілометрах.

Задача 6. У 1995 році в Японії стався сильний землетрус, під час якого один із пілонів, тобто опор, на котрих тримається міст, зсунувся на 1000 мм. У результаті довжина центральної частини збільшилася. Якою була запланована довжина центральної частини мосту?

Задача 7. Після землетрусу довелося вдосконалювати конструкцію мосту, тому загальні витрати на будівництво збільшилися на 1 250 000 000 доларів. Загалом спорудження мосту обійшлося у 5 000 000 000 доларів. Скільки планували витратити коштів на будівництво мосту до землетрусу?

Задача 8. Щоб ліквідувати наслідки землетрусу, довелося збільшити й кількість будівельників на 456 300 осіб.

1. Скільки всього будівельників зводили міст, якщо запланована кількість становила 1 543 850 осіб?
2. Скільки інженерів працювало на спорудженні мосту, якщо кожними 50-ма будівельниками керував один інженер?

Задача 9. Міст Акасі-Кайку є частиною автомагістралі, що сполучає острови Хонсю та Сікоку. Окрім мосту, протоку Акасі можна перетнути на поромі. Проїзд мостом на автомобілі коштує 20 доларів, а перетин протоки на поромі — 5 доларів. Щодня протоку Акасі перетинає 152 000 осіб, із яких поромом переправляється утричі більше людей, аніж мостом.



1. Що дешевше: перетнути протоку 32 рази на поромі чи 18 разів проїхати мостом?
2. Скільки людей щодня перетинають протоку Акасі по мосту?
3. Яку загальну щоденну суму коштів сплачують усі люди, що перетинають протоку Акасі?

Задача 10. Оскільки транспорт рухається цілодобово, то в нічний час міст освітлюють ліхтарі: і проїзну частину для автомобілів, і три пілони (опори) для безпечного руху кораблів. Відстані між ліхтарями становлять 10 м. Уздовж мосту ліхтарі розташовані з обох боків, а кожен пілон заввишки 297 м освітлюють три ряди ліхтарів.

1. Скільки ліхтарів освітлюють сам міст?
2. Яка кількість ліхтарів освітлює три пілони?

(Під час обчислення кількості ліхтарів округліть висоту пілонів до сотень, а довжину мосту — до десятків метрів.)





Контрольна робота № 3. Додавання та віднімання натуральних чисел

1. На першій полиці в супермаркеті лежали 35 пачок чаю, а на другій полиці — на 7 пачок менше. Скільки пачок чаю лежало на двох полицях супермаркету?

А	Б	В	Г
28	62	63	64

2. Обчисліть значення виразів, що відповідають числам a , b , c , зручним способом і розташуйте знайдені значення у порядку зростання.

$$a = 178 + 65 + 22; \quad b = 69 + 37 + 131; \quad c = 49 + 97 + 103.$$

А	Б	В	Г
a, b, c	c, a, b	b, a, c	b, c, a

3. Як зміниться різниця чисел, якщо зменшуване зменшити на 9, а від'ємник збільшити на 7?

А	Б	В	Г
зменшиться на 16	збільшиться на 16	зменшиться на 2	збільшиться на 2

4. На першому виставковому стенді було 27 планшетів, а на другому — 32 планшети. Протягом дня з другого стенда продали 7 планшетів, а з першого стенда на другий переклали 5 планшетів. Скільки планшетів залишилося на обох стендах разом?

А	Б	В	Г
59	52	47	50

5. Суму чисел 3576 і 5724 зменшіть на число 724. Яке число отримуєте?

А	Б	В	Г
8576	8676	9300	8472

6. Швидкісний поїзд Інтерсіті о 6 годині 45 хвилин відправляється з Києва і об 11 годині 35 хвилин прибуває до Харкова. Скільки часу поїзд прямує з Києва до Харкова?

А	Б	В	Г
4 год 40 хв	4 год 50 хв	4 год 55 хв	5 год 10 хв

7. Установіть відповідність між виразом (1 – 3) та його значенням (А – Д).

1. 51 ц 23 кг + 80 ц 5 кг

2. 5 т 235 кг + 9307 кг

3. 15 000 кг 35 000 г – 3 т 8 ц 2 кг

А 14 542 кг

Б 14 452 кг

В 13 128 кг

Г 11 233 кг

Д 11 332 кг

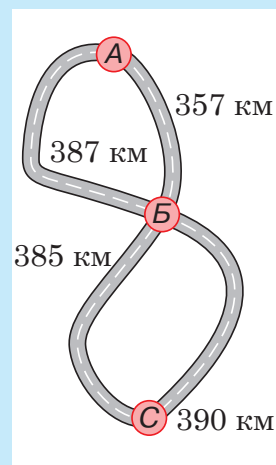
	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. Висота веймучової сосни становить 63 м 35 см, висота платана — 29 м 30 см, а висота секвої — 115 м 50 см. На скільки метрів і сантиметрів секвоя вища за платан? На скільки метрів і сантиметрів веймучова сосна нижча від секвої?

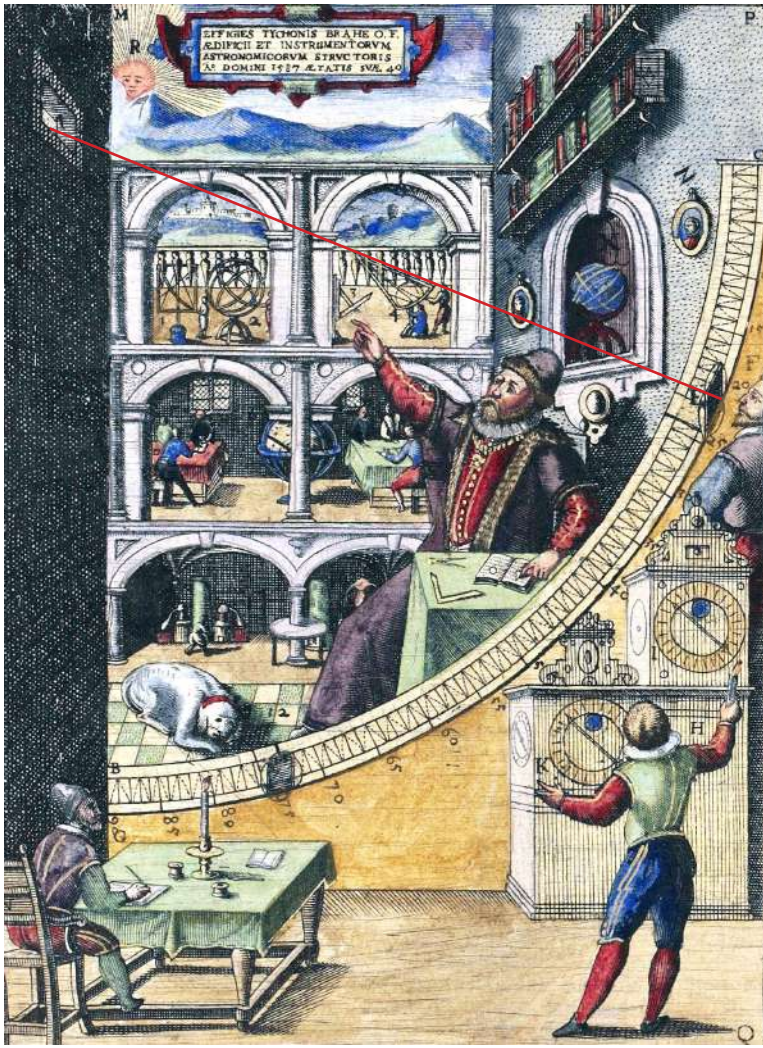
9. Розв'яжіть рівняння: $56\,506\,569 - (y + 6559) = 91\,854$.

10. Маса бегемота-тата та маленького бегемотика разом становить 2280 кг, а маса бегемота-мами та бегемотика разом — 1 т 7 ц 95 кг. Яка маса кожного з них окремо, якщо їхня загальна маса становить 3 т 623 кг?

11. Міста Абрикосівку (А), Бамбуківку (Б) та Сливівку (С) поєднують дороги так, як показано на рисунку. Автотуристи прямують з Абрикосівки у Сливівку через Бамбуківку. Знайдіть довжину кожного маршруту і вкажіть найкоротший шлях автотуристам. На скільки кілометрів найдовший шлях довший за найкоротший?



12. У трьох вагонах вантажного поїзда було 94 525 кг вугілля. На залізничній станції у перший вагон довантажили 4 т 3 ц вугілля, із другого вагона вивантажили 2370 кг вугілля, а в третій вагон завантажили ще 5 т 380 кг. Скільки кілограмів вугілля стало у трьох вагонах разом?



Гравюра із книги знаменитого данського астронома 16-го століття Тихо Браге, присвяченої астрономічним інструментам (1598 р.). Відображено спосіб вимірювання кутів в астрономії за допомогою настінного квадранта — половини великого транспортира.

Сам астроном сидить за столом у центрі картини і вказує на зірку, яку бачить крізь маленьке віконце у стіні. Один із помічників (на картині праворуч) за допомогою діоптра візує на зірку зоревий промінь і називає градусну міру утвореного ним кута.

Інший помічник називає час за годинником, а писар записує ці дані в журнал. Промені, кути, транспортир і градусні міри належать до найважливіших речей, із якими ви ознайомитесь у цьому розділі.

РОЗДІЛ 4. ВІДРІЗКИ І КУТИ ТА ЇХ ВИМІРЮВАННЯ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Що, здавалося б, незвичайного може бути у відрізку прямої лінії? Не набагато цікавіший вигляд має й інша частина прямої — промінь. І навіть кут, утворений двома променями, теж здається занадто простим об'єктом. Однак ці найпростіші фігури здатні істотно розширити ваші знання та уявлення, дати змогу подивитись на багато речей «під іншим кутом зору»...

Як бачите, вислів «кут зору» міцно вкоренився у повсякденному мовленні, хоча це — одне з важливих наукових понять, що зародилося в астрономії. Потім його використовували в морській навігації і картографії, а згодом — і в математиці для вимірювання кутів у градусах. Про все це ви дізнаєтесь із цього розділу.

Із відрізками пов'язане вимірювання відстаней. А куди тепер без відстаней?! Коли визначають відстань між двома пунктами чи об'єктами, то явно чи умовно сполучають їх відрізком і знаходять його довжину. Довжину мають і криві лінії — ви щоразу переконаєтесь у цьому, коли дивитесь на показ лічильника кілометражу на велосипеді чи в автомобілі. Але як працює такий лічильник? Про це ви теж довідаєтесь із даного розділу, а ще — ознайомитеся із одиницями вимірювання відстаней у різні історичні періоди.

Нарешті, з цього розділу ви дізнаєтесь про те, як можна наочно представляти числові дані за допомогою діаграм. Коли ви подорослішаєте і складатимете свої власні проекти й бізнес-плани, то ці знання істотно допоможуть вам привернути увагу потенційних партнерів чи інвесторів. А поки що вам потрібно твердо засвоїти, що ґрунтуються вони на вимірюванні відрізків і кутів.

§ 1. КРИВІ І ПРЯМІ ЛІНІЇ. ВІДРІЗКИ

Вивчаємо теорію

Якщо ви проведете олівцем по аркуші паперу, то отримаєте довільну **лінію** (рис. 1). Але якщо ви зробите це під лінійку, то лінія буде **прямою** (рис. 2). Лінії, які не є прямими або їхніми відрізками, зазвичай називають **кривими**.

Кожне положення вістря рухомого олівця позначає на лінії певний слід дуже малих розмірів. Такі сліди називають **точками**. Якщо потрібно вказати певні точки на лінії, то у відповідних місцях рисують невеликі кружечки. Точки можна намічати й поза лінією. Зазвичай їх позначають великими літерами латинського алфавіту, наприклад, A, B, C, D, F, L, M, N (рис. 3).

Якщо ви позначите на аркуші дві точки, то через них, звісно, можна провести безліч різних ліній. Наприклад, на рис. 4 через точки A і B проведено три лінії. Але пряму лінію через дві точки можна провести лише одну. У цьому полягає **основна властивість прямої лінії**:



Через будь-які дві точки можна провести тільки одну пряму лінію.

Зважаючи на цю властивість, позначення для прямих ліній обирають із позначень яких-небудь двох їхніх точок. Наприклад, пряму, проведеною на рис. 4, можна позначити AB або BA . Але інколи для спрощення прямі позначають однією малою латинською літерою, наприклад, l .

Будь-яку частину нескінченної прямої, що обмежена двома її точками, називають **відрізком**, а самі ці точки — **кінцями** відрізка.

Позначають відрізки так само, як і прямі. Наприклад, відрізок прямої, зображеної на рис. 5, який має кінці в точках M та N , можна позначити MN чи NM , або й однією малою латинською літерою m . Зображуючи від-

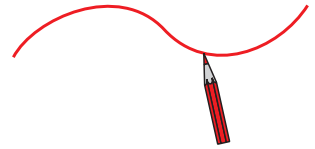


Рис. 1

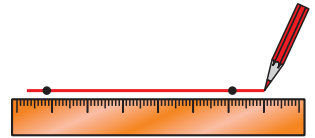


Рис. 2

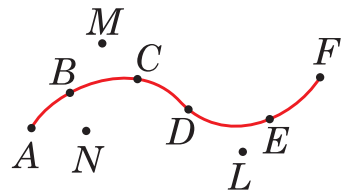


Рис. 3



Рис. 4



Рис. 5

різки, обов'язково виділяють точками їхні кінці. Прямі, хоча вони й безмежні, теж зображують відрізками, але без точок на кінцях.

Важливо зазначити, що будь-які дві точки M, N можна сполучити лише одним відрізком з кінцями у цих точках. Але інших відрізків, які містять ці точки, можна провести скільки завгодно. Наприклад, на *рис. 6* зображено три такі відрізки — ML, KN, EF . Отже, відрізки не мають тієї основної властивості, якою володіють нескінченні прямі.



Рис. 6



Перевірте себе

1. Як можна утворити криву і пряму лінії?
2. У чому полягає основна властивість прямої лінії?
3. Що таке відрізок?
4. Як позначають прямі лінії та відрізки?
5. Скільки відрізків можна провести через дві точки?

ЗАВДАННЯ

337. (Усно). Які з ліній, зображених на *рис. 7*, є прямими, а які — відрізками?

338. Позначте у зошиті точки A та B і за допомогою лінійки проведіть через них пряму. Позначте дві інші точки — C, D — і сполучіть їх відрізком. Подумайте, як треба розмістити точки C і D , щоб відрізок CD перетинав пряму AB .

339. (Усно). Скільки різних прямих можна провести через одну точку? А через дві точки? Як зміняться відповіді, якщо те саме запитання поставити стосовно відрізків?

340. (Усно). Чи є різниця між висловами «відрізок проходить через точки A і B » та «відрізок має кінці в точках A і B »?

341. (Усно). Назвіть відрізки, зображені на *рис. 8* (с. 126). Який із цих відрізків найдовший, а який — найкоротший? Які з позначених точок A, B, C, D, F належать відрізку AF , а які — відрізку AC ? Які з позначених точок не належать відрізку CF ?

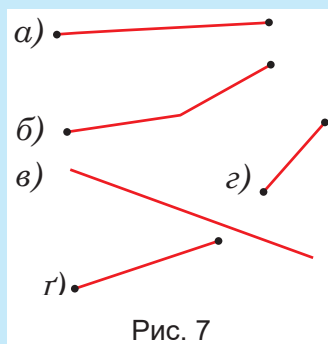


Рис. 7



342. Накресліть довільний відрізок AB і позначте на ньому точку M . Скільки відрізків утворилося? Назвіть їх. Скільки утвориться відрізків, якщо на відрізку AB позначити ще точку N ?



Рис. 8

343. Скільки відрізків зображено на *рис. 9*? Назвіть їх. Скільки прямих? Назвіть їх.

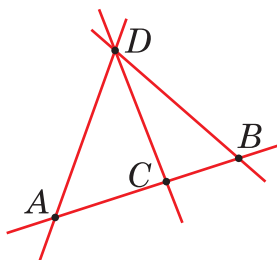
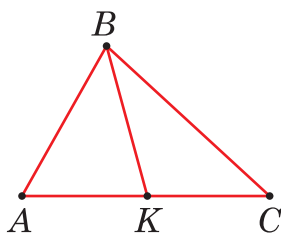
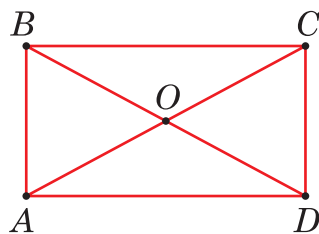


Рис. 9



а)



б)

Рис. 10



345. Запишіть усі відрізки та прямі, зображені на *рис. 11, а), б)*.

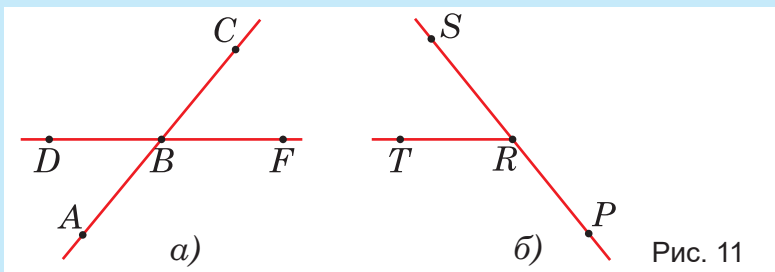


Рис. 11

346. Скопіюйте в зошиті розміщення чотирьох точок A, B, C, D , як показано на *рис. 12*, і проведіть усі прямі, які проходять через кожну пару цих точок. Скільки вийшло прямих? Скільки нових точок перетину вони утворили?

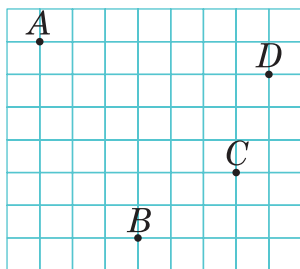


Рис. 12

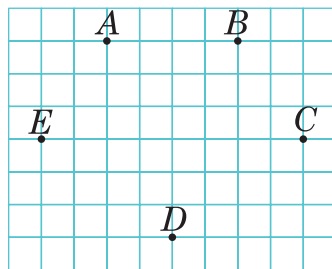


Рис. 13



347. Скопіюйте в зошиті розміщення п'яти точок A, B, C, D, E , як показано на *рис. 13* (с. 126), і проведіть усі прямі, які проходять через кожну пару цих точок. Скільки вийшло прямих? Скільки нових точок перетину вони утворили?

348. 1) З одного боку від прямої a позначено дві точки, а з іншого — три точки. Зробіть аналогічний рисунок і проведіть усі відрізки, які перетинають пряму a та кінцями яких є дані точки (*рис. 14*). Назвіть утворені відрізки.

2) Скільки буде всіх відрізків, якщо з одного боку від прямої позначити три точки, а з іншого — чотири?

3) Скільки буде всіх відрізків, якщо з одного боку від прямої позначити шість точок, а з іншого — дев'ять?

349. Накресліть пряму KM і відрізки AB та CD так, щоб відрізок AB не перетинав пряму KM , а відрізок CD перетинав пряму KM , але не перетинав відрізка AB .

350. Накресліть пряму KM і відрізки AB, CD та PT так, щоб відрізок AB не перетинав пряму KM , відрізок CD лежав на цій прямій, а відрізок PT перетинав пряму KM і відрізок AB , але не перетинав відрізка CD .

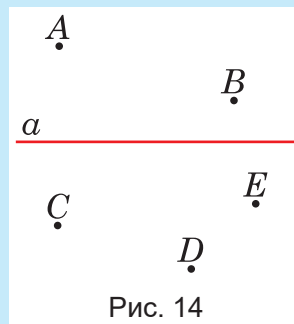


Рис. 14

ДІЗНАЙТЕСЬ БІЛЬШЕ

Рисування на папері — не єдине джерело утворення ліній. Узявши за кінці ненапнуту нитку, мотузку або ланцюжок (рис. 15, а)), ми отримуємо характерну лінію провисання, яка має навіть спеціальну назву — ланцюгова лінія. Таку форму мають проводи в магістральних лініях електропередач із кріпленнями на підпорах (рис. 16, а)), а також сталеві канати, які підтримують великі мости у проїмах між бетонними опорами (рис. 16, б)). Як з'ясувалося, ця форма дозволяє зменшити механічну напругу, що виникає в канатах.

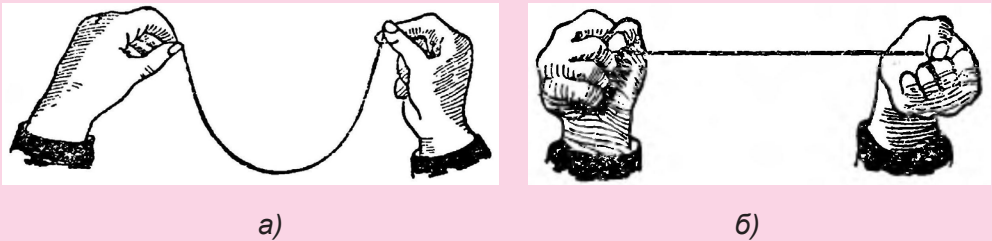


Рис. 15

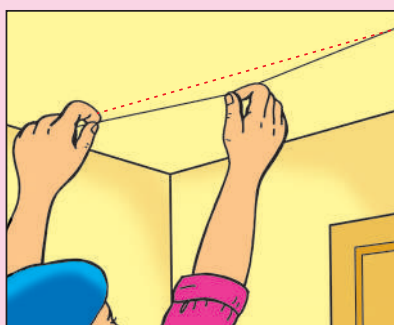


Рис. 16

Якщо в експерименті з мотузкою ми її напнемо (рис. 15, б)), то утворена лінія стане прямою. На цій властивості ґрунтується використання шнура для розбивки газонів, доріжок, ділянок під забудову тощо. Точки фіксують кілками, вбитими в землю, а прямі проводять під напнутим між кілками шнуром (рис. 17, а)). Аналогічно чинять малярі (рис. 17, б)), відтягуючи напнутий шнур, змащений крейдою або фарбою, а потім відпускаючи його.



а)



б)

Рис. 17

Лінії описують на землі колеса велосипедів і автомобілів, на воді — швидкісні катери і водні мотоцикли, у повітрі — іскри від багаття й відпрацьовані гази реактивних літаків, у верхніх шарах атмосфери — метеорити. Лініями є треки елементарних частинок у спеціальних реєстраційних камерах (рис. 18), і за кривизною цих ліній фізики визначають види пролітаючих частинок.

Часто лінії лише уявляють, наприклад, коли говорять про авіаційні чи морські маршрути, про розмежування морських кордонів, про траєкторії космічних апаратів та небесних тіл, про силові лінії магнітного поля тощо. Сюди належить і давній спосіб так званого *провіщування прямих* на місцевості (рис. 19), яким користуються геодезисти. Пряму визначають двома певними точками, у яких ставлять довгі палиці (віхи) *A* і *B*, а інші віхи, наприклад *C*, ставлять так, аби під час спостереження із-за віхи *A* віха *C* затуляла віху *B*, або навпаки.

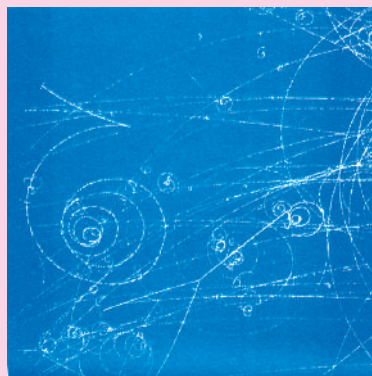


Рис. 18

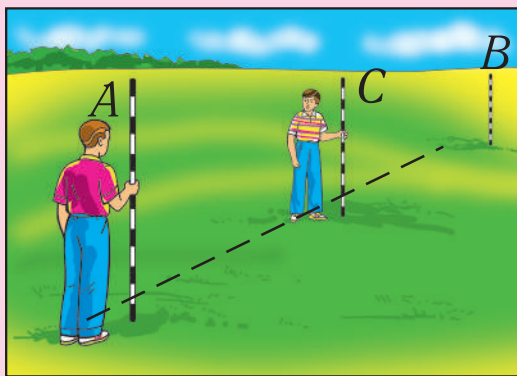


Рис. 19

Без сумніву, ви наведете ще чимало інших прикладів утворення ліній. Але якими не були б ці способи, коли потрібно опи-

сати чи дослідити лінії, то їх зазвичай зображують на плоскій поверхні — рисують, креслять або моделюють на моніторі. Основи цих умінь закладаються в школі на уроках математики.

А зараз подумайте над такими питаннями і завданнями.

1. Назвіть найістотнішу різницю між лініями, які описує фігурист ковзанами на льоду, та лініями, які створює гімнастка стрічкою.

Відповідь. *Гімнастка створює лінії, які описують дуги, а фігурист — прямі.*

2. Поміркуйте, що мають на увазі, коли говорять про берегову лінію.

3. На якій властивості зору ґрунтується спосіб провішування прямих на місцевості, відображений на *рис. 19* (с. 129)?

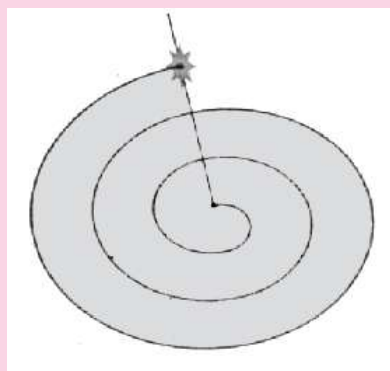
Відповідь. *Спосіб провішування прямих ґрунтується на властивості зору, згідно з якою всі точки, що лежать на одній прямій, мають однаковий кут зору.*

4. На *рис. 20, а*) зображено спосіб утворення на гончарному крузі ліній, схожих на спіраль Архімеда. Спіраллю Архімеда називають шлях точки, яка одночасно рівномірно обертається навколо деякого центра і рухається рівномірно прямолінійно від цього центра (*рис. 20, б*). Як повинен діяти гончар, аби якомога точніше утворити таку лінію? Де ви могли бачити такі лінії?

Відповідь. *Гончар повинен рухатися від центра крута рівномірно, одночасно з обертанням крута навколо центра. Такі лінії можна бачити на керамічних виробах, виготовлених на гончарному круті.*



а)



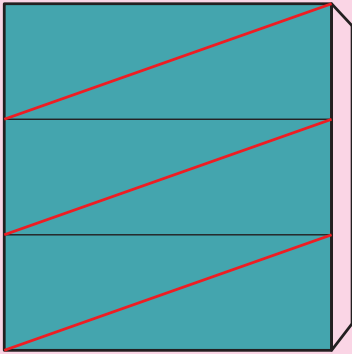
б)

Рис. 20

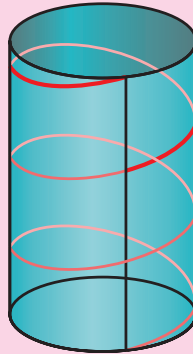
5. Практичне завдання. Накресліть на цупкому папері прямокутник зі стороною 12 см, поділіть його двома тонькими лініями на три однакові прямокутники і проведіть у них червоні відрізки, як показано на *рис. 21, а*). Виріжте цей прямокутник ножицями, залишивши з одного боку невеличку смужку

для склеювання, а тоді згорніть його в трубку і склейте протилежні сторони по смужці. У результаті червоні відрізки утворять одну суцільну лінію (рис. 21, б)). Як ви гадаєте, чому таку лінію називають *гвинтовою*? Її можна отримати механічним рухом, зокрема на токарному верстаті. Яким має бути цей рух? Де ви могли бачити такі лінії? На рис. 21, в) гвинтова лінія змодельована засобами комп'ютерної графіки.

Відповідь. ґннжґи ґхшнґг нн арґґґ



а)



б)



в)

Рис. 21

§ 2. ДОВЖИНА ВІДРІЗКА І ВІДСТАНЬ

Вивчаємо теорію

Одне з найважливіших застосувань ліній пов'язане зі знаходженням відстаней.

Нехай маємо накреслений відрізок AB (рис. 22, а)). Прикладемо до нього лінійку із сантиметровими та міліметровими поділками так, щоб нульова поділка розмістилась навпроти лівого кінця A відрізка. Тоді поділка, яка розміститься навпроти правого кінця B , визначить довжину цього відрізка. Бачимо, що довжина відрізка AB дорівнює 5 см. Це записують так: $AB = 5$ см.

На рис. 22, б) так само визначено, що довжина відрізка CD дорівнює 7 см і 3 мм: $CD = 7$ см 3 мм.

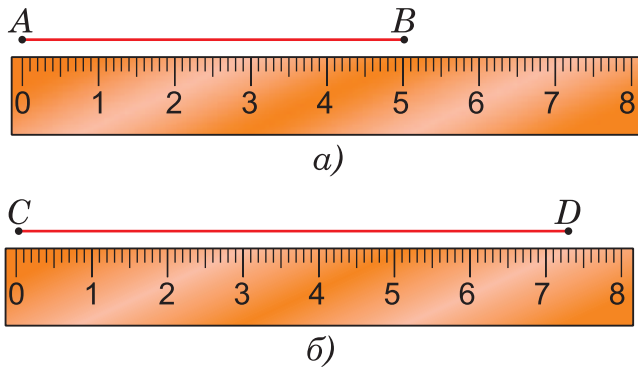


Рис. 22

Довжину відрізка називають іще **відстанню** між точками, які є кінцями відрізка.

Відстань між точками A і B на рис. 22, а) дорівнює 5 см, а відстань між точками C і D на рис. 22, б) — 7 см 3 мм.

Відрізки, які мають однакові довжини, називають **рівними**. Довший відрізок має більшу довжину, короткий — меншу. Порівнюючи, наприклад, довжини відрізків AB і CD , зображених на рис. 22, записують: $AB < CD$.

Довжини відрізків можна додавати і віднімати.

Наприклад, для відрізків AB і CD маємо:

$$AB + CD = 5 \text{ см} + 7 \text{ см } 3 \text{ мм} = 12 \text{ см } 3 \text{ мм};$$

$$CD - AB = 7 \text{ см } 3 \text{ мм} - 5 \text{ см} = 2 \text{ см } 3 \text{ мм}.$$

При цьому:



Якщо відрізок поділений точкою на два відрізки, то сума їхніх довжин дорівнює довжині всього відрізка.

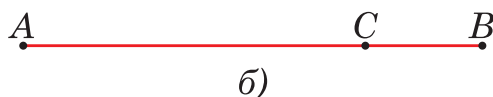
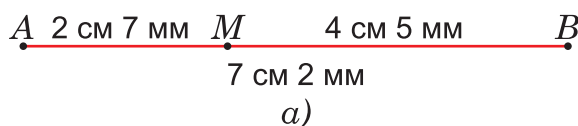


Рис. 23

Наприклад, на *рис. 23, а)* відрізок AB поділений точкою M на частини AM і MB . При цьому

$$AM + MB = AB.$$

Цю властивість називають **основною властивістю вимірювання відрізків**. Її важливість пояснюється тим, що справджується й обернена властивість. А саме:



Якщо для трьох точок A, B, C , що лежать на одній прямій, виконується рівність $AC + CB = AB$, то точка C лежить усередині відрізка AB (*рис. 23, б)*).

Випливає з основної властивості ще й такий наслідок:



Якщо відрізок AC належить відрізку AB (див. *рис. 23, б)*), то довжина відрізка AC менша від довжини відрізка AB , тобто $AC < AB$.

Вимірювання відрізка за допомогою лінійки можна уявити як послідовне відкладання **одиночного відрізка** завдовжки 1 см, а за потреби — й десятої його частини завдовжки 1 мм. Потім підраховують кількість відкладених відрізків.

У такий самий спосіб можна вимірювати відрізки іншими одиницями, наприклад, дюймами, які використовують в англійських країнах. Лінійки з дюймовими поділками і в нас тепер не рідкість. Дюймами зазвичай вимірюють діагоналі моніторів і дисплеїв. Аби виразити ці розміри у більш звичних для нас сантиметрах, беруть до уваги співвідношення:

$$1 \text{ дюйм} \approx 2 \text{ см } 5 \text{ мм.}$$

Для вимірювання довших відрізків і, відповідно, більших відстаней користуються метровими лінійками, клейончатими сантиметрами, складаними метрами та рулетками (*рис. 24, с. 134*). Загалом, це ті самі лінійки, тільки довші й зазвичай компактно

складені. На *рис. 25* відображений спосіб вимірювання відстаней за допомогою рулетки.



Рис. 24

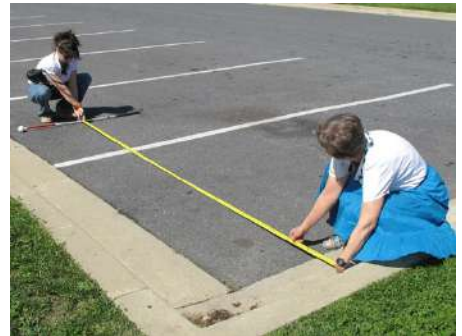


Рис. 25

Ще один спосіб вимірювання відрізків пов'язаний із використанням циркуля. Для цього одну ніжку циркуля ставлять в один кінець відрізка, а іншу — в інший (*рис. 26, а*). Потім, не змінюючи розхилу, ставлять циркуль на лінійку так, щоб одна з його ніжок розмістилась на позначці 0. Тоді позначка, яку займе інша ніжка, вкаже шукану довжину відрізка (*рис. 26, б*). У такий спосіб визначаємо, наприклад, що довжина відрізка AB , зображеного на *рис. 26, а*), дорівнює 4 см 5 мм.

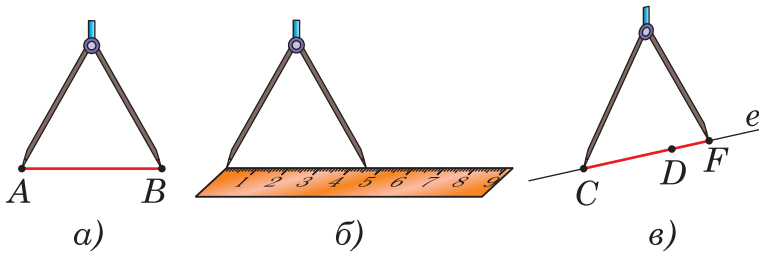


Рис. 26

Попри незначне ускладнення, вимірювання за допомогою циркуля має певні переваги. Циркуль особливо доречно використовувати тоді, коли один і той самий відрізок потрібно відкласти декілька разів або порівнювати між собою різні відрізки. На *рис. 26, в*) відрізок AB з *рис. 26, а*) відкладений на прямій e від точки C : $CF = AB$. При цьому з'ясується, що $AB > CD$.

Практично на тому самому принципі послідовного відкладання відрізка ґрунтується застосування польового циркуля для обмірювання полів і лук (*рис. 27, с. 135*). Зазвичай відстань між ніжками такого циркуля дорівнює 2 м.

Природним «польовим циркулем» є крок (*рис. 28, с. 135*), який у дорослої людини середнього зросту дорівнює приблизно 75 см, а в учениці чи учня 5-го класу — приблизно 60 см.



Рис. 27



Рис. 28



Перевірте себе

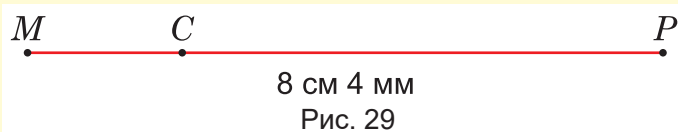
1. Як вимірюють відрізки за допомогою лінійки, а як — за допомогою циркуля і лінійки?
2. Що називають відстанню між двома точками?
3. Які відрізки називають рівними?
4. У чому полягає основна властивість вимірювання відрізків?
5. Чим користуються для вимірювання відстаней на місцевості?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача 1. Яка з трьох точок M , P , T , що лежать на одній прямій, розміщується між двома іншими, якщо $TP = 4$ дм 3 см, $MP = 7$ дм 5 см, $MT = 3$ дм 2 см?

Розв'язання. Сума довжин менших відрізків $TP + MT = 4$ дм 3 см + 3 дм 2 см = 7 дм 5 см, тобто більшому відрізку MP . Тому точка T лежить між точками M і P .

Задача 2. Точка C ділить відрізок MP завдовжки 8 см 4 мм на два відрізки, до того ж відрізок MC утричі менший від відрізка CP (рис. 29). Знайти довжини відрізків MC і CP .



Розв'язання. Нехай довжина відрізка $MC = x$. Тоді утричі довший відрізок CP дорівнює $3x$, а весь відрізок MP — $x + 3x$, тобто $4x$. Але нам відомо, що $MP = 8$ см 4 мм = 84 мм. Маємо рівняння: $4x = 84$. Вважаючи x невідомим множником, знаходимо:

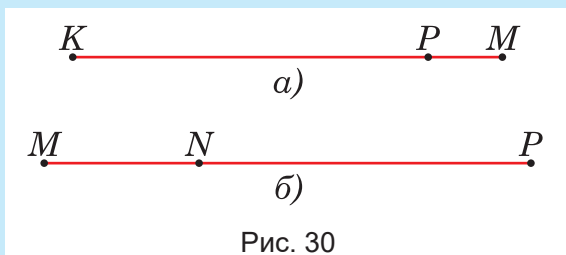
$$x = 84 : 4 = 21 \text{ (мм)}.$$

Отже, $MC = 21$ мм = 2 см 1 мм, $CP = 21 \cdot 3 = 63$ (мм) = 6 см 3 мм.

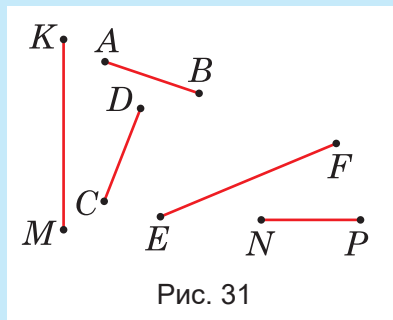
Відповідь. 2 см 1 мм, 6 см 3 мм.

ЗАВДАННЯ

- 351.** Накресліть відрізок, позначте його кінці буквами A і B . Виміряйте довжину відрізка AB , користуючись лінійкою.
- 352.** Накресліть відрізок EF завдовжки 3 см і відрізок KM завдовжки 4 см. Знайдіть суму $EF + KM$ і накресліть відрізок такої довжини двома способами: 1) користуючись лише лінійкою; 2) користуючись циркулем, а лінійкою лише для креслення.
- 353.** Накресліть відрізок AB завдовжки 2 см 5 мм і відрізок KM , удвічі довший за AB . Знайдіть суму й різницю довжин цих відрізків і накресліть відрізки з такими довжинами.
- 354.** Точка P лежить на відрізку KM (рис. 30, а). $KP = 8$ см 2 мм, $PM = 1$ см 5 мм. Знайдіть довжину відрізка KM .



- 355.** Точка N лежить на відрізку MP (рис. 30, б). $MP = 12$ см 7 мм, $NP = 8$ см 6 мм. Знайдіть довжину відрізка MN .
- 356.** Виміряйте відрізки AB , CD , EF , KM і NP (рис. 31). Порівняйте їхні довжини. Чи є серед цих відрізків рівні?
- 357.** Накресліть відрізок $AB = 58$ мм. Позначте на ньому таку точку C , щоб відрізок AC дорівнював 36 мм. Знайдіть довжину відрізка CB .



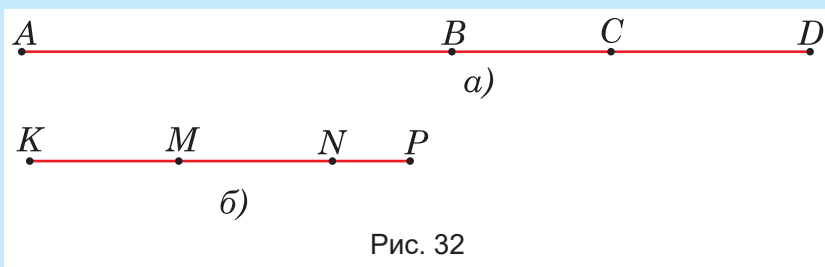
- 358.** Накресліть відрізок KP завдовжки 7 см 6 мм. Позначте на ньому точку M так, щоб $KM = 3$ см 9 мм. Яка довжина відрізка MP ?
- 359.** Накресліть відрізок $AB = 73$ мм. Позначте на ньому точку K так, щоб $AK = 32$ мм. Знайдіть довжину відрізка KB .
- 360.** Точка M належить відрізку AB , $AB = 26$ см, $AM = MB$. Знайдіть довжини відрізків AM і MB .

361. Накресліть відрізок $CD = 7$ см і позначте на ньому такі точки M і K , для яких $CM = 2$ см, $KD = 3$ см. Знайдіть довжину відрізка MK .

362. Накресліть відрізок $KM = 7$ см і позначте на ньому такі точки A і B , для яких $KA = 5$ см, $BM = 6$ см. Знайдіть довжину відрізка AB .

363. На відрізку KM , довжина якого дорівнює 42 см, позначено точки A і B так, що $KA = 29$ см, $BM = 32$ см. Знайдіть довжину відрізка AB .

364. Відомо, що $AC = 34$ см, $BC = 12$ см, $CD = 16$ см (рис. 32, а). Знайдіть довжини відрізків AB і BD .



365. Відомо, що $KP = 29$ см, $KN = 23$ см, $MN = 12$ см (рис. 32, б). Знайдіть довжини відрізків KM і NP .

366. Накресліть відрізок $KM = 12$ см. Позначте на ньому таку точку P , щоб відрізок KP був на 4 см коротший від відрізка PM . У скільки разів довжина відрізка PM більша за довжину відрізка KP ?

367. Накресліть відрізок $RS = 9$ см. Позначте на ньому таку точку N , щоб відрізок NS був на 6 см довший за відрізок RN . У скільки разів довжина відрізка RN менша від довжини відрізка NS ?

368. Точка M належить відрізку AB завдовжки 48 см. Відрізок MB у 5 разів довший за відрізок AM . Знайдіть довжину відрізка MB .

369. Точка C належить відрізку AB , який дорівнює 63 см, а відрізок CB у 8 разів коротший від відрізка AC . Знайдіть довжину відрізка AC .

370. Накресліть відрізок RT завдовжки 7 см 3 мм. Точка F належить відрізку RT , довжина відрізка RF на 1 см 3 мм менша від довжини відрізка FT . Знайдіть довжину відрізка FT .

- 371.** Точки C і D належать відрізку AB (рис. 33). Відомо, що $AB = 55$ см. Відрізок CD утричі довший за відрізок AC , а відрізок DB на 8 см коротший від відрізка CD . Знайдіть довжини відрізків AC , CD і DB .

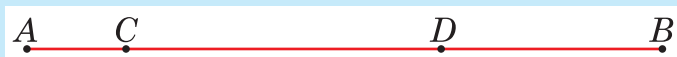


Рис. 33

- 372.** Накресліть відрізок $AB = 6$ см. Позначте на ньому таку точку C , щоб $AC = 2 \cdot CB$. У скільки разів довжина AB більша за CB ?
- 373.** Виміряйте довжину і ширину свого підручника і свого зошита в сантиметрах і міліметрах.
- 374.** Позначте у зошиті дві довільні точки M і K . Визначте за допомогою лінійки відстань між цими точками. У яких межах може бути ця відстань?
- 375.** Накресліть відрізок AB завдовжки 3 см і продовжте його на 4 см. Якою буде довжина утвореного відрізка AC ?
- 376.** Накресліть відрізок KM завдовжки 9 см і поділіть його точками A , B на три рівні частини.
- 377.** Накресліть пряму і розмістіть на ній три точки M , N і P так, щоб $MN = 7$ см, $NP = 3$ см. Якою буде відстань між точками M і P ? Розгляньте дві можливості.
- 378.** Уявіть собі, що ви маєте лінійку лише з трьома сантиметровими поділками (рис. 34). Чи зможете ви без іншої лінійки відновити всі сантиметрові поділки?



Рис. 34

- 379.** Точки K , L і M лежать на одній прямій. Знайдіть довжину відрізка KL , якщо $KM = 17$ см, $LM = 12$ см. Розгляньте усі можливості.
- 380*.** Відстань між двома велосипедистками, які рухаються в одному напрямку, у деякий момент часу дорівнювала 6 км. Яка відстань буде між велосипедистками, якщо одна з них проїде 5 км, а інша — 4 км? Чому можливі дві відповіді?

381. Відстань між двома велосипедистами, які рухаються у протилежних напрямках, у деякий момент часу дорівнювала 8 км. Якою буде відстань між велосипедистами, якщо один із них проїде 10 км, а інший — 12 км? Чому можливі дві відповіді?

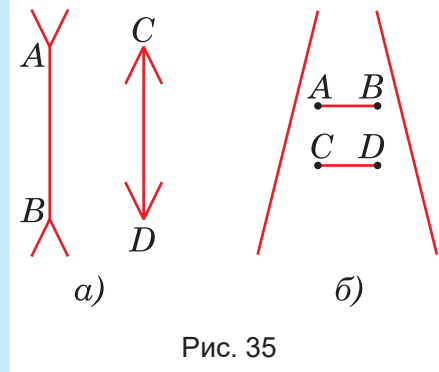


Рис. 35

382. Рисунок 35 і 36 ілюструють приклади так званих зорових ілюзій, коли людина припускається істотних помилок під час сприйняття зображень. В обох випадках, відображених на рис. 35, нам здається, що відрізок AB довший за відрізок CD . Проте безпосереднє вимірювання покаже вам, що вони рівні. Так само нам здається, що в обох випадках, відображених на рис. 36, відрізок AC довший за відрізок AB . Проте й тут вони рівні. Переконайтесь у цьому. Як би ви пояснили причину виникнення таких ілюзій?

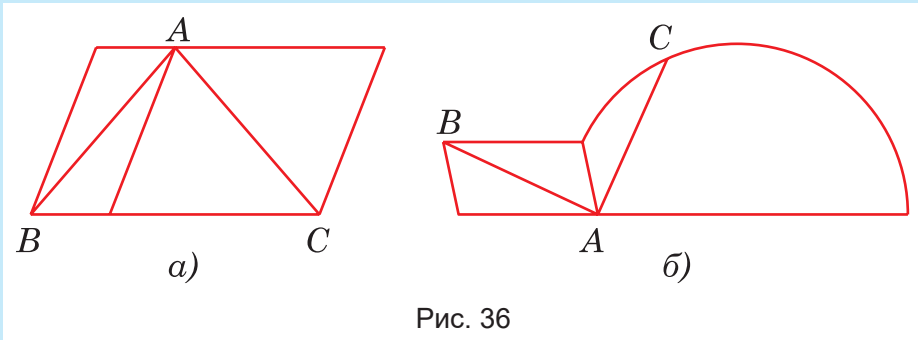


Рис. 36

§ 3. ЛАМАНА І ДОВЖИНА КРИВОЇ ЛІНІЇ

Вивчаємо теорію

Прослідкуйте подумки за таким експериментом (при нагоді ви можете й самі його провести). На аркуші картону позначаємо точки A та B подалі одну від одної (рис. 37). Потім беремо дві шпильки і до однієї з них прив'язуємо довгу нитку. Шпильку з прив'язаною ниткою застромлюємо в точці A , а вільну — в точці B . Далі моделюємо ниткою деяку лінію з кінцями A та B і, притримуючи нитку біля точки B , обкручуємо нею один раз довкола шпильки B . Потягуючи нитку за вільний кінець, ми можемо напнути її, перетворивши криву лінію на відрізок AB (позначений пунктиром). Сама можливість цього потягування свідчить про те, що крива лінія була довшою за відрізок AB . Навпаки, якщо ми захочемо із напнутої нитки (відрізка) змоделювати яку-небудь криву лінію, то мусимо послабити натяг, тобто збільшити довжину нитки між шпильками. Усе це підтверджує наступний висновок.

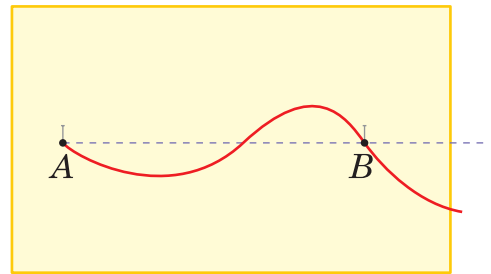


Рис. 37



Найкоротшою з усіх ліній, які сполучають дві дані точки, є відрізок із кінцями в цих точках. Довжина цього відрізка, як ми вже знаємо, характеризує відстань між точками.

Однак лінії, які виникають на практиці, наприклад, дороги, туристичні маршрути, траєкторії рухомих об'єктів на воді і в повітрі не завжди прямі і навіть не завжди складаються лише з прямолінійних ділянок. Як же визначають довжину кривих ліній? Їх заміняють так званими **ламаними лініями** і знаходять довжини цих ламаних.



Ламаною називають лінію, яка складається з відрізків (ланок ламаної), розміщених так, що початок кожного наступного відрізка збігається з кінцем попереднього. Кінці ланок ламаної називають її **вершинами**.

На рис. 38 (с. 141) зображена ламана, що складається із п'яти ланок: AB , BC , CD , DE і EF . Позначають ламану послідовним переліком її вершин. Зокрема, у поданому тут прикладі — $ABCDEF$.

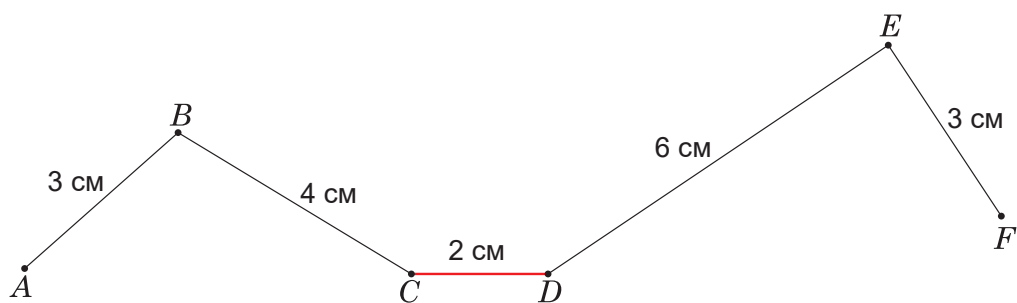


Рис. 38. Довжини ланок ламаної



Довжиною ламаної називають суму довжин усіх її ланок.

Наприклад, у ламаної $ABCDEF$, зображеної на *рис. 38*, $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $CD = 2$ см, $DE = 6$ см, $EF = 3$ см. Тому її довжина дорівнює $3 + 4 + 2 + 6 + 3 = 18$ (см).

Для визначення довжини кривої лінії на ній вибирають ряд точок, які послідовно сполучають відрізками (*рис. 39*). Так отримують ламану, довжина якої дасть наближене значення довжини кривої лінії. Чим ближче ланки ламаної «прилягатимуть» до кривої лінії, тим точнішою буде знайдена довжина кривої.



Рис. 39. Визначення наближеного значення довжини кривої

Наприклад, для визначення довжини лінії, зображеної на *рис. 39*, на ній побудовано ламану з 11 ланок. Довжину кожної ланки вимірюємо лінійкою і знаходимо довжину ламаної:

$$1 \text{ см } 7 \text{ мм} + 1 \text{ см } 5 \text{ мм} + 1 \text{ см } 4 \text{ мм} + 1 \text{ см } 6 \text{ мм} + 1 \text{ см } 1 \text{ мм} + \\ + 1 \text{ см } 3 \text{ мм} + 1 \text{ см} + 1 \text{ см } 8 \text{ мм} + 1 \text{ см } 2 \text{ мм} + 1 \text{ см } 9 \text{ мм} + 9 \text{ мм} = \\ = 15 \text{ см } 4 \text{ мм}.$$

Отже, довжина лінії приблизно дорівнює 15 см 4 мм.

За допомогою циркуля знаходження результату можна істотно спростити. Для цього не обов'язково знаходити довжину кожної ланки ламаної, а всі їх послідовно відкласти на одній прямій, а тоді виміряти довжину отриманого відрізка.

Важливим практичним утіленням цієї ідеї є механічні лічильники кілометражу в автомобілях, на мотоциклах і велосипедах. Яким би звивистим не був шлях транспортного засобу, на певних ділянках його можна вважати прямолінійним. Для визначення пройденого шляху механічний лічильник фіксує кількість зроблених обертів колеса, а обчислювальний блок множить це число на довжину обводу. На *рис. 40* показано, як обвід колеса визначає пройдений за один оберт прямолінійний шлях *AB*. Для легкових автомобілів цей шлях у середньому дорівнює півтора метра. Визначається подолана відстань у метрах, а після ділення на 1000, — у кілометрах. Результат виводиться на табло.

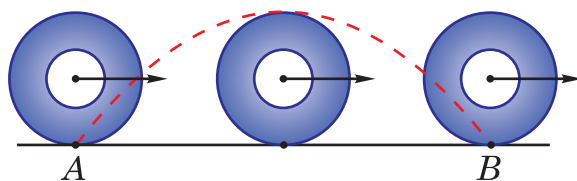


Рис. 40

ДІЗНАЙТЕСЬ БІЛЬШЕ

Вимірювати довжини накреслених ліній за допомогою циркуля можна й так. Зафіксувавши невеликий розхил циркуля, «пройти» ним уздовж усієї лінії — аналогічно до того, як вимірюють довжини польовим циркулем (*див. рис. 27, с. 135*). Тоді кількість зроблених «кроків», помножена на вибрану довжину розхилу циркуля, дасть наближену довжину лінії.

Ця ідея реалізується в конструкції спеціального приладу *лінометра* для вимірювання довжини кривих ліній на картах, кресленнях і схемах (*рис. 41, с. 143*). Прилад має невеличке зубчасте коліщатко — ним прокочують по лінії, яку вимірюють. Кількість «кроків» зубцями цього коліщати перераховується на відстань і відображається стрілкою на відповідній круглій шкалі. Шкал є декілька — для різних масштабів карти. Більш зручними є сучасні лінометри з електронною системою відображення результатів вимірювання (*рис. 42, с. 143*).

Бувають і так звані дорожні лінометри — для вимірювань на місцевості, наприклад, під час обліку дорожніх робіт (*рис. 43, с. 143*). Вони теж можуть бути як суто механічними, так і з електронною системою фіксації даних.



Рис. 41



Рис. 42



Рис. 43



Перевірте себе

1. Як називають найкоротшу з усіх ліній, що сполучають дві дані точки?
2. Яку лінію називають ламаною?
3. Як називають кінці ланок ламаної?
4. Що називають довжиною ламаної?

ЗАВДАННЯ

- 383.** Накресліть ламану, що має три ланки. Скільки вона має вершин? Позначте їх буквами. Виміряйте довжину цієї ламаної.
- 384.** Накресліть ламану $ABCD$, у якій $AB = 28$ мм, $BC = 54$ мм, $CD = 32$ мм. Знайдіть довжину цієї ламаної.
- 385.** Накресліть ламану $KMNPR$, у якій $KM = 19$ мм, $MN = 24$ мм, $NP = 16$ мм, $PR = 23$ мм. Знайдіть довжину цієї ламаної.
- 386.** Накресліть ламану з п'яти рівних ланок. Знайдіть її довжину, якщо довжина однієї ланки дорівнює 2 см 3 мм.
- 387.** Позначте у зошиті сім точок і сполучіть їх послідовно ламаною з вершинами у цих точках. Скільки ланок матиме така ламана? Виміряйте її довжину.
- 388.** Скільки ланок має ламана, якщо її довжина дорівнює 91 см, а довжина кожної ланки — 7 см?
- 389.** Уявіть ламану, яка має 28 рівних ланок. Довжина ламаної дорівнює 112 см. Знайдіть довжину однієї ланки.
- 390.** Ламана має 3 ланки, довжини яких 3 см, 4 см і 6 см. Чи може відстань між її кінцями дорівнювати 14 см?
- 391*.** Перша ланка ламаної вдвічі довша за другу і втричі довша за третю. Знайдіть довжину кожної ланки, якщо довжина всієї ламаної з трьох ланок дорівнює 77 см.

392. Ламана має три ланки. Перша ланка у 5 разів довша за другу, а третя — на 6 см довша за другу. Знайдіть довжину кожної ланки, якщо довжина всієї ламаної з трьох ланок дорівнює 62 см.

393. Накресліть ламану із чотирьох ланок: перша ланка вдвічі довша за другу, третя — на 9 мм довша за другу, а четверта — на 7 мм коротша від першої. Знайдіть довжину кожної ланки, якщо довжина всієї ламаної з чотирьох ланок дорівнює 86 см.

394. Чотири села A, B, C, D розміщені так, що відстань $AB = 2400$ м, $BC = 3200$ м, а відстань CD удвічі більша за AB . Яку відстань потрібно подолати, аби із села A дістатися до села D через села B і C ?

395. Скопіюйте в зошиті за допомогою копіювального паперу лінію, зображену на *рис. 44*, і визначте наближено її довжину. Зробіть це двома способами — з використанням лише лінійки і за допомогою лінійки та циркуля. Якщо результати різні, то який із них варто вважати точнішим?

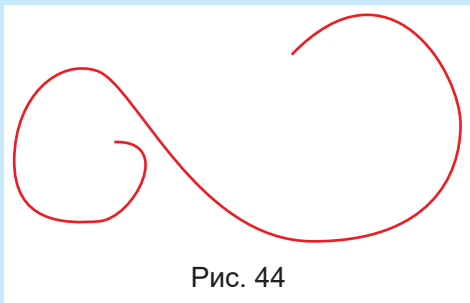


Рис. 44

396. Практичне завдання. На *рис. 40* (с. 142) пунктиром зображено ескіз лінії, яку описує точка на ободі колеса, що без ковзання котиться по прямій. Таку лінію називають циклоїдою. Спробуйте реалізувати механічний спосіб рисунку цієї лінії із підручних матеріалів. Як зміниться лінія, якщо точку взяти не на ободі, а всередині колеса?

ЯК ВИМІРЮВАЛИ ВІДСТАНІ В РІЗНІ ЧАСИ

Сучасна людина зазвичай не задумується над тим, що численні блага цивілізації, якими вона користується, створені невтомною працею людства впродовж багатьох віків. Характерним прикладом є вимірювання довжин і відстаней. Хто тепер не знає, що довжини, сумірні зі зростом людини, вимірюють у сантиметрах, більші — у дециметрах і метрах, великі відстані — у кілометрах, а маленькі проміжки — у міліметрах? Хто не знає, що між цими одиницями існують дуже прості співвідношення, які отримують у результаті множення чи ділення на 10, 100 або 1000? Нарешті, хто не знає, що для проведення самих вимірювань використовують прості прилади — лінійки, складані метри, рулетки тощо? І кожна людина, в якій би частині світу не проживала, узявши один із таких приладів, може легко перевірити зазначені розміри або закласти потрібні розміри у виріб, який збирається виготовляти. Але так було не завжди. Більшу частину своєї історії людство не мало загальноприйнятих мір.

1. Перші еталони — в людині

Першими мірами довжини слугували частини людського тіла — найчастіше рук і ніг.

Ще давні єгиптяни, вавилоняни та інші народи застосовували таку міру, як *лікоть*, що дорівнювала відстані від ліктя до кінців випрямлених пальців руки. Ліктями, зокрема, дуже зручно відмірювати мотузки та відрізи тканини. Повний оберт тканини довкола ліктя називали *подвійним ліктем*. Ця міра теж була популярна в багатьох народів.

Лікоть не мав сталої величини. У різних державах і в різні часи застосовували різні лікті. Навіть в одній державі одночасно могли існувати різні лікті! Найдовшим зазвичай був так званий царський лікоть, який використовували урядники під час збору податей.

Дрібнішими від ліктя були: долоня (наприклад, в юдеїв та британців) та кулак (в арабів).

Долоня — це ширина кисті руки. У класичній англійській літературі часто зустрічаються оповіді про вимірювання висоти коней саме долонями.

Ще дрібнішою мірою довжини був **палець** (наприклад, у вавилонян) і **дюйм** (досі поширений в англосаксонських народів). Цілком природно, що долоня дорівнювала чотирьом пальцям. Дюймом вважали довжину суглоба великого пальця. Про це говорить і сама його назва: слово *duim* голландською мовою означає «великий палець».



Міра лікоть



Міра долоня



Міра палець

Найпоширенішою серед мір, пов'язаних з ногою, є **фут**. Фут дорівнює середній довжині ступні дорослої людини (англійське слово *foot* якраз і означає «нога», «ступня»). Ця міра теж була поширена в різних народів. В Англії фут разом із дюймом ще в 14 ст. узаконив король Едвард II: 1 фут вважали рівним 12 дюймам, що на сучасний вимір становить 30,48 см.



Міра фут



Міра ярд

Не менш цікаве походження **ярда** — основної міри довжини в англосаксонських народів. Цю міру узаконив англійський король Генріх I у 1101 році. Згідно з легендою, 1 ярд — це відстань від кінчика носа цього короля до кінця середнього пальця його

витагнутої руки. За іншою версією, прообразом ярда став меч Генріха I. 1 ярд вважають рівним 3 футам (зараз це приблизно 91 см).

2. Еталон — ячмінна зернина

У 1324 р. англійський король Едвард II уточнив величину дюйма. Згідно з королівським указом, 1 дюйм дорівнював «довжині трьох ячмінних зернин, узятих із середньої частини колоска і прикладених одна до одної кінцями». А в англійському побуті ще й досі залишилася мірка «ячмінна зернина», що дорівнює третині дюйма. Цікаво згадати, що всім відома Дюймовочка — малесенька дівчинка з однойменної казки Г.К. Андерсена, яка могла жити у квітці і мала зріст 1 дюйм, — народилася саме з ячмінної зернини.



Христоф Клавій

У 16 ст. відомий тогочасний учений Христоф Клавій (1537–1612) запропонував уточнити розміри фута за допомогою тих самих ячмінних зернин. Половину фута, за Клавієм, мали визначати 64 зернини, прикладені одна до одної впоперек. Це давало змогу дуже просто відтворювати довжину еталона у будь-якому місці, оскільки товщина ячмінних зернин дуже стабільна (значно стабільніша від їхньої довжини, яку застосовували для визначення дюйма), а велика кількість узятих зернин згладжувала можливі відхилення від середньої величини. До того ж, число 64 легко ділиться на багато рівних частин, що давало змогу отримувати менші частини фута.

3. Універсальне мірило — Земля

У 1670 році французький природодослідник Габріель Мутон (1618–1694) висунув захоплюючу ідею — пов'язати одиниці вимірювання довжини з розмірами всієї Землі-матінки, точніше, з довжиною її меридіана. Однак для реалізації цієї сміливої, а по суті — глибоко філософської та гуманістичної ідеї, потрібні були особливі суспільно-політичні умови. Вони настали тільки через сотню літ у зв'язку з революційними подіями у Франції наприкінці 18 ст. Революційний рух, який охопив тоді цю країну, дав змогу організувати великомасштабні вимірювання, а найголов-

ніше — стимулював перехід на нову систему мір. В інших, більш консервативних, країнах цей перехід затягнувся довше, ніж на століття, а в деяких — повною мірою не реалізований і досі.



Габріель Мутон



Жан-Батист Деламбр



П'єр Мешен

У березні 1791 року Національні збори Франції затвердили пропозицію Академії наук про спорядження спеціальної експедиції для вимірювання земного меридіана. Було вирішено виміряти довжину паризького меридіана між двома містами, розташованими на ньому: Дюнкерком (приморським містом на півночі Франції) і Барселеною (іспанським містом на березі Середземного моря). Знаючи географічні широти цих міст, потім легко було обчислити й довжину всього меридіана. Винятково сприятливою обставиною було те, що обидва вибрані міста лежали на рівні моря, оскільки це істотно спрощувало вимірювання й підвищувало їхню точність.

Вимірювальні роботи тривали декілька років. Ними керували академіки Паризької Академії наук Жан-Батист Деламбр (1749–1822) і П'єр Мешен (1744–1804). Після встановлення довжини паризького меридіана у старих французьких мірах туазах,

за основу нової міри — метра — було вирішено взяти $\frac{1}{40\,000\,000}$



Один із мармурових еталонів метра, встановлених для загального користування на вулицях Парижа наприкінці 1790-х років

від знайденої величини (у давньофранцузьких мірах це становило трішки більше трьох футів).

Нову міру активно пропагували: розміщували її еталони в людних місцях для загального користування. А міжнародною мірою метр став у 1872 р. після відповідного рішення спеціально скликаної в Парижі Меридіанної конференції. У 1889 р. було виготовлено 31 копію еталона метра і передано в усі розвинені тогочасні країни.

§ 4. ШКАЛИ. ВИДИ ШКАЛ

Вивчаємо теорію

Поставимо лінійку вертикально (рис. 45) і звернемо увагу на її поділки. Вони до певної міри нагадують щаблі драбини: особливо, коли нанесені з обох боків. Поступово переводячи погляд від менших позначок до більших, ми ніби піднімаємося щаблями цієї «драбини». Рухом погляду у зворотному напрямку спускаємося по «драбині» вниз.

Слово «драбина» латинською мовою звучить як «скале» (*scalae*). Звідси походить сучасне українське слово «шкала». Звичайна шкільна лінійка з поділками є прикладом шкали.

Шкали — важливі частини багатьох вимірювальних приладів. Дуже схожа на шкалу лінійки шкала кімнатного (спиртового) термометра (рис. 46). За допомогою цієї шкали вимірюють температуру повітря у приміщенні в градусах Цельсія (позначають °C) — зазвичай у межах від 0°C до 50°C. Термометр, зображений на рис. 46, показує «комфортну» температуру 20°C.

За шкалою медичного (ртутного) термометра (рис. 47) вимірюють температуру тіла людини (а інколи й тварин) у межах від 35°C до 42°C. Медичний термометр, зображений на рис. 47, показує підвищену температуру $37\frac{3}{10}$ граду-

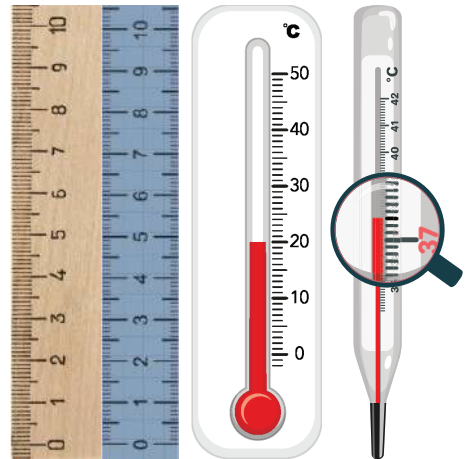


Рис. 45

Рис. 46

Рис. 47

са Цельсія, оскільки нормальна температура людського тіла $36\frac{6}{10}$ градуса Цельсія. Тим, хто має домашніх улюбленців, варто знати, що нормальна температура тіла собаки коливається в межах від $37\frac{5}{10}$ °C до 39°C, а kota — в межах від 38°C до $39\frac{5}{10}$ °C.

Шкали бувають не тільки прямолінійними, а й криволінійними — зазвичай у формі круга або частини круга. Прикладами таких шкал є добре відома всім шкала годинника зі стрілками,

а також шкали на щитку приладів в автомобілі (рис. 48). На рис. 49 зображені шкали механічного термометра для вимірювання температури води від 0°C до 120°C та гігрометра для вимірювання відносної вологості повітря (від 0 до 100 відсотків).



Рис. 48



Рис. 49

Щоби визначити покази приладу за його шкалою, потрібно визначити **ціну поділок** на шкалі. Для цього беруть яке-небудь число на шкалі, віднімають від нього число, що йому передує, і знайдену різницю ділять на кількість поділок між цими числами.

У такий спосіб знаходимо, наприклад, що ціна великої поділки на кімнатному термометрі, зображеному на рис. 46 (с. 150), становить 10°C , середньої — 5°C , а малої — 1°C .



Перевірте себе

1. Поясніть походження слова «шкала».
2. Які бувають шкали? Наведіть приклади.
3. Як визначають ціну поділки шкали? Наведіть приклади.

ЗАВДАННЯ

397. (Усно). Визначте ціну поділок термометра для води і гігрометра, зображених на рис. 49.

398. (Усно). Визначте покази кімнатної температури кожного з термометрів, зображених на рис. 50.

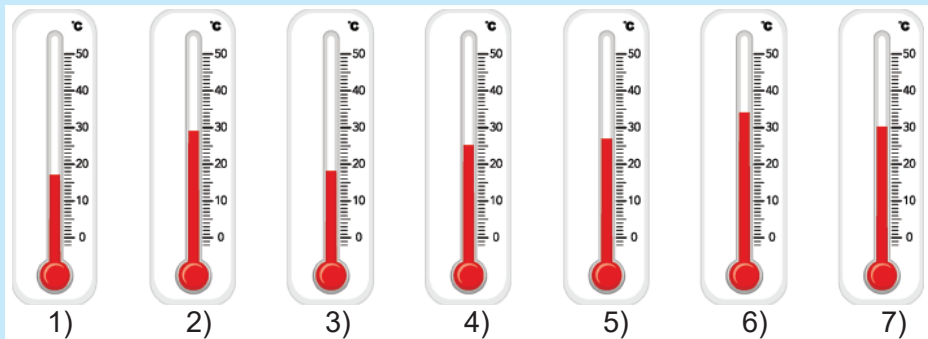


Рис. 50

- 399.** (Усно). Визначте масу борошна і масу рису за показами на шкалах ваг, зображених на *рис. 51*. Як надібрати 150 г борошна і досипати 250 г рису?



Рис. 51

- 400.** (Усно). Визначте ціну всіх поділок кожного з механічних спортивних секундомірів, зображених на *рис. 52*. Великі стрілки — секундні, малі — хвилинні.



Рис. 52

- 401.** На ділянці дороги, якою рухається автомобіль, дозволена максимальна швидкість 110 км/год. Стрілка спідометра розміщена так, як показано на *рис. 53* (с. 153). Чи дотримується водій правил дорожнього руху?



Рис. 53



Рис. 54

402. На рис. 54 показано розміщення стрілки датчика пального легкового автомобіля. Повна місткість бака — 64 л. Витрата пального на 100 км шляху — в середньому 8 л. Яку відстань може подолати цей автомобіль без дозаправки?

403. Хлопчик записав покази термометра за вікном увечері та вранці. Одна поділка на шкалі відповідає двом градусам. На скільки градусів підвищилася чи знизилася температура повітря за ніч, якщо стовпчик термометра: а) піднявся на 4 поділки; б) опустився на 3 поділки?

404. Яку температуру показуватиме кожен із термометрів, зображених на рис. 55, якщо стовпчик термометра: а) підніметься на чотири малі поділки; б) опуститься на п'ять малих поділок?

405. а) Між числами 50 і 100 на шкалі є 5 поділок. Знайдіть ціну поділки.
 б) Між числами 20 і 120 на шкалі є 4 поділки. Знайдіть ціну поділки.
 в) Між числами 30 і 60 на шкалі є 5 поділок. Знайдіть ціну поділки.

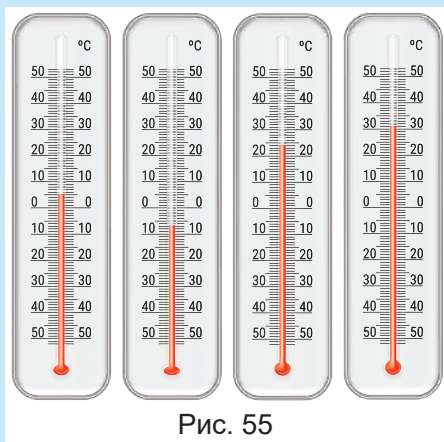


Рис. 55

406. Накресліть відрізок завдовжки 8 см. Над одним кінцем відрізка напишіть число 0, а над іншим — 16. Поділіть відрізок на 4 рівні частини. Запишіть числа, які відповідають кожному штриху поділки. Позначте на отриманій шкалі числа 3, 6, 10, 13, 15.

407. Накресліть відрізок завдовжки 10 см. Над одним кінцем відрізка напишіть число 0, а над іншим — 20. Поділіть відрізок на 5 рівних частин. Запишіть числа, які відповідають кожному штриху поділки. Позначте на отриманій шкалі числа 3, 7, 9, 12, 17, 19.

408. На *рис. 56* зображено спідометр автомобіля. Яку швидкість розвиватиме автомобіль у момент, коли стрілка спідометра вказуватиме на точку *A*; на точку *B*; на точку *C*; на точку *D*?

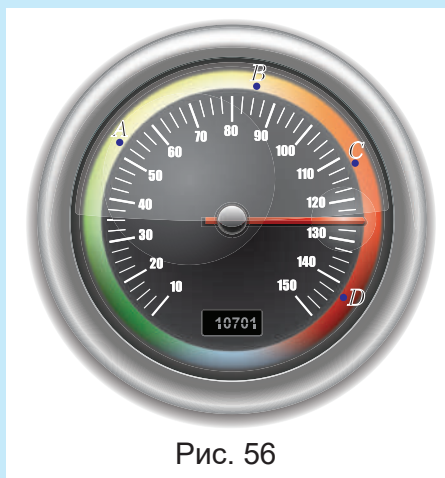


Рис. 56

409. На *рис. 57* зображено ескіз шкали автомобільного спідометра. Накресліть таку шкалу в зошиті. Запишіть швидкості, які відповідають кожній великій поділці.

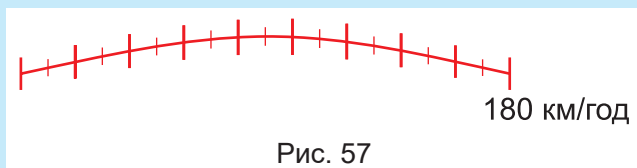


Рис. 57

410. Мотоцикліст підїжджає до міста, вулицями якого можна рухатися зі швидкістю, не більшою за 50 км/год. Подивіться на шкалу спідометра (*рис. 58*). Чи порушить водій правила дорожнього руху, якщо не змінить швидкості? На скільки поділок і в який бік переміститься стрілка спідометра, якщо швидкість мотоцикла стане 45 км/год?

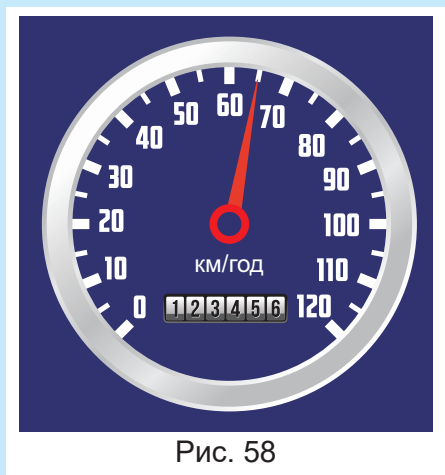


Рис. 58

411. Практичне завдання. Опишіть та зарисуйте шкали, які є на предметах домашнього побуту у вашій оселі. Яка ціна поділок на кожній шкалі? Якими шкалами ви особисто користуєтесь, а якими — ні, проте знаєте, як користуватися?

§ 5. ЛІНІЙЧАТІ І СТОВПЧАСТІ ДІАГРАМИ

Вивчаємо теорію

Рисунки люди переважно сприймають і запам'ятовують краще, ніж слова і числа. Для наочного зображення числових значень різних величин і швидкого їхнього порівняння використовують **діаграми**. Це слово грецького походження, і означає воно «рисунок».



Діаграма — це символічний рисунок, який наочно ілюструє співвідношення між значеннями величин. Найчастіше використовують **лінійчаті, стовпчасті та кругові** діаграми.

Із круговими діаграмами ми ознайомимся трохи згодом.

Лінійчата діаграма зазвичай складається з декількох відрізків. Наприклад, зображена на *рис. 59* діаграма дає змогу наочно порівняти довжини найбільших річок Центральної і Західної Європи. Більшому значенню довжини річки відповідає довший відрізок. На цій діаграмі відрізки розміщені горизонтально, але на інших діаграмах їх зображують також вертикально. Наприклад, лінійчата діаграма з вертикальним розміщенням відрізків (*рис. 60*) ілюструє, як із плином часу зростало населення Землі. У 1750 р. на Землі проживало всього близько 730 мільйонів мешканців, у 1800 р. — 950 мільйонів, а в 2021 р. — вже понад 7,8 мільярда.

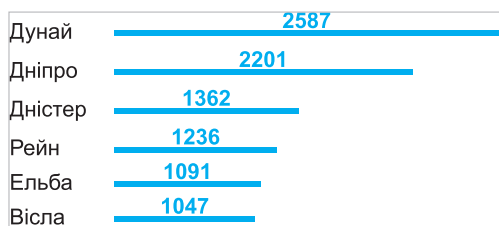


Рис. 59

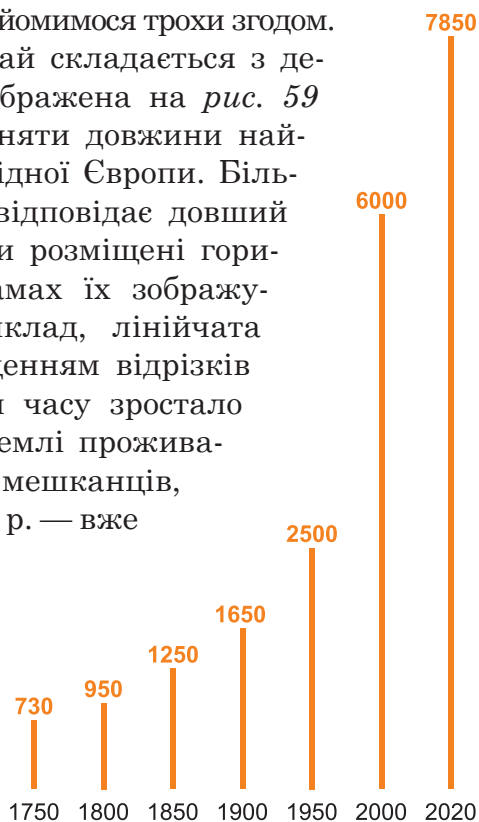


Рис. 60

Стовпчаста діаграма відрізняється від лінійчатої тим, що в ній відрізки замінено прямокутниками, і це робить її більш привабливою. Такою є діаграма, зображена на *рис. 61* (с. 156). На ній порівнюється чисельність населення п'яти найбільших міст України (у мільйонах; дані на 2020 р.).



Рис. 61

Кілька зауважень стосовно побудови діаграм. Головне тут — визначитись із довжинами найдовших ліній або найвищих стовпчиків. Для цього беруть найбільше числове значення, яке треба відобразити на діаграмі, і ділять його на таке кругле число, щоб результат, якщо його наближено виражати у сантиметрах і міліметрах, давав прийнятну для аркуша величину. Напри-

клад, для побудови лінійчатої діаграми на *рис. 59* (с. 155) чисельність населення

в різні роки (у мільйонах) поділено на 600, а для побудови діаграми на *рис. 60* (с. 155) чисельність населення в тисячах поділено на 300. Висота найвищої лінії на *рис. 60* вийшла 13 см 1 мм, а висота найвищого стовпчика на *рис. 61* — 9 см

6 мм.

Оскільки головним призначенням діаграм є швидке порівняння кількох числових даних, то всі лінії чи стовпці треба відкладати від однієї вертикальної чи горизонтальної лінії, між ними має бути однакова відстань, а для стовпців — однакова ширина. Для точніших висновків лінії та стовпці супроводжують відповідними числовими даними і вказують, в яких одиницях вони виражені.



Перевірте себе

1. Для чого використовують діаграми?
2. Поясніть походження слова «діаграма».
3. Які бувають діаграми?

ЗАВДАННЯ



412. Виміряйте зріст усіх членів своєї родини і побудуйте відповідну лінійчасту діаграму.
413. Побудуйте лінійчасту діаграму для віку (повних років) усіх членів своєї родини.
414. У класі навчаються 30 учнів та учениць. Із них шестеро вчаться на «відмінно», дванадцятьоро — на «добре», четверо — на «посередньо», решта — «нижче посереднього». Побудуйте відповідну стовпчасту діаграму.

415. (Усно). 1. За діаграмою, поданою на *рис. 62*, визначте кількість відмінників і відмінниць у п'ятих класах однієї зі шкіл міста.

2. У якому класі навчається найбільше відмінників та відмінниць, а в якому — найменше?

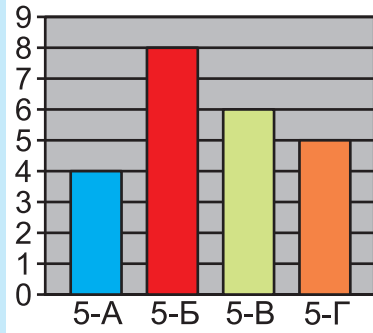


Рис. 62

416. На діаграмі, поданій на *рис. 63*, відображено інформацію про кількість проданих телевізорів у супермаркеті побутової техніки протягом перших шести місяців року. Яке з наведених тверджень є істинним?

А	Найменшу кількість телевізорів продано в квітні.
Б	У січні продано 240 телевізорів.
В	У березні продано телевізорів більше, ніж у лютому.
Г	У червні продано менше трьохсот телевізорів.

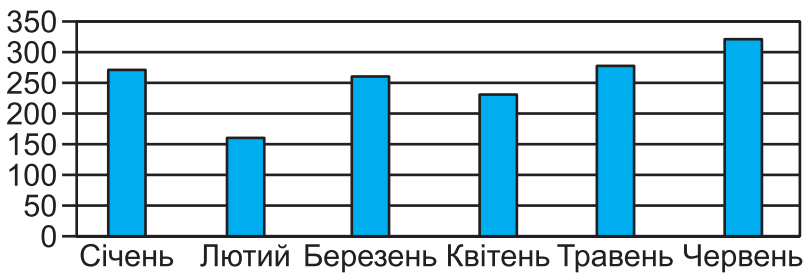



Рис. 63

417. У Миколки є 48 марок із машинками, в Артемка таких марок 54, а в Іринки — 34. За цими даними побудуйте відповідну стовпчасту діаграму, відводячи для зображення однієї марки висоту стовпчика 1 мм.

418. Начальний рік у Китаї триває 251 день, у Швейцарії — 207 днів, у Нідерландах — 200 днів, а в Україні — 175 днів. Округліть ці дані до десятків і побудуйте відповідну стовпчасту діаграму, відводячи на 10 днів висоту стовпчика 1 мм.

419. Побудуйте лінійчасту діаграму за даними площ найбільших лиманів України (у квадратних кілометрах): Дністровський лиман — 360; лиман Сасик (Кундук) — 210; Молочний лиман — 170; Тилігульський лиман — 160; озеро Ялпуг — 149.

420.  Практичне завдання. За даними видання «Ethnologue: Languages of the World» на 2019 р., китайською мовою розмовляють у світі близько 1300 млн осіб, іспанською — 460 млн, англійською — 386 млн, мовою хінді — 341 млн, арабською — близько 317 млн, португальською — 221 млн, французькою — 77 млн, італійською — 65 млн, українською — близько 45 млн (*українська мова входить до другого десятка найпоширеніших мов світу*). Побудуйте за цими даними відповідну стовпчасту діаграму.

ЦІКАВО ПРОЧИТАТИ

На *рис. 64* відображено середньовічний спосіб знаходження відносної висоти зорі або Сонця над горизонтом. Зокрема такі вимірювання проводили навігатори для визначення географічної широти під час морських плавань. Винайшли цей спосіб ще античні астрономи, які користувалися ним для встановлення взаємного розміщення зірок на небі. Пізніше його застосовували і для вимірвальних робіт на місцевості, про що красномовно свідчить гравюра з німецького підручника з географії 1533 р. (*рис. 65*).



Рис. 64



Рис. 65

Прилад із двох лінійок, за допомогою якого проводили ці вимірювання, називали астрономічним радіусом. Слово «радіус» на латині має два основні значення — «палиця» та «промінь», вони обидва тут важливі. Основою приладу справді є довга палиця (лінійка) з нанесеною на ній шкалою для вимірювання кутів, а самі кути утворюють зорові промені.

Приблизно з другої половини 16-го століття навігатори почали використовувати набагато точніший і простіший у застосуванні інструмент — **астролябію** (дослівно — «схоплювач зірок»). Це — невеликий металевий диск зі шкалою на верхньому півкреслі і поворотною стрілкою для візуалізації та вимірювання кутів (*рис. 66, с. 160*), що утворюються зоровими променями і лінією горизонту. Трохи пізніше на основі ідеї астролябії було сконструйовано креслярський прилад **транспортир** для вимірювання і побудови кутів. Про нього йтиметься далі.

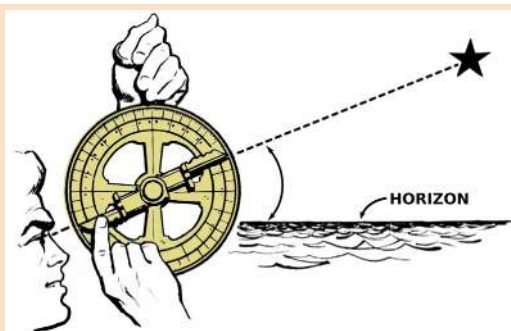


Рис. 66

Сучасний інженер-геодезист, який здійснює розмітку місцевості для благоустрою чи будівництва, теж проводить умовні зорові промені для визначення напрямків на об'єкти A , B , C , D і визначає відповідні кути (рис. 67). Хоча користується він уже оптично-цифровим приладом для візування — *теодолітом*.

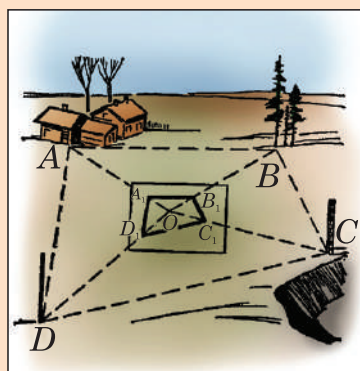


Рис. 67

Оскільки зорові, світлові та інші промені є прямолінійними і завжди мають джерело, з якого виходять і поширюються в одному напрямку, то в математиці їх моделюють частинами прямих, що обмежені з одного боку точками.

§ 6. ПРОМЕНІ І КУТИ

Вивчаємо теорію



Променем у математиці називають частину прямої, обмежену з одного боку точкою.

Ця точка — це **початок променя**. Кінця промінь не має, хоча й зображують його як скінченний відрізок.

На *рис. 68, а)* зображено пряму і точку O на ній. Ця точка ділить пряму на два промені. Аби вказати хоча б один із них, потрібно задати на цьому промені принаймні ще одну точку. На *рис. 68, б)* точка A визначає один із променів з початком O , а на *рис. 68, в)* точка B визначає інший.

Позначають промені зазвичай двома великими латинськими літерами: перша — це початок променя, а друга — яка-небудь інша його точка. Також промінь можна позначити однією малою літерою. Наприклад, на *рис. 68, б), в)* зображені відповідно промені OA і OB , а на *рис. 69, а)* — промінь l .

Промені l і m , які розміщені на одній прямій і мають спільний початок O (*рис. 69, б)*), називають **доповняльними** один до одного.

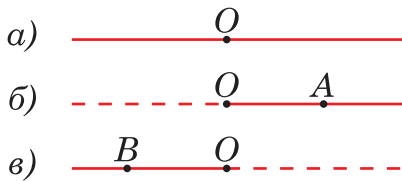


Рис. 68

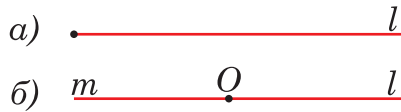


Рис. 69



Кутом називають сукупність двох променів, що виходять з одного початку.

Самі промені — це **сторони** кута, а їхній спільний початок — **вершина** кута (*рис. 70*).

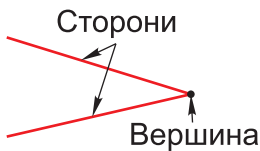


Рис. 70

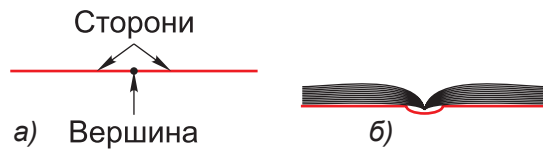


Рис. 71

Якщо сторони кута утворюють пряму, тобто є взаємно доповняльними променями (*рис. 71, а)*), то такий кут називають **роз-**

горнутим. Розгорнутий кут певною мірою нагадує розгорнутий зошит або книгу (рис. 71, б), с. 161). Із цим і пов'язана його назва.

Кут позначають трьома літерами, якими позначені його вершина і сторони. До того ж літеру, що позначає вершину, ставлять по середині. Наприклад, кути, зображені на рис. 72, називають так: кут AOB , кут EQF , кут LMN . На письмі заради скорочення слово «кут» зазвичай замінюють на значок \angle . Зокрема кути, зображені на рис. 72, можна позначити так: $\angle AOB$, $\angle EQF$, $\angle LMN$.

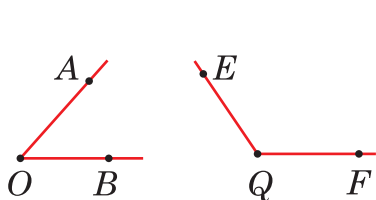


Рис. 72

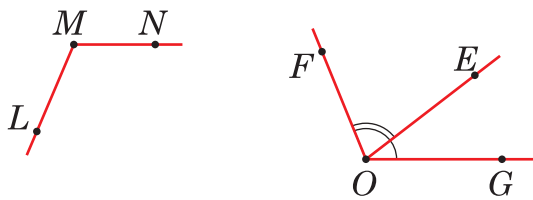


Рис. 73

Часто, якщо це не викликає недомовок, кути називають і позначають однією літерою, якою позначена вершина. Наприклад, ті самі кути з рис. 72 можна позначити й так: $\angle O$, $\angle Q$, $\angle M$. Але коли декілька кутів мають одну вершину, як, наприклад, на рис. 73, то така спрощена форма неприйнятна, бо вона не вказує, про який саме кут ідеться. У такому разі обов'язкове позначення за допомогою трьох літер — $\angle EOG$, $\angle FOE$, $\angle FOG$. Інколи для кращого орієнтування деякі кути відзначають ще й дугами біля вершини.



Перевірте себе

1. Що називають променем?
2. Як зображують і позначають промені?
3. Які промені називають доповняльними?
4. Що називають кутом?
5. Як називають промені, що утворюють кут?
6. Як називають спільний початок променів, що утворюють кут?
7. Який кут називають розгорнутим?
8. Як позначають кути?

ЗАВДАННЯ

- 421.** (Усно). За яку точку потрібно продовжити відрізок AB (рис. 74), щоб утворити промінь AB ?
Щоб утворити промінь BA ?

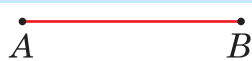
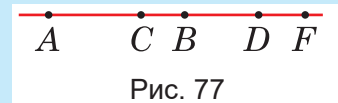
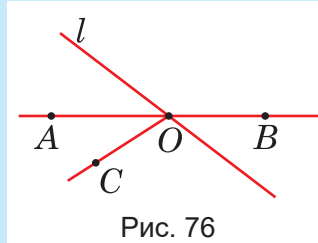
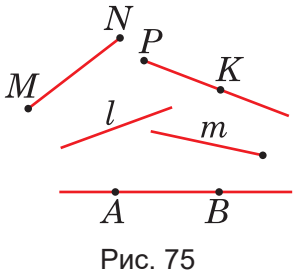


Рис. 74

422. Позначте у зошиті дві точки: O і P . З точки O проведіть промінь через точку P . Скільки променів можна провести через точки O і P , щоб одна з них була початком променя? Скільки взагалі променів можна провести через точки O і P ?

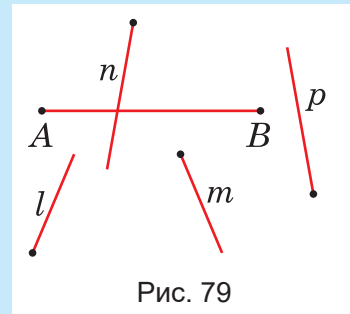
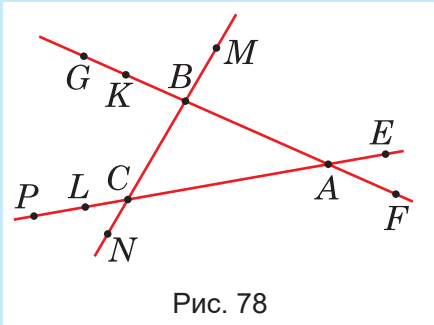
423. (Усно). Серед ліній, зображених на *рис. 75*, укажіть відрізки, прямі і промені.



424. (Усно). Назвіть усі прямі, відрізки та промені, зображені й позначені на *рис. 76*.

425. На прямій дано п'ять точок: A, B, C, D, F (*рис. 77*). Запишіть усі можливі позначення променів із початком D . Скільки серед цих променів різних?

426. На *рис. 78* зображено три прямі, на яких позначені деякі точки. Скільки променів визначили ці точки на кожній із прямих?

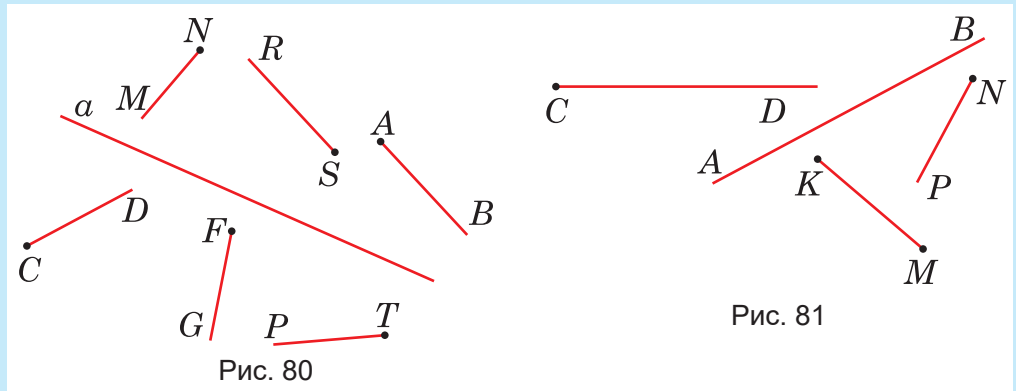


427. На прямій позначено точки A, B, C так, що $AB = 7$ см, $AC = 3$ см, $CB = 4$ см. Чи належить точка B променю CA ?

428. На промені OA відкладено відрізок $OB = 4$ см 6 мм. Скільки відрізків завдовжки 2 см 5 мм можна відкласти на цьому промені від точки B ? А скільки відрізків завдовжки 5 см 55 мм?

429. На *рис. 79* зображено відрізок AB і чотири промені: l, m, n, p . Які із цих променів перетинають відрізок AB ? Які перетинають один одного?

430. Які з променів, зображених на *рис. 80*, перетинають пряму a ?



431. Чи перетинаються зображені на *рис. 81*:

- 1) пряма AB і промінь CD ;
- 2) пряма AB і відрізок KM ;
- 3) промінь NP і відрізок KM ;
- 4) промені CD і NP ;
- 5) промінь CD і відрізок KM ;
- 6) пряма AB і промінь NP ?

432. Позначте у зошиті точку O і проведіть через неї дві прямі. Скільки променів утвориться? Позначте їх і запишіть.

433. Позначте у зошиті точки K, M і проведіть через них промені з початком у цих точках. Скільки взагалі променів можна провести через ці дві точки?

434. Зобразіть у зошиті, як можуть розміщуватися два промені, що мають спільну точку. Чи можуть вони мати спільний відрізок? Чи може один промінь бути частиною іншого?

435. Як можуть розміщуватися два промені за умови, що вони мають дві спільні точки?

436. Як можуть розміщуватися три промені за умови, що вони мають дві спільні точки; три спільні точки?

437. Як розмістити три промені, щоби при їхньому взаємному перетині на них відтиналося дев'ять відрізків?

438. Накресліть пряму AB , промінь KP і відрізок MT так, щоб пряма AB перетинала промінь KP і не перетинала відрізок MT , а відрізок MT перетинав промінь KP .

439. Накресліть пряму SR , промінь CD і відрізки KM та EF так, щоби пряма SR перетинала відрізок KM та промінь CD і не перетинала відрізок EF , а відрізок EF лежав на промені CD .

- 440.** Із центра кола проведено два промені (рис. 82). На скільки частин усі лінії ділять площину креслення? Те саме питання, коли додатково проведено пряму (рис. 83). Те саме питання, коли проведено промінь і пряму, як показано на рис. 84.

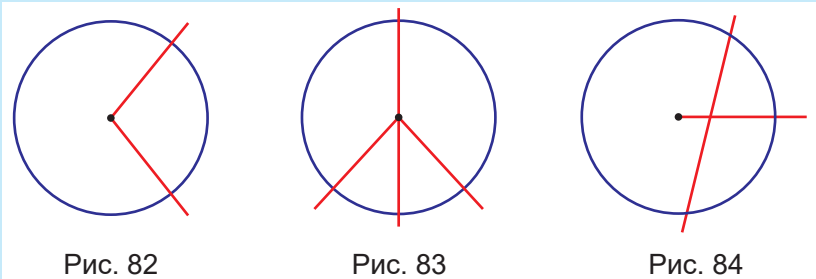


Рис. 82

Рис. 83

Рис. 84

- 441.** Позначте у зошиті точку і проведіть через неї дві прямі. Скільки нерозгорнутих кутів утворилося? А скільки розгорнутих?
- 442.** Накресліть промінь і пряму, яка його перетинає. Скільки кутів утворилось? Чи може серед них бути розгорнутий?
- 443.** Скільки кутів може утворитися в результаті перетину двох променів?
- 444.** Відрізок перетнули прямою. Скільки кутів утворилося?
- 445.** Скільки розгорнутих кутів утвориться, якщо позначити точку на прямій? А якщо на промені?
- 446.** Накресліть два кути з різними вершинами, позначте їхні вершини і сторони. Запишіть ці кути двома способами.



- 447.** Назвіть кожний із кутів, зображених на рис. 85. Скільки їх усіх?

- 448.** Накресліть кут ABC і поділіть його променем BM на дві довільні частини. Запишіть кути, які утворилися.

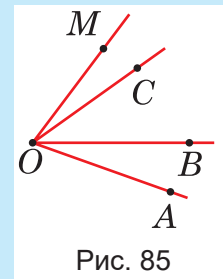


Рис. 85



- 449.** Практичне завдання. Зобразіть на окремому аркуші всі характерні випадки розміщення трьох променів, що лежать на трьох прямих, які попарно перетинаються. Скільки існує таких випадків?

§ 7. ВИМІРЮВАННЯ КУТІВ

Вивчаємо теорію

Кути, як і відрізки, теж вимірюють. Тільки застосовують для цього не прямолінійну шкалу, а півкруглу, і частіше навіть дві півкруглі шкали: зовнішню — з відліком за годинниковою стрілкою і внутрішню — з відліком проти годинникової стрілки (рис. 86). Відповідний вимірювальний прилад називають **транспортиром**. Окрім півкруглих шкал, транспортир має прямокутну основу у формі невеликої лінійки. Посередині внутрішнього боку цієї лінійки позначена важлива для транспортира точка — його **центр**.

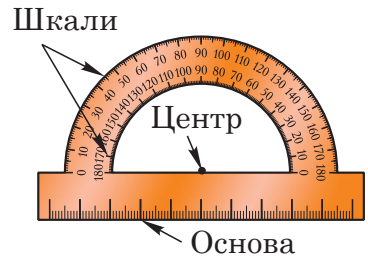


Рис. 86

Вимірюють кути в **градусах**, які позначають за допомогою того самого значка $^{\circ}$, що й градуси температурної шкали. Зовнішня шкала транспортира поділена на 180 градусів, тому ціна однієї найменшої поділки становить 1° . Внутрішню шкалу зазвичай ділять на більші поділки через кожні 10° .



Величину кута в градусах називають його **градусною мірою**.

Для вимірювання кута AOB (рис. 87) транспортир накладають на кут так, щоб його центр сумістився з вершиною O кута, а нульова поділка опинилась на одній із його сторін, наприклад, на OA . Тоді поділка, яка суміститься зі стороною OB кута, вкаже шукану величину. (Звісно, до уваги беруть шкалу, якій належить задіяна нульова поділка.) Із рис. 87 бачимо, що зображений на ньому кут AOB дорівнює 70° . Записують це так: $\angle AOB = 70^{\circ}$.

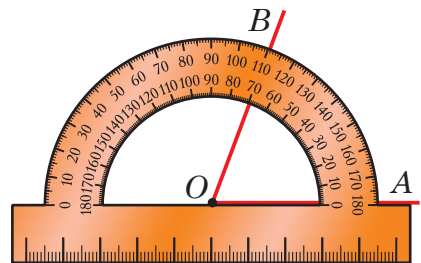


Рис. 87

Аналогічним способом знаходимо, наприклад, градусні міри кутів, зображених на рис. 88:

$$\begin{aligned} \angle BOD &= 38^{\circ}, \quad \angle BOK = 65^{\circ}, \\ \angle BOA &= 139^{\circ}, \quad \angle BOC = 180^{\circ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle COA &= 41^{\circ}, \quad \angle COK = 115^{\circ}, \\ \angle COD &= 141^{\circ}. \end{aligned}$$

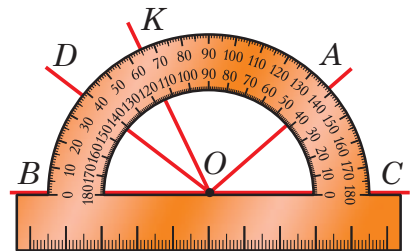


Рис. 88

Як бачимо, найбільшу градусну міру має розгорнутий кут BOC .



Величина розгорнутого кута дорівнює 180° .

Це — максимально можливе значення для величини кута.

За допомогою транспортира можна не тільки вимірювати кути, а й креслити їх за вказаною градусною мірою.

Нехай, наприклад, потрібно накреслити кут із градусною величиною 64° і заданою стороною OA . Кладемо транспортер так, щоб його центр сумістився з початком O даного променя OA , а нульова позначка опинилась на цьому промені (рис. 89). Далі знаходимо на відповідній шкалі транспортира риску, яка відповідає градусній мірі 64° , і ставимо навпроти неї на аркуші точку, — скажімо, точку B . Тоді відсуваємо транспортер набік і під лінійку проводимо промінь OB . Кут AOB — шуканий: його величина дорівнює 64° .

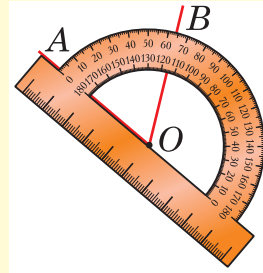


Рис. 89

Узагалі, від променя OA можна відкласти два кути за даною величиною: в один бік від променя (рис. 89) та в інший бік від нього (рис. 90). Винятком є лише кут 180° : від будь-якого променя можна відкласти лише один розгорнутий кут.

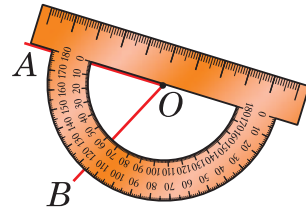


Рис. 90



Кути, що мають однакову градусну міру, називають *рівними*.

Рівність кутів позначають за допомогою звичайного знака рівності $=$. Наприклад, оскільки на рис. 91 $\angle AOB = 70^\circ$ і $\angle FQG = 70^\circ$, то $\angle AOB = \angle FQG$.

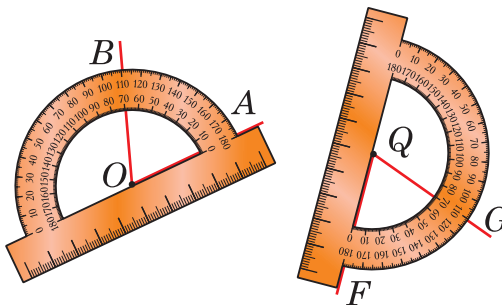
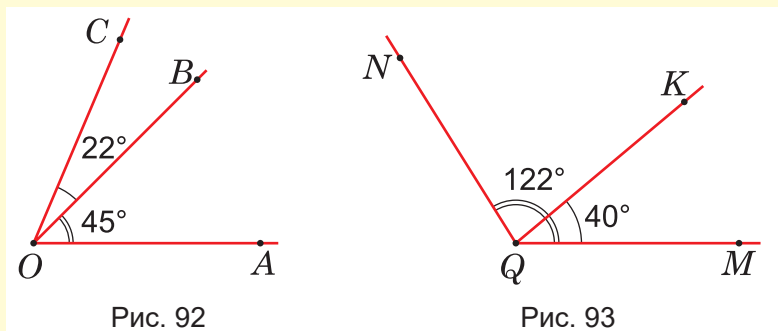


Рис. 91

Градусні міри кутів, як і довжини відрізків, можна додавати й віднімати.

Наприклад, якщо $\angle AOB = 45^\circ$, а $\angle BOC = 22^\circ$ (рис. 92), то $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 45^\circ + 22^\circ = 67^\circ$. Якщо $\angle MQN = 122^\circ$, а $\angle MQK = 40^\circ$ (рис. 93), то $\angle MQN - \angle MQK = \angle NQK = 122^\circ - 40^\circ = 82^\circ$.



Із двох нерівних кутів більшим буде той, у якого градусна міра більша, а меншим — той, у якого вона менша.

Для вимірювання кутів характерна **основна властивість**, подібна до основної властивості вимірювання відрізків. А саме:



Якщо між сторонами кута провести промінь, що виходить з його вершини, то він поділить цей кут на два кути, сума градусних мір яких дорівнює градусній мірі початкового кута.

Наприклад, на рис. 92 промінь OB ділить кут AOC на кути AOB і BOC із градусними мірами 45° і 22° . Сума градусних мір цих кутів дорівнює 67° , тобто градусній мірі кута AOC .

Зауважте, що основою вимірювання і порівняння кутів є накладання на них транспортира. Тому якщо виготовити шаблони рівних кутів, то ці шаблони теж можна накладати один на одного так, щоб їхні сторони сумістилися. Тому коротко кажуть, що **рівні кути можна сумістити накладанням**.

На цьому ґрунтується використання **косинців**, які можна вважати шаблонами для креслення кутів 90° , 30° і 60° (рис. 94, а) або 90° і 45° (рис. 94, б).

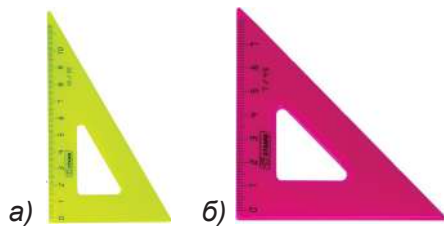


Рис. 94

Найчастіше косинці використовують для креслення кутів 90° . Такі кути називають **прямими**.



Прямим кутом є кут із градусною мірою 90° .

На *рис. 95* показано спосіб креслення прямого кута за допомогою косинця. Кут AOC — прямий.

У столярній та слюсарній справі шаблонами користуються лише для розмітки та перевірки прямих кутів. Тому відповідні інструменти називають **кутниками**. Кутники, на відміну від косинців, не мають косої лінійки, аби вона не перешкождала розмітці прямих кутів на неплоских поверхнях (*рис. 96*).

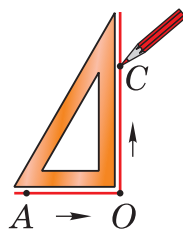


Рис. 95

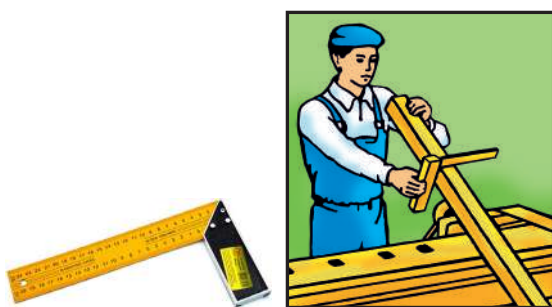


Рис. 96

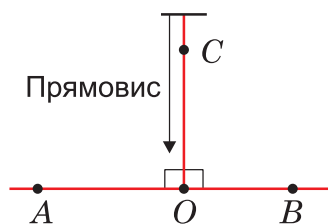


Рис. 97

Оскільки розгорнутий кут має градусну міру 180° , то його величина дорівнює сумі градусних мір двох прямих кутів. Тому якщо від однієї зі сторін розгорнутого кута AOB відкласти прямий кут AOC (*рис. 97*), суміжний із ним кут BOC теж буде прямим. Саме прямо, тобто без нахилу в той чи інший бік відносно горизонтальної поверхні землі, розміщується прямовис — довга нитка з важком на кінці. Звідси й назва «прямий кут». Прямовис використовують для контролю за вертикальним розміщенням стін, стовпів, опор тощо.

Прямий кут є своєрідним мірилом для інших кутів. Кути, менші від прямого, називають **гострими**, а більші за прямий, але менші від розгорнутого, — **тупими**. На *рис. 98* за допомогою транспортира відкладено гострий кут 58° , прямий кут 90° і тупий кут 140° . На рисунках прямі кути часто позначають маленькими квадратами біля вершини.

Для перенесення та розмітки гострих і тупих кутів практики використовують прилад, який називають

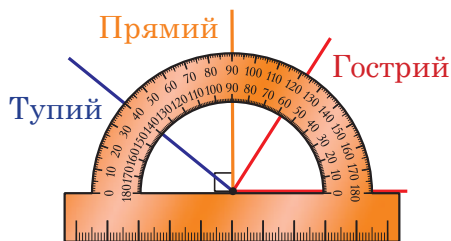


Рис. 98

вають *малкою*, або *складаним кутником*. Назва «малка» утворена від голландського слова *mal*, що означає «вимірник». Малка дає змогу отримувати шаблони будь-яких кутів. Складається вона із двох лінійок, скріплених кінцями за допомогою затяжного гвинта. Сучасні малки мають навіть цифрову індикацію, яка автоматично показує величину кута між лінійками (рис. 99).



Рис. 99

Послабивши гвинт малки, її лінійки розхиляють так, аби внутрішні краї сумістилися зі сторонами кута, який потрібно виміряти або перенести. Після цього гвинт затягують, і зафіксований у такий спосіб кут переносять для креслення чи розмітки в інше місце (рис. 100).



Рис. 100



Перевірте себе

1. Яким приладом вимірюють кути? Яка ціна поділок його шкал?
2. У яких одиницях вимірюють кути?
3. У яких межах змінюються величини кутів? Чому дорівнює величина розгорнутого кута?
4. У чому полягає основна властивість вимірювання кутів?
5. Які кути називають рівними?
6. Який кут називають прямим?
7. Які кути називають гострими?
8. Які кути називають тупими?
9. Який прилад використовують для креслення, розмітки та перевірки прямих кутів?
10. Як називають прилад для перенесення та розмітки гострих і тупих кутів?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. Промені OC і OP ділять прямий кут AOB на три рівні частини (рис. 101). Знайти міру кутів COP і AOP .

Розв'язання. Нехай величина кожного з рівних кутів AOC , COP , POB дорівнює x градусів. Тоді їхня сума складає $3x$ градусів.

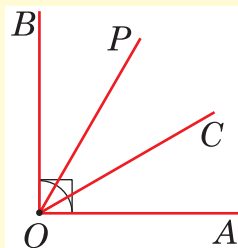


Рис. 101

За основною властивістю вимірювання кутів, ця сума дорівнює величині прямого кута AOB , тобто 90° . Звідси маємо рівняння: $3x = 90^\circ$; $x = 30^\circ$. Отже, $\angle COP = 30^\circ$.

Промінь OC ділить кут AOP на два кути по 30° . Тому він дорівнює $30^\circ + 30^\circ$, тобто 60° .

Відповідь. 30° і 60° .

ЗАВДАННЯ

- 450.** Скопіюйте в зошиті, виміряйте транспортиром і запишіть значення градусних мір усіх кутів, накреслених на *рис. 102*. Чи є серед них рівні? Який із кутів найбільший?

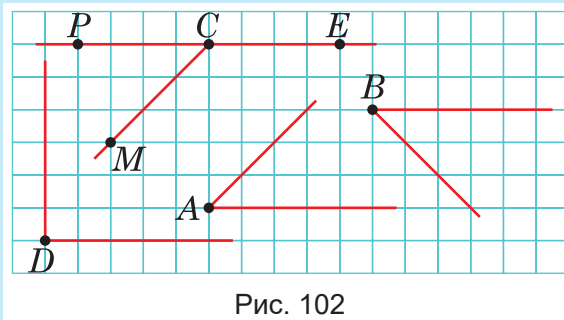


Рис. 102

- 451.** Виміряйте транспортиром і запишіть градусні міри усіх кутів, зображених на *рис. 73* (с. 162).
- 452.** (Усно). В одному класі (звісно, не у вашій школі!) двоє учнів вимірювали кути транспортиром так, як показано на *рис. 103*. Чи правильні результати вони отримували?

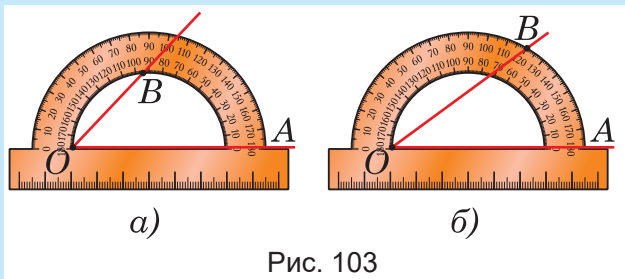


Рис. 103

- 453.** (Усно). Один учень накреслив у зошиті кут так, як показано на *рис. 104, а*) (с. 172), а інший — так, як показано на *рис. 104, б*). Їхня однокласниця, яка спостерігала за цим, сказала, що другий кут вочевидь більший, бо в нього сторони довші. Чи правильно вона міркувала?

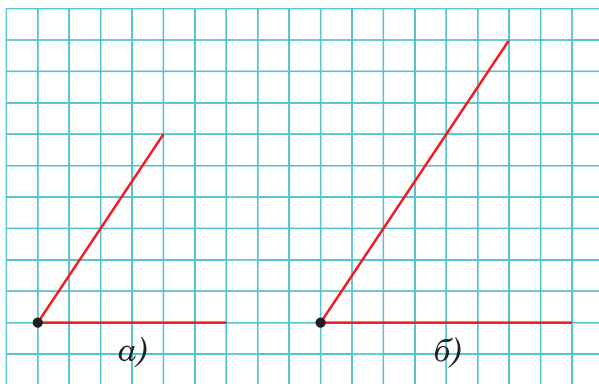


Рис. 104

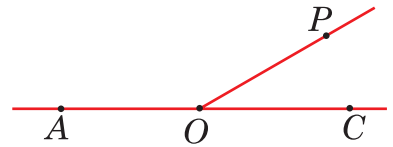


Рис. 105

454. (Усно). Яюсь Оленка, накресливши в зошиті кут, поклала на нього збільшувальне скло і побачила, що кут збільшився. Чи справді це так?

455. Накресліть у зошиті пряму AC і з точки O , що лежить між точкою A і точкою C , проведіть промінь OP (рис. 105). Виміряйте транспортиром кути AOP , POC і знайдіть їхню суму та різницю. Чи буде отримана сума така сама, якщо промінь OP провести по-іншому? Чому?

456. Накресліть:

- 1) гострий кут ABC ;
- 2) тупий кут COD ;
- 3) прямий кут M ;
- 4) розгорнутий кут PKL .

457. Які з цих кутів гострі, тупі, прямі, розгорнуті: $\angle A = 43^\circ$, $\angle B = 126^\circ$, $\angle C = 89^\circ$, $\angle D = 93^\circ$, $\angle E = 180^\circ$, $\angle F = 169^\circ$, $\angle G = 74^\circ$, $\angle K = 91^\circ$, $\angle M = 179^\circ$, $\angle N = 4^\circ$?

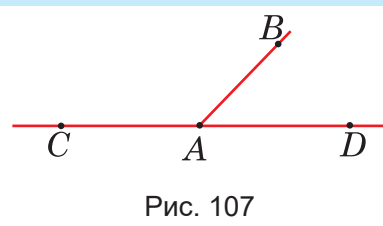
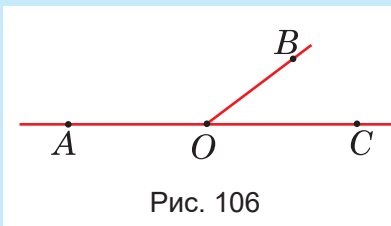
458. Накресліть кут, градусна міра якого дорівнює: 1) 82° ; 2) 47° ; 3) 126° ; 4) 90° ; 5) 163° ; 6) 25° ; 7) 135° . Визначте вид кожного кута.

459. Накресліть два кути, сума яких дорівнює розгорнутому куту. Як найпростіше це зробити? Чи можуть накреслені кути бути рівними?

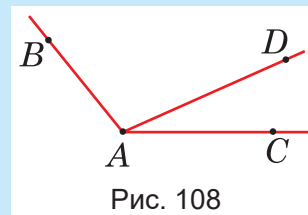
460. Користуючись лінійкою і лініями в зошиті, накресліть прямий кут. Як поділити цей кут навпіл?

461. Накресліть прямий кут так, щоб його сторони були похилими до ліній у зошиті. Які прилади потрібно для цього використати? Як поділити цей кут навпіл?

- 462.** Уявіть, що у вас в руках вирізаний з паперу шаблон якогось кута. Як без транспортира виготовити шаблон удвічі меншого кута?
- 463.** У скільки разів прямий кут менший від розгорнутого?
- 464.** У скільки разів кут величиною 45° менший від прямого; від розгорнутого?
- 465.** На який кут потрібно повернути промінь, аби його початкове і кінцеве положення утворювали: а) прямий кут; б) розгорнутий кут; в) половину прямого кута; г) третину прямого кута; г) третину розгорнутого кута; д) чверть розгорнутого кута?
- 466.** Яку частину прямого кута становить кут A , якщо він дорівнює: 30° ; 45° ; 15° ?
- 467.** Яку частину розгорнутого кута становить кут B , якщо він дорівнює: 30° ; 45° ; 60° ; 90° ?
- 468.** Накресліть промінь OA , а потім побудуйте розгорнутий, прямий, гострий і тупий кути, для яких промінь OA є спільною стороною. Як найшвидше виконати це завдання?
- 469.** Накресліть кут AOB з градусною мірою 120° . Користуючись транспортиром і лінійкою, проведіть у ньому промінь OK , який ділить цей кут навпіл.
- 470.** Накресліть прямий кут KOM і проведіть в ньому промінь OP так, щоб $\angle KOP = 30^\circ$. Знайдіть міру кута POM .
- 471.** Накресліть прямий кут AOC і проведіть поза ним промінь OK так, щоб $\angle KOC = 30^\circ$. Знайдіть міру кута AOK .
- 472.** На *рис. 106* $\angle BOC = 37^\circ$, а кут AOC — розгорнутий. Знайдіть величину кута AOB .



- 473.** На *рис. 107* $\angle CAB = 134^\circ$, а кут CAD — розгорнутий. Знайдіть величину кута BAD .
- 474.** На *рис. 108* $\angle BAD = 94^\circ$, $\angle CAD = 35^\circ$. Знайдіть величину кута BAC .





475. На рис. 109 $\angle KMN = 53^\circ$, $\angle KMP = 27^\circ$. Знайдіть величину кута PMN .

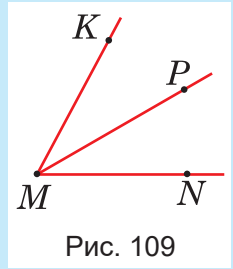


Рис. 109

476. Міри кутів A і B дорівнюють 67° і 43° . Знайдіть їхню суму і різницю.

477. Між сторонами кута MNP проведено промінь NC . Знайдіть градусну міру кута MNP , якщо $\angle MNC = 24^\circ$, а градусна міра кута CNP на 43° більша за градусну міру кута MNC .



478. Градусна міра кута ABC , зображеного на рис. 110, дорівнює 154° . Знайдіть градусні міри кутів ABD і DBC , якщо градусна міра кута ABD на 32° менша від градусної міри кута DBC .

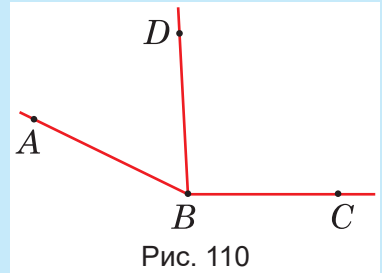


Рис. 110

479. Кут AOP (рис. 111) удвічі менший від кута BOP . Знайдіть міри кутів AOP і BOP , якщо $\angle AOB = 120^\circ$.

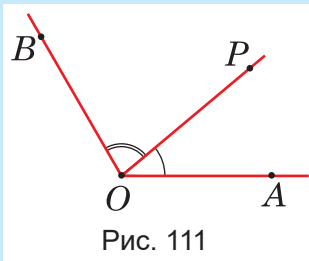


Рис. 111

480. Вимірюванням встановлено, що кут BOD , утворений при перетині прямих AB і CD (рис. 112), дорівнює 23° . Знайко стверджує, що величини решти кутів можна знайти без додаткових вимірювань. Як він міркував?

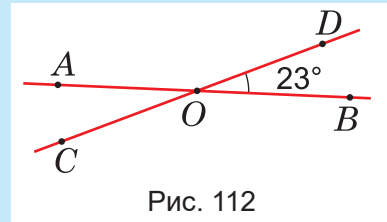


Рис. 112

481. Між сторонами прямого кута ACB проведено два промені CP і CK так, що $\angle ACK = 76^\circ$, $\angle BCP = 63^\circ$. Знайдіть градусну міру кута PCK .

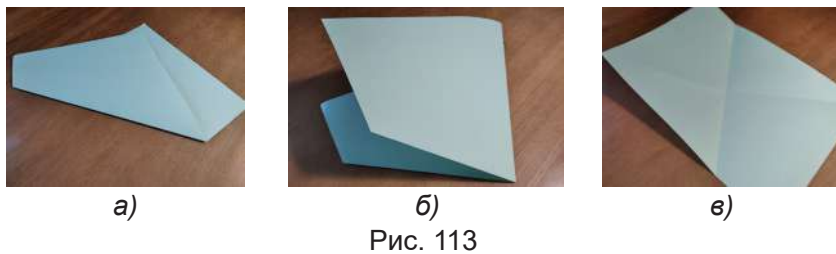


482. Між сторонами розгорнутого кута KMN проведено два промені MA і MB так, що $\angle KMA = 142^\circ$, $\angle NMB = 125^\circ$. Знайдіть градусну міру кута AMB .

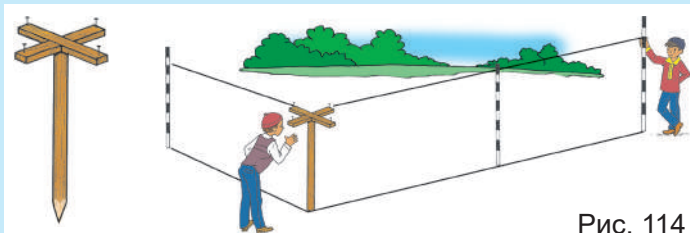
483*. Два рівні тупі кути мають одну сторону спільну, а дві інші їхні сторони утворюють прямий кут. Яку величину має кожний кут?

484. Які кути утворюють зі стрілкою компаса напрямки на: північний схід; північний захід; схід; захід; південь, південний схід і південний захід?

- 485.** Який кут утворюють годинна і хвилинна стрілки годинника, якщо годинник показує: 9 год; 10 год; 13 год; 14 год; 15 год; 18 год; 20 год; 22 год?
- 486.** Годинник показує 9 год. Який час він показуватиме, коли хвилинна стрілка повернеться: а) на 30° ; б) на 60° ; в) на 180° ?
- 487.** Хвилинна стрілка годинника показує 12. На яку цифру показує годинна стрілка, якщо обидві стрілки утворюють прямий кут?
- 488.** Виміряйте за допомогою транспортира кути свого косинця. Якщо сторони його прямого кута не рівні, то гострі кути мають дорівнювати 30° і 60° , якщо ж рівні — то по 45° . Чи можливо зробити таку перевірку без транспортира?
- 489.** Перегніть довільно (не обов'язково рівно з краями) аркуш паперу (рис. 113, а). Тоді зробіть те саме ще раз, але так, щоб обидві частини лінії першого згину наклалися одна на одну (рис. 113, б). Розправте аркуш — і ви отримаєте дві прямі лінії (рис. 113, в). Обґрунтуйте, що нерозгорнуті кути, які утворюють ці лінії, — прямі. Чи можна у такий спосіб утворити кут 45° ? А як ще можна утворити кут із тією самою градусною мірою?



- 490.** На рис. 114 відображено спосіб розбивки прямих кутів на місцевості за допомогою екера і віх. У перекладі з французької слово «екер» означає «кутник». У зображеному тут найпростішому варіанті екером є хрестовина на ніжці. На кінцях хрестовини вбиті гвіздки для візуалізації. Як би ви пояснили цей спосіб?



491*. Прибульці подарували Знайкові красиво оздоблений шаблон кута 19° . Знайко зрозумів, що суть не в оздобленні, бо це не просто подарунок, а й випробування. Поміркувавши трохи, він збагнув, як таким шаблоном можна побудувати кут 1° , а отже, й будь-який інший кут за заданою градусною мірою. Як міркував Знайко?

Підказка. $19 \cdot 19 = 361 = 180 \cdot 2 + 1$.

492*. Розв'язавши попередню задачу прибульців, Знайко придумав для вас аналогічну задачу, тільки легшу: як побудувати кут 1° , маючи косинець із гострим кутом 13° ? Прямий кут косинця теж можна використовувати.

Спробуйте і ви придумати для однокласника чи однокласниці подібну задачу.

Підказка до задачі Знайка. $13 \cdot 7 = 91$.

Підказка до нової задачі. $11 \cdot 41 = 451$.



493. П р а к т и ч н е з а в д а н н я. Побудуйте в зошиті моделі косинців, зображені на *рис. 115*. Визначте в кожному випадку за допомогою транспортира градусні міри гострих кутів, а тоді знайдіть їхні суми. Чи помітили ви цікаву закономірність?

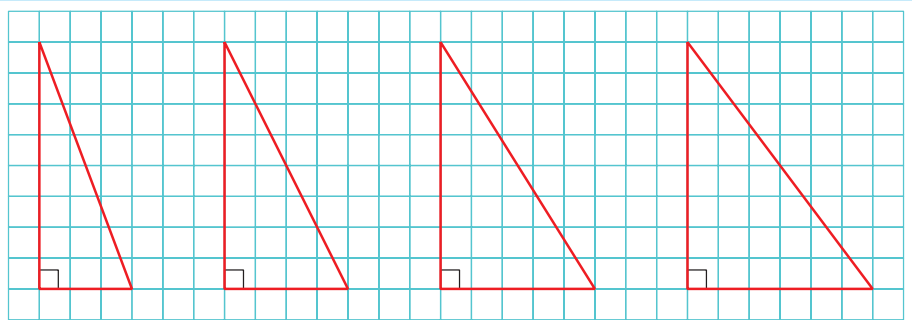


Рис. 115

*) Використовуючи транспортир, виготовте картонний шаблон кута 75° за зразком (див. *рис. 116*). Переконайтеся, що за допомогою лише цього шаблона, тобто без транспортира і без косинців, можна накреслити кути з градусними мірами 150° , 105° , 30° , 45° , 135° , 60° . Чи всі можливі кути тут перелічені?

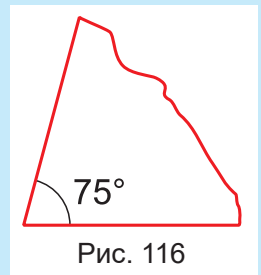


Рис. 116

ЯК ВИМІРЮВАЛИ КУТИ В РІЗНІ ЧАСИ

Найдавнішим прообразом транспортира був кутомірний прилад, який використовували астрономи, — *астролябія*. Транспортир — це половина астролябії.

Існує думка, що астролябію винайшов у II ст. до н. е. знаменитий грецький астроном *Гіппарх* (180–125 до н. е.), а вдосконалив — середньовічний німецький астроном та математик *Регіомонтан* (1436–1476). Цей прилад слугував для визначення положення небесних світил.

Із початком епохи Великих географічних відкриттів астролябію почали активно використовувати мореплавці для визначення географічної широти в морі. На малюнку нижче зображено морську астролябію португальських мореплавців, виготовлену в 1571 році (дата вигравіювана майстром на корпусі). На відміну від транспортира, за допомогою астролябії вимірювали кути від 0° до 90° . За шкалою зображеної тут астролябії визначали кут, утворений зорзовим променем на світило та лінією горизонту.

Одночасно з Великими географічними відкриттями розпочався бурхливий розвиток астрономії. Це вимагало значно більшої точності астрономічних вимірювань, аніж її могли забезпечити тодішні астролябії. У ті часи цього можна було досягти лише завдяки збільшенню розмірів шкали. Адже чим більшою буде шкала, тим більшою стане відстань між сусідніми її поділками, а це дасть змогу визначати не тільки кількість цілих градусів у куті, а й кількість їхніх частин.



Регіомонтан з астролябією. Рисунок із книги «Світова хронологія» німецького просвітителя Гартмана Шеделя (1497 р.)



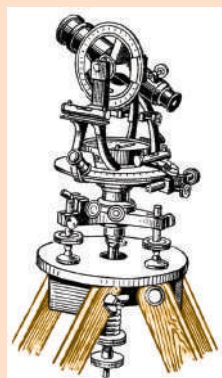
Астролябія португальських мореплавців другої половини 16-го століття

Водночас було помічено, що для більшості астрономічних вимірювань фактично потрібна не вся кругова шкала астролябії, а лише певна її частина. Тому замість цілої астролябії у збільшеному вигляді виготовляли лише так звані **квадранти**, **секстанти** і **октанти**, якими вимірювали кути від 0° до 90° , до 60° або й до 45° . Великий квадрант видатного астронома **Тихо Браге** зображений на заставці до цього розділу (с. 122).

Наступне істотне вдосконалення конструкції астролябії здійснив у середині XVII ст. французький астроном **Жан Пікар** (1620–1682). Він додав підзорну трубу, винайдену незадовго до цього **Галілеєм**. Це істотно підвищило точність вимірювань.



Жан Пікар



Теодоліт

Для проведення наземних (геодезичних) вимірювань було сконструйовано **теодоліт**

(назва утворена від грецьких слів «теомай» — *дивитися* і «долі-хос» — *довгий*). Теодоліт має дві шкали, розміщені у вертикальній і горизонтальній площинах. Це дає змогу застосовувати його як для складання планів, так і для визначення висот.

Креслярський прилад, який тепер називають **транспортиром**, відомий з 18 ст. Зображений тут латунний транспортир був виготовлений у Німеччині близько 1700 року. Схожість із сучасним транспортиром вражаюча.



Старовинний німецький латунний транспортир

Найпоширенішими одиницями для вимірювання кутів є градуси. Уже зазначалося, що латинське слово *gradus*, від якого утворено цю назву, означає «крок», «ступінь», і що величина кута 1°

дорівнює $\frac{1}{180}$ частині розгорнутого кута.

Як пояснити таку назву і таку величину?

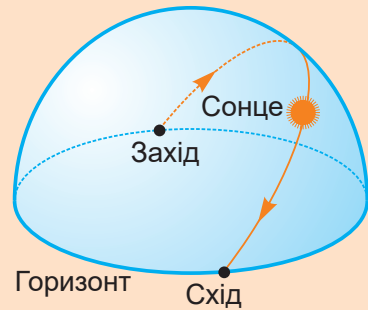
Ще давньовавилонські жерці помітили, що під час рівнодення (тобто коли день і ніч мають однакову тривалість) сонячний

диск упродовж свого руху небосхилом укладається в пройденому шляху рівно 180 разів. А оскільки цей шлях — півколо, то цілком природно було ділити його на 180 так званих кроків Сонця. Саме ці кроки пізніше й були названі градусами.

Спостереження за рухом Сонця впродовж дня підтверджувалися й відповідними спостереженнями за його рухом упродовж року. У ті часи вважали, що рік триває 360 діб. Тому весь річний шлях Сонця небосхилом — так зване зодіакальне коло — ділили на 360 кроків, тобто градусів, а його половину, відповідно, — на 180 градусів.

В античні часи вавилонську систему запозичили грецькі астрономи, зокрема найвидатніший із них **Клавдій Птолемей** (I–II століття нової ери). Авторитет Птолемея сприяв тому, що ця система набула значного поширення в епоху Відродження, а потім — і в пізніші часи. У результаті ми й тепер, як і давні вавилоняни, греки та середньовічні європейці, вимірюємо кути в градусах, вважаючи, що розгорнутий кут має саме 180° .

Цікаве походження позначення градусів. Кути з величиною 1° Птолемей називав мойрами, що в перекладі з грецької мови означало «дрібні частинки». Записане грецькими літерами слово «мойра» (*μοιρα*) він скорочував двома першими літерами, причому другу літеру писав меншою від першої і вгорі — μ° . Пізніше залишилася лише маленька літера $^\circ$. Це скорочення застосовується й досі.



Рух Сонця небосхилом під час рівнодення



Клавдій Птолемей

§ 8. ЧИСЛОВИЙ ПРОМІНЬ

Вивчаємо теорію

Промені, що є обмеженими з одного боку частинами прямих ліній, використовують не тільки для утворення кутів, а й для побудови лінійчатих діаграм. Далі буде наведено приклад такої діаграми, але перед тим промінь потрібно «оцифрувати» — точніше, перетворити його на **числовий промінь**.

Промінь стане числовим, якщо на нього нанести шкалу, аналогічну до сантиметрової шкали на звичайній лінійці. Для цього беруть деякий відрізок e , наприклад, завдовжки 1 см, і від початку O променя послідовно відкладають цей відрізок (рис. 117). Кінець першого побудованого відрізка позначають числом 1, кінець другого — числом 2, третього — числом 3, і так далі. У результаті кожне натуральне число отримує на числовому промені свою позначку, яку зображують точкою або рисою. Вважають, що числу 0 відповідає початок O променя. Промінь із такими позначками та відповідними їм числами і називають **числовим**.

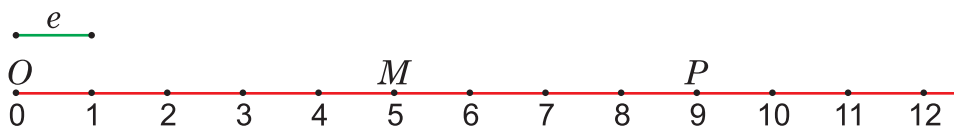


Рис. 117

Число, яке відповідає точці числового променя, називають **координатою** цієї точки. На рис. 117 точка M має координату 5, точка P — координату 9. Це записують так: $M(5)$, $P(9)$. При цьому $OM = 5$ см, $OP = 9$ см. Звісно, початок O числового променя має координату 0: $O(0)$.

Зазвичай числовий промінь розміщують горизонтально з напрямком відліку зліва направо.

Із двох натуральних чисел одне менше, а інше — більше. Більшим є те, яке під час лічби називають пізніше, тому на числовому промені відповідний йому одиничний відрізок буде відкладено правіше. Отже, із двох чисел, позначених на числовому промені, більше число розміщується правіше. На рис. 117 число 9 розміщено правіше за число 5.

Міркуючи так само, легко дійдемо висновку, що коли на числовому промені зафіксувати якесь число, то всі числа, розміщені зліва від нього, будуть меншими, а всі числа, розміщені справа, —

більшими. Наприклад, на *рис. 117* зліва від числа 5, і отже, меншими від нього, є числа 0, 1, 2, 3, 4, а більшими — числа 6, 7, 8, 9, 10, 11 і так далі.

Для побудови **лінійчатої діаграми** на числовому промені відповідні відрізки відкладають від деякої його точки, наприклад, від початку. Особливо наочно такі діаграми відображають часові проміжки. На *рис. 118* для прикладу побудовано діаграму, що ілюструє розвиток форм життя на Землі. Великі поділки відповідають мільярдам років від часу утворення планети Земля. Вважають, що це відбулося близько 4 млрд 560 млн років тому.

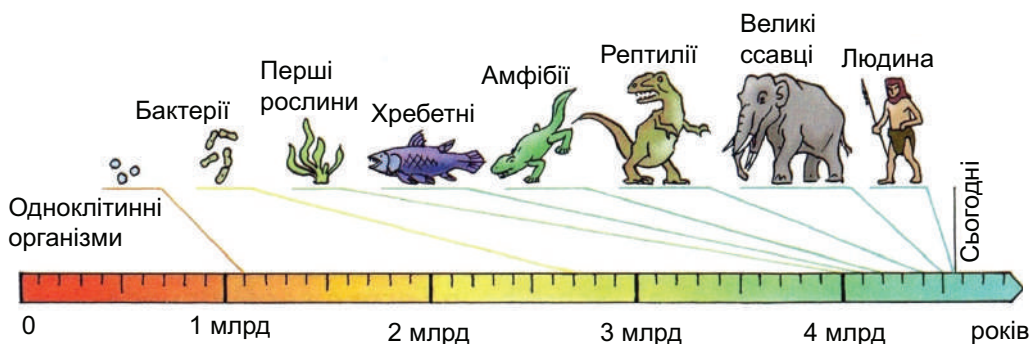


Рис. 118

Із цієї діаграми наочно видно, який відносно малий проміжок від загального віку Землі займає час, відколи на ній з'явилися перші рослини і тварини.



Перевірте себе

1. Як утворюється числовий промінь?
2. Що таке координата точки на числовому промені?
3. Як будують лінійчаті діаграми на числовому промені?

ЗАВДАННЯ

494. (Усно). На *рис. 119* зображено числовий промінь і деякі точки на ньому. Назвіть початок цього променя і його одиничний відрізок. Які координати мають точки O , A , B , C , P ?

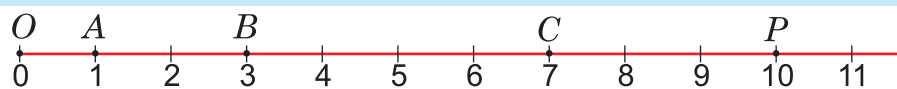
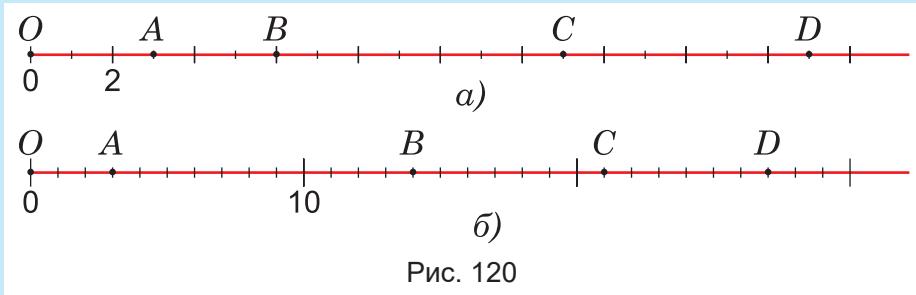


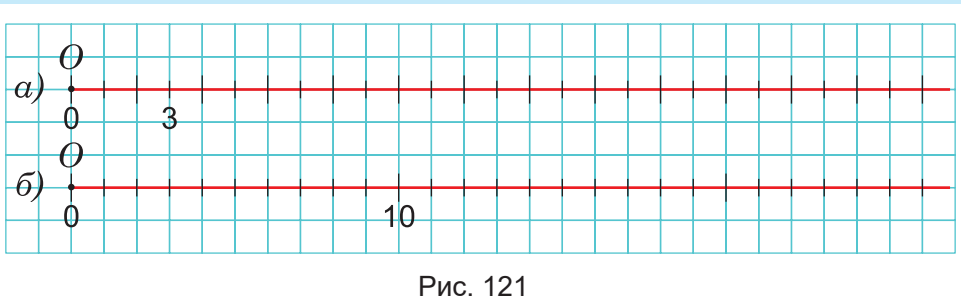
Рис. 119

- 495.** (Усно). Які координати мають точки A, B, C, D на кожному із числових променів, зображених на *рис. 120, а), б)*?



- 496.** Накресліть у зошиті числовий промінь, зображений на *рис. 121, а)*, і позначте на ньому точки: $A(6), B(8), C(11), D(17)$.

- 497.** Накресліть у зошиті числовий промінь, зображений на *рис. 121, б)*, позначте на ньому всі поділки для чисел від 11 до 21, а тоді позначте точки: $E(4), M(9), P(14), T(19)$.



- 498.** Назвіть координати точок, які на числовому промені, зображеному на *рис. 120, а)*, лежать на відстані:
- 1) 3 одиниці від точки B ;
 - 2) 8 одиниць від точки A ;
 - 3) меншій, ніж три одиниці від точки B ;
 - 4) не більшій, ніж три одиниці від точки B .
- 499.** Назвіть координати точок, які на на числовому промені, зображеному на *рис. 120, б)*, лежать на відстані від точки B , більшій за чотири одиниці, але меншій від шести одиниць.
- 500.** Визначте координати точок P і K (*рис. 122, а)*, с. 183) і точок A, B, C (*рис. 122, б)*, с. 183).
- 501.** Визначте координати точок, які на числових променях, зображених на *рис. 120, а), б)*, рівновіддалені від точок C і D .
- 502.** Накресліть числовий промінь, одиничний відрізок якого дорівнює 1 см. Позначте на ньому точки: $P(4), M(9), T(17)$. Чому дорівнюють відстані між цими точками?

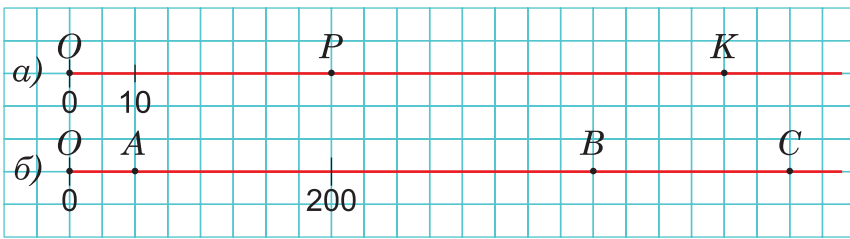


Рис. 122

- 503.** Накресліть числовий промінь, одиничний відрізок якого дорівнює довжині однієї клітинки зошита. Позначте на ньому точки: $E(5)$, $F(13)$, $G(18)$. Скільки клітинок становлять відстані між цими точками?
- 504.** Довжина одиничного відрізка числового променя дорівнює 2 см. Визначте відстані між точками: а) $O(0)$ і $A(6)$; б) $B(7)$ і $C(13)$; $K(11)$ і $M(23)$.
- 505.** Відстань між точками $P(3)$ і $T(21)$ числового променя дорівнює 9 см. Визначте довжину одиничного відрізка цього променя.
- 506.** Коник-стрибунець сидить на початку числового променя з одиничним відрізком 1 дм, а потім починає стрибати вздовж променя. За один стрибок він може переміститися управо або вліво на 1 одиницю. На яку найбільшу відстань може переміститися коник після 21 стрибка і на яку — найменшу?
- 507.** На числовому промені позначено точки $A(7)$ і $B(12)$. Знайдіть відстань між точками $M(37)$ і $K(49)$, якщо $AB = 15$ см.
- 508.** На числовому промені позначено точки $S(36)$ і $P(43)$. Знайдіть відстань між точками $D(82)$ і $F(93)$, якщо $SP = 28$ см.
- 509.** На числовому промені відображено часовий проміжок, починаючи з 1800 року (рис. 123). Яким рокам відповідають точки C , D , E ?

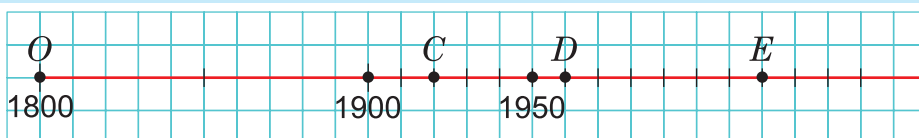


Рис. 123

510. П р а к т и ч н е з а в д а н н я. Побудуйте на числовому промені лінійчату діаграму, що відображає 10 ключових віх в одній із таких царин (на свій розсуд):

- 1) українська культура від початку 11-го до кінця 19-го століття;
- 2) новітня історія України (20–21 століття);
- 3) історія українського козацтва;
- 4) українська естрадна пісня від початку 1970-х років.

511. П р а к т и ч н е з а в д а н н я: мій інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та проілюструйте три задачі на тему «Геометрія просто неба».



§ 9. КРУГОВІ ДІАГРАМИ

Вивчаємо теорію

Окрім лінійчатих і стовпчастих діаграм на практиці часто використовують так звані **кругові діаграми**. Істотною перевагою кругових діаграм є те, що вони дають наочне уявлення не тільки про взаємні співвідношення між окремими величинами, а й про частку кожної з них у сумарній кількості.

Основою кругової діаграми, як свідчить її назва, є **круг**. Із кругом ви вже знайомі з початкової школи. Круг можна утворити, якщо обертати відрізок OA навколо одного з його кінців, наприклад, O (рис. 123). Так утворюють круг спиці велосипедного колеса, яке швидко обертається навколо осі. Кожне положення OX рухомого відрізка OA називають **радіусом круга**, а точку O — його **центром**. Усі радіуси круга рівні між собою.

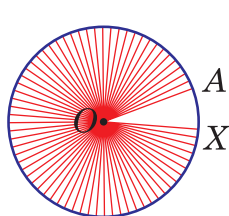


Рис. 123

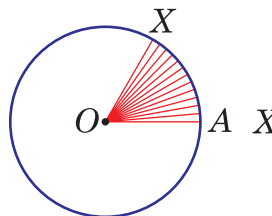


Рис. 124

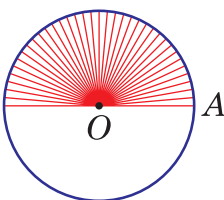


Рис. 125

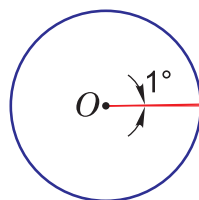


Рис. 126

Частина круга, описану рухомим радіусом від його початкового положення OA до будь-якого проміжного положення OX , називають **сектором**. Сектор може бути меншим від півкруга (рис. 124), півкругом (рис. 125) і більшим за півкруг (рис. 123).

Сектори вимірюють у градусах. За одиницю вимірювання беруть сектор, який описує рухомий радіус при повороті на кут 1° (рис. 126). Отже, якщо сектор менший від півкруга, то його градусна міра менша від 180° ; якщо є півкругом, то його градусна міра дорівнює 180° ; якщо сектор більший за півкруг, то його градусна міра більша за 180° . Максимальне значення градусної міри сектора — 360° . Такий сектор заповнює весь круг.

Сектори в межах до півкруга вимірюють звичайним транспортом — так само, як вимірюють кути. Більші сектори ділять на частини і вимірюють їх окремо, а потім додають результати. Однією із частин може бути півкруг, величина якого 180° відома й без вимірювання. Зазначимо, що існують і спеціальні кругові транспортири для безпосереднього вимірювання будь-яких секторів, тобто в межах від 0° до 360° (рис. 127).

Побудова кругової діаграми полягає у поділі круга на сектори. Градусні міри секторів узгоджуються з величинами, які беруть до уваги.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Побудуємо кругову діаграму, що відображає здобутки команди школи на міських змаганнях з легкої атлетики. У команді було 30 учнів та учениць. Із них шестеро вибороли перші призові місця, дев'ятеро — другі, десятеро — треті. Решта учасників та учасниць залишились без відзнак.

На відповідній круговій діаграмі на одну особу має припадати сектор завбільшки $360^\circ : 30 = 12^\circ$. Отже, на сектор перших призових місць потрібно відвести $12^\circ \cdot 6 = 72^\circ$, на сектор других призових місць — $12^\circ \cdot 9 = 108^\circ$, а на сектор третіх призових місць — $12^\circ \cdot 10 = 120^\circ$. Решта круга, тобто сектор з мірою $360^\circ - 72^\circ - 108^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, відповідає кількості учасників та учасниць змагань, які залишились без відзнак. Побудувавши ці сектори за допомогою транспортира, матимемо відповідну кругову діаграму (рис. 128).

Якби кількість усіх учасників та учасниць була такою, що 360° на неї не ділиться без остачі, то потрібно було б виконувати ділення з остачею, а наступні множення — на одержану неповну частку.

За даною круговою діаграмою можна визначити величини складових, які вона відображає.

Приклад 2. На рис. 129 подано діаграму розподілу суші за всіма материками. Знаючи, що загальна площа суші становить 150 млн 200 тис. кв. км, можна визначити приблизну площу кожного материка.

На кожен круговий сектор з кутом 1° припадає $150 \text{ млн } 200 \text{ тис.} : 360 \approx 420 \text{ тис. кв. км}$.

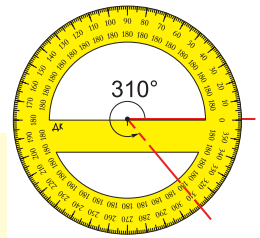


Рис. 127

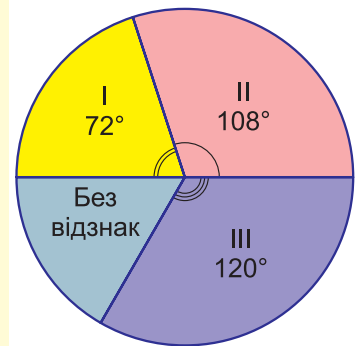


Рис. 128

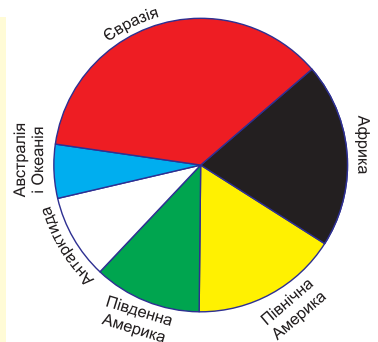


Рис. 129

За допомогою транспортира вимірюємо градусні міри відповідних секторів: Євразія — 120° , Африка — 75° , Північна Америка — 60° , Південна Америка — 45° , Антарктида — 35° , Австралія й Океанія — 25° . Помноживши кожен із цих величин на 420 000, отримуємо шукані площі:

Євразія — 50 400 000 км², Африка — 31 500 000 км², Північна Америка — 25 200 000 км², Південна Америка — 18 900 000 км², Антарктида — 14 700 000 км², Австралія й Океанія — 10 500 000 км².



Перевірте себе

1. Як можна утворити круг? Що таке центр і радіус круга?
2. У яких одиницях і як вимірюють сектори?
3. Як побудувати кругову діаграму?

ЗАВДАННЯ

- 512.** (Усно). Аналізуючи кругову діаграму, Оленка виміряла за допомогою транспортира всі чотири її сектори й отримала значення: 65° , 75° , 96° і 121° . Це її насторожило, і вона повторила свої вимірювання ретельніше. Як ви гадаєте, що саме насторожило Оленку?
- 513.** Полічіть, скільки у вашому класі хлопців і скільки дівчат, та побудуйте відповідну кругову діаграму.
- 514.** У класі навчаються 30 учнів та учениць. З них шестеро вчиться на «відмінно» (на 10–12 балів), дванадцятьоро — на «добре» (8–10 балів), четверо — на «посередньо» (6–8 балів), решта — «нижче посереднього». Побудуйте відповідну кругову діаграму.
- 515.** Денний раціон людини, взятий умовно за 20 одиниць, деякі дієтологи рекомендують розподіляти так: на перший сніданок — 5 одиниць, на другий сніданок і на вечерю — по 3 одиниці, на обід — 9 одиниць. Зобразіть цей розподіл за допомогою кругової діаграми.
- 516.** У Петриковій колекції є по 270 поштових марок із зображеннями комах і птахів, 360 марок — із зображеннями звірів, 540 — із зображеннями автомобілів. Зобразіть тематичний розподіл поштових марок у Петриковій колекції круговою діаграмою.
- 517.** Для приготування вінегрету за рецептом пропонують узяти по 400 г буряків і картоплі, 240 г моркви, 200 г квашених

огірків, 100 г цибулі і 40 г олії. Зобразіть складники вінегрету за допомогою кругової діаграми.



518. Площа шкільного квітника становить 360 кв. м. Розподіл цієї площі між різними видами квітів відображено діаграмою (рис. 130). На цій діаграмі сектор 1 відповідає площі троянд, сектор 2 — площі гвоздик, 3 — площі флоксів, 4 — айстр, 5 — чорнобривців. За допомогою транспортира визначте градусні міри цих секторів та обчисліть, яку площу займає кожен вид квітів.

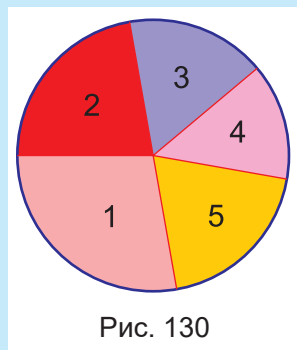


Рис. 130

519*. На рис. 131, а) зображена кругова діаграма приблизного розподілу листяних і хвойних дерев у парку, а на рис. 131, б), в) — кругові діаграми приблизного розподілу різних видів листяних і хвойних дерев у тому самому парку. Побудуйте детальну кругову діаграму приблизного розподілу всіх основних видів дерев у парку.



Рис. 131



520. Практичне завдання. Відобразіть за допомогою кругової діаграми середній розподіл свого часу в навчальні дні за такими пунктами: уроки в школі; додаткові навчальні та спортивні заняття після уроків; виконання домашніх завдань; допомога по дому; читання художньої літератури; перегляд кіно- і відеоматеріалів; сон; усе інше. Проаналізуйте побудовану діаграму й подумайте, чи є варіанти вдосконалити свій розпорядок.



Готуємося до математичних турнірів





§ 10. Урок-практикум «Сонячний безпілотник»

Задача 1. Дрон, що має крила із сонячними батареями, може місяцями не спускатися на землю. Поки світить сонце, він піднімається до 21 км 500 м, а вночі плавно спускається до 4 км 300 м. У скільки разів вище дрон літає при заході сонця, ніж на світанку?



Задача 2. Одного дня, коли дрон перебував на своїй мінімальній висоті, світанок настав о 6 год 48 хв, а сутінки — о 21 год 53 хв, коли дрон був на максимальній висоті. Скільки часу сонце освітлювало крила дрона?

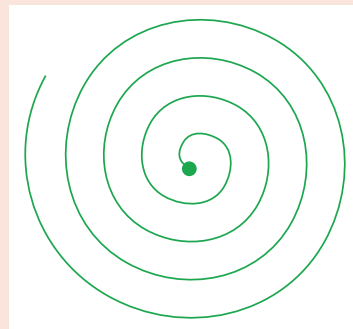
Задача 3. На світанку та на заході сонця дрон передав зону землі, яку він бачив. Визначте за схематичним рисунком, над якими населеними пунктами дрон був уранці; увечері.



Задача 4. Чотирьом дітям доручили керувати дроном цілу годину. Ася керувала ним 12 хв, Богдан — удвічі довше, ніж Ася, Віктор — половину від сумарного часу Асі та Богдана, а Ганна — решту часу. Хто з дітей керував дроном найдовше?

Задача 5. Під час лісової пожежі дрон літав колами та забезпечував зв'язок із пожежниками. Він прилетів 28 травня о 16 год 50 хв і зробив над лісом 38 кіл, витрачаючи на кожне коло в середньому 4 год 30 хв. Знайдіть дату, годину і хвилину, коли дрон перестав допомагати пожежникам.

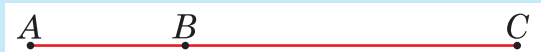
Задача 6. У школі живе цуцик Кнопка. Під час екскурсії до лісу він загубився. Дрон із тепловізором облетів весь ліс по спіралі, доки не знайшов цуцика. Подивіться на маршрут дрона та визначте, скільки витків спіралі він зробив. З'ясуйте, чи на однакову відстань дрон віддалявся від центра на кожному наступному витку.





Контрольна робота №4. Відрізки і кути та їх вимірювання

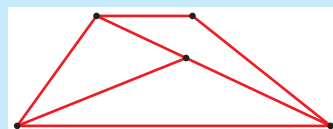
1. На рисунку точка B лежить на відрізку AC , $AB = 64$ мм, $BC = 128$ мм. Знайдіть довжину відрізка AC .



А	Б	В	Г
182 мм	64 мм	66 мм	192 мм

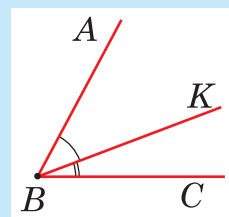
2. Скільки відрізків зображено на рисунку?

А	Б	В	Г
6	7	8	9



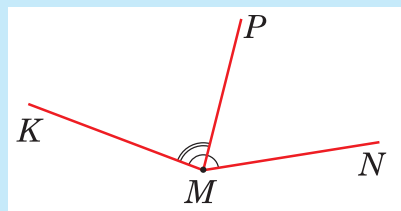
3. Із вершини гострого кута ABC проведено промінь BK так, що $\angle KBC = 29^\circ$. Обчисліть градусну міру кута ABK , якщо $\angle ABC = 74^\circ$.

А	Б	В	Г
103°	93°	55°	45°



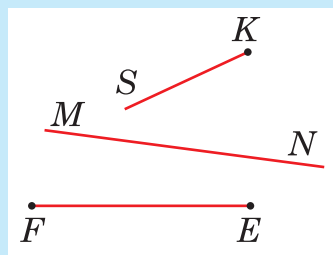
4. Із вершини тупого кута KMN проведено промінь MP так, що $\angle KMP = 76^\circ$, $\angle PMN = 67^\circ$. Обчисліть градусну міру кута KMN .

А	Б	В	Г
133°	143°	153°	9°



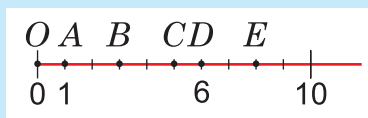
5. Які із тверджень є хибними?

- I. Пряма MN перетинає промінь KS .
- II. Пряма MN перетинає відрізок FE .
- III. Промінь KS і відрізок FE перетинаються.



А	Б	В	Г
Твердження І і ІІІ	Твердження ІІ	Твердження ІІІ	Твердження ІІ і ІІІ

6. На числовому промені позначено точки O, A, B, C, D та E . Довжина одиничного відрізка дорівнює 2 см. Установіть відповідність між відрізком (1 – 3) та його довжиною (А – Д).

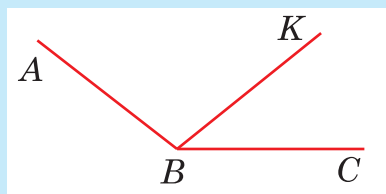


- | | |
|---------|------|
| 1. OC | А 14 |
| 2. AE | Б 7 |
| 3. BD | В 5 |
| | Г 10 |
| | Д 6 |

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Найменша відстань від Землі до Меркурія — 82 млн км, до Венери — 38 млн км, до Марса — 56 млн км.

- За цими даними побудуйте лінійчатую діаграму (1 млн км — 1 мм).
- Побудуйте стовпчасту діаграму (1 млн км — 1 мм).



8. Виміряйте та запишіть градусні міри всіх кутів, зображених на рисунку.

9. Накресліть пряму і розмістіть на ній точки A, B, C так, щоб $AB = 4$ см 6 мм, $BC = 5$ см 2 мм. Якою буде відстань між точками A і C ? Розгляньте дві можливості.

10. Накресліть відрізок $AB = 12$ см і позначте на ньому точки K і M так, щоб $AK = 6$ см 2 мм, $MB = 8$ см 7 мм. Якою буде відстань між точками K і M ?

11. Накресліть кут ABC із градусною мірою 43° і проведіть промінь BK так, щоб $\angle ABK = 36^\circ$. Знайдіть градусну міру кута KBC . Розгляньте дві можливості.

12. Сергійко має 5 моделей вантажних автомобілів, 9 моделей легкових автомобілів, 7 моделей мотоциклів і 3 моделі велосипедів. Побудуйте кругову діаграму, яка відповідає цим даним.



Заставка до розділу, присвяченого арифметиці, в одній із перших європейських енциклопедій, яку уклав німецький просвітитель Грегор Рейш та опублікував у 1503 р. під назвою «Філософська перлина»

У центрі композиції зображено покровительку (музу) арифметики. Вона зійшла з висот, щоб розсудити суперництво легендарного вченого стародавніх часів Піфагора (праворуч) та середньовічного римського філософа, математика і політика Боеція (ліворуч).

Піфагор збирається рахувати на абаці — давньому варіанті рахівниці, а Боецій — письмово у новій десятковій позиційній системі числення (на столі написані всі десять її цифр). Повернута до Боеція голова покровительки красномовно засвідчує, кого вона вважає фаворитом у цьому змаганні.

РОЗДІЛ 5.

МНОЖЕННЯ ТА ДІЛЕННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

У цьому розділі ви ще раз пригадаєте правила письмового множення і ділення натуральних чисел, відомі вам у загальних рисах із початкової школи, та вдосталь попрактикуєтесь у виконанні цих дій. А новим буде узагальнення властивостей множення і ділення, що дасть вам змогу спрощувати громіздкі обчислення. Також ви ознайомитесь із обґрунтуванням правил знаходження невідомих компонентів множення і ділення та розглянете приклади їх застосування для розв'язування різноманітних задач. Із даного розділу ви дізнаєтесь про надзвичайно важливе практичне застосування дії множення — зокрема, для визначення площ прямокутних і квадратних форм та для встановлення кількості варіантів комбінування різних елементів.

Теоретична частина розділу завершується матеріалом, спрямованим на поглиблення ваших знань про ділення з остачею, а практична — захопливим уроком-практикумом із віртуальною мандрівкою на повітряній кулі у захмарні висоти.

§ 1. ДІЯ МНОЖЕННЯ ТА ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ

Повторюємо теорію

1. Означення дії множення

Ще з початкової школи ви знаєте, що дію множення вводять для скорочення додавання однакових доданків. Наприклад, замість того, щоб писати чи називати суму шести доданків $17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17$, пишуть $17 \cdot 6$, а читають «17 помножити на 6». Тобто вважають, що

$$17 + 17 + 17 + 17 + 17 + 17 = 17 \cdot 6.$$



Загалом, помножити число a на число b означає знайти суму b доданків, кожен з яких дорівнює a :

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ доданків}}$$

При цьому числа a і b називають **множниками**, а результат множення $a \cdot b$ — їхнім **добутком**.

Щоби не робити жодних винятків, вважають, що множити можна на 1 і на 0.

Під час множення будь-якого числа a на 1 мають на увазі, що у відповідній сумі є тільки один доданок a , і тому

$$a \cdot 1 = a.$$

Під час множення числа a на 0 вважають, що у відповідній сумі немає жодного доданка a , і тому

$$a \cdot 0 = 0.$$

Тим часом, з основного означення випливає, що:

$$1 \cdot a = \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_a, \text{ тобто } 1 \cdot a = a;$$

$$0 \cdot a = \underbrace{0 + 0 + 0 + \dots + 0}_a, \text{ тобто } 0 \cdot a = 0.$$

Отже, для обох особливих випадків множення на 1 і на 0 добутки не залежать від порядку множників: $a \cdot 1 = 1 \cdot a$; $a \cdot 0 = 0 \cdot a$.

2. Переставна властивість дії множення

Як ви знаєте ще з початкової школи, незалежність добутку від порядку множників справджується для будь-яких чисел a і b . А як це можна обґрунтувати?

Нехай, наприклад, $a = 7$, $b = 4$. Уявімо 4 ряди по 7 кубиків у кожному (рис. 1). Якщо підсумувати ці кубики по поздовжніх рядах: $7 + 7 + 7 + 7$, то матимемо добуток $7 \cdot 4$. Якщо ж підсумувати по поперечних рядах: $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$, то матимемо добуток $4 \cdot 7$. Звісно, щоразу будуть полічені одні й ті самі кубики. Тому $7 \cdot 4 = 4 \cdot 7$.

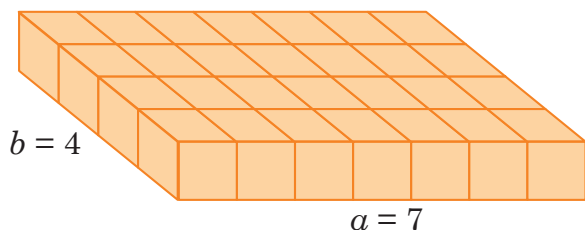


Рис. 1

Ці міркування поширюються на будь-яку кількість кубиків у ряду і на будь-яку кількість рядів. Тому, які не були б числа a і b , завжди

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Цю властивість називають **переставною властивістю** дії множення.

Словами її формулюють так:



Від перестановки множників добуток не змінюється.

А тепер уявімо собі, що ми склали один на одного три таких шари кубиків, як на рис. 1 (рис. 2). Тоді загальна кількість усіх кубиків в утвореному стосі буде $7 \cdot 4 + 7 \cdot 4 + 7 \cdot 4$, тобто дорівнюватиме значенню виразу $(7 \cdot 4) \cdot 3$.

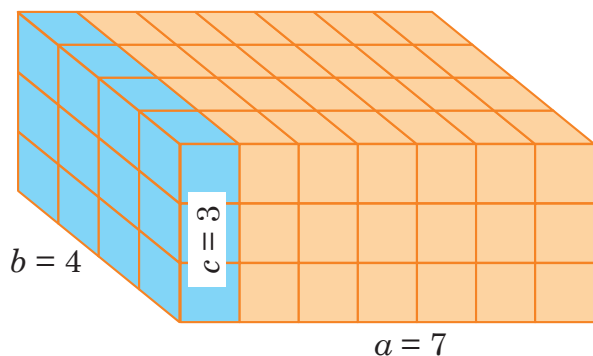


Рис. 2

Але ті самі кубики в стосі можна полічити й по-іншому — розділивши умовно стос на 7 вертикальних шарів по $4 \cdot 3$ кубики в кожному (один такий шар на рис. 2 виділений). Тоді загальна кількість кубиків виразиться у формі $(4 \cdot 3) \cdot 7$, а з урахуванням уже

обґрунтованої переставної властивості дії множення, — у формі $7 \cdot (4 \cdot 3)$. Як підсумок, отримуємо числову рівність:

$$(7 \cdot 4) \cdot 3 = 7 \cdot (4 \cdot 3).$$

Зрозуміло, що ці міркування поширюються на будь-яку кількість a кубиків у ряду і на будь-які кількості b рядів та c шарів.

Тому, які не були б числа a , b і c , завжди

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Цю властивість називають **сполучною властивістю** дії множення.

Множники, які сполучають (групують) на письмі, беруть у дужки.

Словами сполучну властивість дії множення можна сформулювати так:



Щоби добуток двох чисел a і b помножити на третє число c , можна перше число a помножити на добуток $b \cdot c$ другого й третього чисел.

Переставна і сполучна властивості дії множення дають змогу довільним чином переставляти множники та по-різному сполучати (групувати) їх, вибираючи найбільш зручні для обчислень способи. Те саме можна робити і для спрощення виразів.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. $(97 \cdot 5) \cdot 2 = 97 \cdot (5 \cdot 2) = 97 \cdot 10 = 970$.

Приклад 2. $(14 \cdot 9) \cdot 5 = 9 \cdot (14 \cdot 5) = 9 \cdot 70 = 630$.

Приклад 3. $12 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 5 = (12 \cdot 10) \cdot (20 \cdot 5) = 120 \cdot 100 = 12\,000$.

Приклад 4. $6 \cdot a \cdot 7 = 6 \cdot (a \cdot 7) = 6 \cdot (7 \cdot a) = (6 \cdot 7) \cdot a = 42a$.



Перевірте себе

1. Що означає помножити число a на число b ?
2. Як називають числа, які перемножують?
3. Як називають результат дії множення?
4. Чому дорівнює добуток двох чисел, коли один із множників дорівнює 1?
5. Чому дорівнює добуток двох чисел, коли один із множників дорівнює 0?

6. Як записують і формулюють переставну властивість дії множення?
7. Як записують і формулюють сполучну властивість дії множення?

ЗАВДАННЯ

- 521.** (Усно). Назвіть два числа, добуток яких дорівнює:
а) 7; б) 0; в) 8; г) 12.
- 522.** Запишіть суму у вигляді добутку:
1) $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8$; 4) $12 + 12 + 12 + 12 + 12$;
2) $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$; 5) $309 + 309 + 309$;
3) $51 + 51 + 51 + 51 + 51$; 6) $a + a + a + a + a$.
- 523.** Запишіть у вигляді суми добутков:
1) $543 \cdot 4$; 3) $83 \cdot 5$; 5) $401 \cdot 3$;
2) $a \cdot 6$; 4) $x \cdot 7$; 6) $(x + x) \cdot 7$.
- 524.** (Усно). Обчисліть:
1) $13 \cdot 5 + 25$; 2) $20 + 10 \cdot 15$; 3) $8 \cdot 9 + 5 \cdot 5$; 4) $14 \cdot 4 - 14$.
- 525.** (Усно). Швидкість польоту галки становить 62 км/год, а сокола-сапсана — удвічі більша. Яка швидкість польоту сокола?
- 526.** (Усно). Швидкісний катер рухається зі швидкістю 97 км/год. Яку відстань подолає катер за 3 години, якщо буде рухатися з незмінною швидкістю?
- 527.** Запишіть у вигляді добутку:
1) суму дев'яти доданків, кожний з яких дорівнює 2;
2) суму семи доданків, кожний з яких дорівнює 0.
- 528.** Обчисліть значення виразу:
1) $324 + 324 + 3244 - 324 + 324$;
2) $72 + 72 + 72 + 72 + 72 + 143$;
3) $2043 + 2043 + 20\ 434 - 2043$;
4) $(248 - 247) \cdot 1028$.
- 529.** Не виконуючи множення, порівняйте вирази:
1) $627 \cdot 24$ і $627 \cdot 26$; 3) $1342 \cdot 35$ і $1342 \cdot 34$;
2) $273 \cdot 29$ і $274 \cdot 29$; 4) $98 \cdot 24$ і $12 \cdot 93 + 2$.
- 530.** Які натуральні числа є розв'язками рівнянь та нерівностей:
1) $345 \cdot x < 346$; 4) $89 \cdot 98 \cdot x = 8722 \cdot 5$;
2) $76 > 25 \cdot a$; 5) $300 \cdot b < 1402$;
3) $678 \cdot 654 = 654 \cdot n$; 6) $1201 > 25 \cdot 24 \cdot y$?



- 531.** Які натуральні числа є розв'язками рівнянь та нерівностей:
- 1) $2345 \cdot a = 45 \cdot 2345$; 3) $129 > 32 \cdot b$;
2) $45 \cdot 54 \cdot y = 2430 \cdot 6$; 4) $67 \cdot 25 < 1678 \cdot x$?

532. Автомобіль проїжджає 70 км за 1 год. Скільки кілометрів він проїде за a годин? Знайдіть значення отриманого виразу, якщо $a = 2$; 3; 6.

533. На першій полиці бібліотеки розставлено 48 книг, на другій — утричі більше, ніж на першій, а на третій — на 27 книг менше, ніж на другій полиці. Допоможіть бібліотекарці порахувати кількість книг, розставлених на трьох полицях разом.

534. Із двох гектарів зібрали 36 т картоплі. Скільки всього тонн картоплі зберуть із двох ділянок площею 27 га і 43 га, якщо врожайність картоплі така сама?

535. Мандрівниця Мандровита 5 годин рухалася автостопом із середньою швидкістю 75 км/год, 4 години переправлялася через велике озеро на катері зі швидкістю 45 км/год і 3 години йшла пішки зі швидкістю 6 км/год. Яку відстань пододала Мандровита?



536. Одного дня в магазин «Фрукти й овочі» завезли 5 ящиків яблук по 22 кг у кожному. Наступного дня довели ще три ящики по 18 кг у кожному, а продали за два дні 78 кг яблук. Скільки кілограмів яблук залишилось у магазині наприкінці другого дня?

537. На меблевій фабриці столяр Майстренко прикріплював дверцята до шаф (рис. 3). За першу годину роботи він закрутив шурупом 129 шурупів, за другу годину роботи — на 35 шурупів менше, ніж за першу годину, а за третю годину він закрутив шурупів удвічі більше, ніж за другу годину. Скільки шурупів закрутив Майстренко за три години роботи?



Рис. 3

538. По вертикальній стіні робот-всюдилаз рухається зі швидкістю 127 км/год, а по горизонтальній поверхні — зі швидкістю, утричі більшою. По похилих драбинах швидкість пересування робота-всюдилаза на 35 км/год менша, ніж по горизонтальній поверхні. З якою швидкістю рухається робот-всюдилаз по похилих драбинах?



539. На лісовій галявині звірята прикрашали новорічну ялинку. Вони почепили 85 іграшок у формі ялинок, блискучих кульок — у чотири рази більше, ніж іграшок-ялинок, а прикрас у формі зірок — на 128 менше, ніж кульок. Скільки прикрас у формі зірок почепили звірята на новорічну ялинку?

540. Робот-трансформер та робот-всюдилаз (рис. 4) змагаються з бігу. Швидкість робота-трансформера становить 126 км/год, а швидкість робота-всюдилаза — 183 км/год. Яка відстань буде між роботами через 3 години після старту, якщо під час змагання робот-трансформер зупиниться для зарядки акумуляторів на 30 хв, а робот-всюдилаз — на 1 годину?



Рис. 4

541. Як зміниться добуток двох натуральних чисел, якщо:

- 1) один із множників збільшити у 5 разів;
- 2) один із множників зменшити втричі;
- 3) кожен із множників збільшити вдвічі;
- 4) один із множників збільшити у 8 разів, а інший — зменшити вдвічі;
- 5) один із множників збільшити в 10 разів, а інший — збільшити у 100 разів;
- 6) один із множників збільшити у 100 разів, а інший — зменшити у 100 разів?



542. Як зміниться добуток двох натуральних чисел, якщо:

- 1) один із множників збільшити в 10 разів;
- 2) один із множників зменшити вчетверо;
- 3) кожен із множників збільшити в 5 разів;
- 4) один із множників зменшити втричі, а інший — збільшити в 6 разів?

543. Зі станції Доженилівка у протилежних напрямках одночасно відправилися два поїзди: швидкісний пасажирський із середньою швидкістю 110 км/год та вантажний із середньою швидкістю 80 км/год. Яка відстань буде між поїздами через 8 год від початку руху, якщо швидкісний поїзд стояв на зупинках 30 хв, а вантажний зупиняли на одну годину, щоб довантажити?



544. Із протилежних кінців пустелі назустріч одне одному вирушили черепаха та варан (рис. 5). Черепаха рухалася зі швидкістю 3 км/год, а варан — зі швидкістю, у 5 разів більшою. Вони пересувалися без зупинок і зустрілися через 9 годин. Яка відстань була між тваринами на початку руху?



Рис. 5

545. Гадюка в сутінках бачить ящірку на відстані 65 см, а мишу — у сім разів далі, ніж ящірку. Удень гадюка бачить ящірку утричі далі, ніж у сутінках, а мишу — утричі ближче, ніж у сутінках. З'ясуйте, кого гадюка вдень бачить на більшій відстані — ящірку чи мишу.
546. У магазині «Луска від риби» в акваріумі мешкає цар-риба завдовжки 3 дм 2 см. Її фото, збільшене вдвічі, прикрашає прилавок, а світлина, що збільшена у 6 разів, красується на вивісці магазину. У скільки разів зображення цар-риби на вивісці більше за її зображення, що прикрашає прилавок?
547. Телеграфні стовпи розміщені вздовж прямої дороги на відстані 50 м один від одного. Яка відстань між першим і четвертим стовпами; між першим і двадцятим стовпами; між четвертим і десятим стовпами?
- 548*. Маса коробки з цукерками 520 г. Коли третю частину цукерок з'їли, маса коробки стала 360 г. Яка маса порожньої коробки?
- 549*. Аби піднятися на четвертий поверх будинку, потрібно пройти 48 сходинок. Скільки сходинок потрібно пройти, аби піднятися на восьмий поверх цього будинку за умови, що кількість сходинок між усіма поверхами однакова?

3. Розподільна властивість дії множення

Як ви знаєте з початкової школи, для дії множення справджується ще одна важлива властивість, яку називають **розподільною властивістю** дії множення щодо суми: які не були б числа a , b і c , завжди

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Словами цю властивість можна сформулювати так:



Щоб помножити число на суму двох інших чисел, можна помножити це число на кожен із доданків і знайдені добутки додати.

Обґрунтуємо розподільну властивість дії множення. Нехай до кубиків, викладених у 4 ряди по 7 кубиків у кожному (див. рис. 1, с. 195), доклали ще 2 такі ряди (рис. 6). Тоді матимемо вже $4 + 2$ рядів кубиків по 7 кубиків у кожному, а тому їхня сумарна кількість дорівнюватиме $7 \cdot (4 + 2)$. З іншого боку, цю кількість можна отримати, якщо до кубиків, які були спочатку, долічити ті, що доклали, тобто знайти суму $7 \cdot 4 + 7 \cdot 2$. Отже,

$$7 \cdot (4 + 2) = 7 \cdot 4 + 7 \cdot 2.$$

Звісно, ці міркування поширюються на будь-яку кількість a кубиків у ряду і на будь-які кількості b і c рядів. Отже, розподільну властивість обґрунтовано.

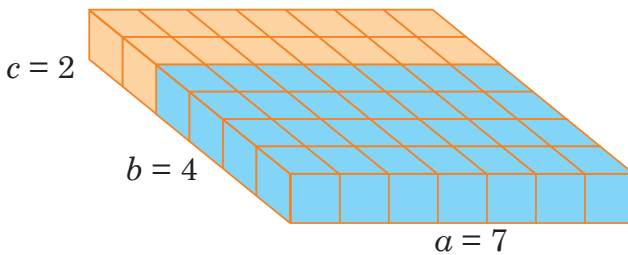


Рис. 6

Аналогічно (подумайте, як саме!) можна обґрунтувати і розподільну властивість дії множення щодо різниці:

$$a(b - c) = ab - ac.$$

Перетворення виразів за формулами $a(b + c) = ab + ac$ та $a(b - c) = ab - ac$, тобто заміну добутку на суму або різницю добутків, називають **розкриттям дужок**. Якщо ж ці формули використовують у зворотному порядку: $ab + ac = a(b + c)$; $ab - ac = a(b - c)$, тобто перетворюють суму або різницю добутків на добуток, то це називають **винесенням спільного множника за дужки**.

Можна легко обґрунтувати, що формули для розкриття дужок застосовують для будь-якої кількості доданків або від'ємників у дужках. Наприклад:

$$(a + b + c + d) \cdot n = a \cdot n + b \cdot n + c \cdot n + d \cdot n;$$

$$(a - b - c) \cdot n = a \cdot n - b \cdot n - c \cdot n.$$

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. $13 \cdot 6 + 13 \cdot 4 = 13 \cdot (6 + 4) = 13 \cdot 10 = 130$.

Приклад 2. $37 \cdot 14 + 14 \cdot 63 = 14 \cdot 37 + 14 \cdot 63 = 14(37 + 63) = 14 \cdot 100 = 1400$.

Приклад 3. $12b + 7b - 5b = b(12 + 7 - 5) = b \cdot 14 = 14b$.

Приклад 4. Спростити вираз $94a - 24a + 30a + 673$ та знайти його значення, якщо $a = 17$.

Розв'язання. У перших трьох добутках є спільний множник — число a . Тому цей множник можна винести за дужки:

$$94a - 24a + 30a + 673 = a(94 - 24 + 30) + 673 = a \cdot 100 + 673 = 100a + 673.$$

Якщо $a = 17$, то значення отриманого виразу буде:
 $100 \cdot 17 + 673 = 1700 + 673 = 2373$.

Відповідь. 2373.



Перевірте себе

1. Як записують і формулюють розподільну властивість дії множення щодо суми?
2. Як записують і формулюють розподільну властивість дії множення щодо різниці?
3. Які перетворення виразів називають розкриттям дужок?
4. Які перетворення виразів називають винесенням спільного множника за дужки?

ЗАВДАННЯ

550. (Усно). Обчисліть зручним способом:

1) $5 \cdot 235 \cdot 2$;

3) $50 \cdot 76 \cdot 2$;

2) $20 \cdot 54 \cdot 5$;

4) $4 \cdot 97 \cdot 25$.

551. (Усно). Спростіть вираз:

1) $12 \cdot a \cdot 5$;

3) $10 \cdot 4a$;

2) $37 \cdot x \cdot 3$;

4) $7y \cdot 6$.

552. (Усно). Розкрийте дужки:

1) $3(a + 6)$;


3) $(n + 5) \cdot 10$;

2) $7(x - 5)$;

4) $(m - 9) \cdot 8$.

553. Обчисліть зручним способом:


- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1) $432 \cdot 53 + 47 \cdot 432$; | 4) $876 \cdot 567 - 567 \cdot 875$; |
| 2) $567 \cdot 678 + 567 \cdot 322$; | 5) $76 \cdot 54 - 76 \cdot 35 + 76 \cdot 81$; |
| 3) $676 \cdot 67 - 676 \cdot 65$; | 6) $345 \cdot 78 + 345 \cdot 22 - 345 \cdot 99$. |

 **554.** Обчисліть зручним способом:

- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1) $342 \cdot 59 + 41 \cdot 342$; | 4) $765 \cdot 987 - 985 \cdot 765$; |
| 2) $657 \cdot 881 + 657 \cdot 119$; | 5) $83 \cdot 49 + 83 \cdot 35 + 83 \cdot 16$; |
| 3) $759 \cdot 73 - 759 \cdot 72$; | 6) $876 \cdot 23 + 876 \cdot 77 - 876 \cdot 98$. |

555. Розкрийте дужки:


- | | |
|-------------------------|--------------------------------|
| 1) $5(15 + x)$; | 4) $(22 - b) \cdot 100$; |
| 2) $12(5 - y)$; | 5) $8(5a + 3b)$; |
| 3) $(25 + a) \cdot 5$; | 6) $(6x - 7y + 10z) \cdot 7$. |

 **556.** Розкрийте дужки:

- | | |
|-------------------------|---------------------------------|
| 1) $15(7 + y)$; | 4) $(3x - 2y) \cdot 13$; |
| 2) $(35 - n) \cdot 6$; | 5) $8(2a - 10b + 11c)$; |
| 3) $9(7a + 9b)$; | 6) $(8n + 10m - 13k) \cdot 9$. |

557. Не виконуючи множення, порівняйте значення виразів

- 1)–6) і замініть * на знак $>$, $<$ або $=$:
- $7 \cdot (543 + 401) * 7 \cdot 543 + 7 \cdot 401$;
 - $(4563 + 765) \cdot 12 * 4563 \cdot 12 + 767 \cdot 12$;
 - $(975 - 376) \cdot 15 * 975 \cdot 15 - 379 \cdot 15$;
 - $(563 - 212) \cdot 82 * 567 \cdot 82 - 212 \cdot 82$;
 - $23 \cdot (989 + 1002) * 23 \cdot 1002 + 23 \cdot 987$;
 - $(671 + 553) \cdot 102 * 671 \cdot 102 + 551 \cdot 102$.

 **558.** Не виконуючи множення, порівняйте значення виразів

- 1)–6) і замініть * на знак $>$, $<$ або $=$:
- $9 \cdot (209 + 69) * 9 \cdot 209 + 71 \cdot 9$;
 - $(863 + 432) \cdot 17 * 863 \cdot 17 + 432 \cdot 16$;
 - $(2001 - 773) \cdot 99 * 2001 \cdot 99 - 775 \cdot 99$;
 - $(707 - 304) \cdot 27 * 709 \cdot 27 - 304 \cdot 27$.

559. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

- $50 \cdot a \cdot 5$, якщо $a = 12$;
- $125 \cdot n \cdot m \cdot 8$, якщо $n = 7$, $m = 34$;
- $20 \cdot a \cdot 10 \cdot c$, якщо $a = 5$, $c = 674$;
- $8 \cdot x \cdot 25 \cdot y$, якщо $x = 50$, $y = 4$.

560. Спростіть вираз:

1) $12a + 25a$;

2) $35c + 67c$;

3) $657d - 254d$;

4) $56x + x$;

5) $67y + 33y - 54y$;

6) $345k - 134k + 289k$.

561. Спростіть вираз:

1) $24a + 56a$;

2) $67c - 37c$;

3) $79d - d$;

4) $45n + 54n + 11n$;

5) $124y + 26y - 90y$;

6) $89m - 79m + 456m$.

562. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

1) $97 \cdot a + 103 \cdot a$, якщо $a = 17$;

2) $547 \cdot 127 - 547 \cdot b$, якщо $b = 27$;

3) $94 \cdot c - 44 \cdot c + 20 \cdot c$, якщо $c = 77$;

4) $79 \cdot t - 74 \cdot 167$, якщо $t = 167$;

5) $67x - 27x + 50x$, якщо $x = 1234$;

6) $78y - 28y - 25y + 456$, якщо $y = 8$.

563. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

1) $45 \cdot c + 55 \cdot c$, якщо $c = 567$;

2) $276 \cdot x - 76 \cdot 276$, якщо $x = 78$;

3) $97y - 57y + 60y$, якщо $y = 5376$;

4) $986 + 86a + 14a - 90a$, якщо $a = 699$.

564. Знайдіть добуток за допомогою розподільної властивості дії множення:

1) 5 діб 18 год \cdot 5;

2) 8 т 82 кг \cdot 9;

3) 2 км 5 м \cdot 7;

4) 8 хв 21 с \cdot 32;

5) 42 грн 50 коп. \cdot 15;

6) 7 год 16 хв 25 с \cdot 12.

565. Пасажирський літак летів перші дві години зі швидкістю 1090 км/год, наступні дві години — зі швидкістю 1110 км/год, а ще дві години (до посадки) зі швидкістю 1055 км/год. Яку відстань подолав пасажирський літак?



Рис. 7

566. У салоні пасажирського літака Боїнг 767 (рис. 7) сорок сім рядів крісел. У сорока двох рядах — по 8 місць (рис. 8) і в п'яти рядах — по 6 місць. Скільки пасажирів може перевезти цей літак за 6 рейсів?



Рис. 8

567. У саду на трьох ділянках посаджені яблуні. На першій ділянці 9 рядів по 27 яблунь, на другій — 6 рядів по 27 яблунь, а на третій — 12 рядів по 27 яблунь.

1. Скільки всього яблунь на трьох ділянках у саду?
2. Скільки кілограмів яблук зібрали із цих яблунь, якщо з однієї яблуні в середньому зібрали 62 кг?
3. Скільки гривень отримають після продажу всіх яблук, якщо 1 кг яблук коштує 10 грн?

568. У понеділок токар Токаренко виготовив 156 деталей. У вівторок, середу та четвер він щоразу збільшував кількість виготовлених деталей на 4 (порівняно з попереднім днем). Чотири дні робочого тижня тривають по 8 год, а в п'ятницю Токаренко працював 7 год і виготовив стільки ж деталей, як у понеділок.

1. Скільки годин працював токар протягом тижня?
2. Скільки деталей виготовив токар за тиждень?
3. Яку заробітну плату отримав токар за тиждень, якщо за виготовлення однієї деталі йому нараховують 7 грн?

569. Практичне завдання: мій інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та розв'яжіть задачі на тему «Жива математика».



§ 2. ПИСЬМОВЕ МНОЖЕННЯ БАГАТОЦИФРОВИХ ЧИСЕЛ

Вивчаємо теорію

Раніше ви вивчали письмове множення багатоцифрових чисел на одноцифрові і на двоцифрові («у стовпчик»). Аналогічно можна помножити «у стовпчик» багатоцифрові числа на трицифрові, на чотирицифрові та на будь-які інші числа. А як обґрунтувати це правило?

1. Множення багатоцифрових чисел на одноцифрові

Для відповіді найперше потрібно пригадати, як помножити багатоцифрові числа на одноцифрові. Одноцифровий множник підписують під розрядом одиниць багатоцифрового множника і підводять це рискою. Множення проводять порозрядно, починаючи з найнижчого розряду. Якщо в результаті множення першого розряду отримують одноцифрове число, то його просто підписують під рискою у тому самому першому стовпчику. Якщо ж цей добуток є двоцифровим, то під рискою у першому стовпчику підписують кількість його одиниць, а кількість десятків додають (переносять) до результату множення наступного розряду. І так далі.

Наприклад:

x	4	3	7	9	
				5	
<hr/>					
	2	1	8	9	5

2. Множення багатоцифрових чисел на розрядні одиниці



На цій фресці зі знаменитого палацу-монастиря «Ескоріал» (колишньої резиденції іспанських королів) небесна покровителька математики зображена з таблицею, на якій написані три приклади множення на розрядні одиниці.

Далі нам важливо з'ясувати, як помножити на розрядні одиниці.

Знайдемо, для прикладу, добуток $347 \cdot 10$.

У числі 347 містяться 3 сотні, 4 десятки і 7 одиниць. Отже, його можна записати у вигляді такої суми: $3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 7$. Тоді

$$347 \cdot 10 = (3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 7) \cdot 10.$$

Користуючись розподільною і сполучною властивостями дії множення, маємо:

$$\begin{aligned} 347 \cdot 10 &= 3 \cdot 100 \cdot 10 + 4 \cdot 10 \cdot 10 + 7 \cdot 10 = \\ &= 3 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 7 \cdot 10. \end{aligned}$$

Отже, добутком є число, в якому 3 тисячі, 4 сотні, 7 десятків і 0 одиниць, тобто число 3470.

Бачимо, що цей добуток можна утворити із множника 347, просто приписавши справа до нього один нуль.

Якби потрібно було знайти добуток $347 \cdot 100$, то це можна було б зробити, помноживши число 347 двічі на 10. Отже, результат утворився б із множника 347 приписуванням справа до нього двох нулів.



Загалом, щоб помножити число на розрядну одиницю 10, 100, 1000, 10 000, ... , потрібно приписати праворуч до нього стільки нулів, скільки їх містить запис розрядної одиниці.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклади. Обчислити добутки:

1) $67\,568 \cdot 10$; 2) $8967 \cdot 100$; 3) $890\,760 \cdot 10\,000$.

Розв'язання.

1) $67\,568 \cdot 10 = 675\,680$, оскільки розрядна одиниця має один нуль.

2) $8967 \cdot 100 = 896\,700$, оскільки розрядна одиниця має два нулі.

3) $89\,760 \cdot 10\,000 = 897\,600\,000$, оскільки розрядна одиниця має чотири нулі.

3. Множення багатоцифрових чисел на багатоцифрові

Помножимо, для прикладу, 4379 на 345. Для цього число 345 запишемо у вигляді суми розрядних одиниць і скористаємось розподільною властивістю дії множення:

$$\begin{aligned} 4379 \cdot 345 &= 4379 \cdot (5 + 40 + 300) = \\ &= 4379 \cdot 5 + 4379 \cdot 40 + 4379 \cdot 300 = \\ &= 21\,895 + 175\,160 + 1\,313\,700 = 1\,510\,755. \end{aligned}$$

Для більшої зручності цим записам надають форми «у стовпчик»:

$$\begin{array}{r}
 \times 4379 \\
 345 \\
 \hline
 4379 \cdot 5 = 21895 \\
 4379 \cdot 40 = 175160 \\
 4379 \cdot 300 = 1313700 \\
 \hline
 1510755
 \end{array}$$

Нулі в кінці другого і наступного рядків добутоків не впливають на результат додавання цих рядків, тому зазвичай їх не пишуть:

		x	4	3	7	9			
				3	4	5			
			2	1	8	9	5		
			1	7	5	1	6		
			1	3	1	3	7		
			1	5	1	0	7	5	5

Отже, під час письмового множення («у стовпчик») багатоцифрові числа множать порозрядно, а знайдені добутки додають.

Окремо варто розглянути випадок, коли в якомусь розряді другого множника стоїть нуль. У результаті множення будь-якого числа на нуль, як відомо, отримуємо 0. Тому один рядок добутоків на розрядні одиниці складатиметься лише з нулів. Нулі не впливають на результат додавання, тому цей рядок можна пропустити, але при цьому не забути відповідним чином змістити наступний рядок.

Наприклад, замість повного запису множення (ліворуч) можна обмежитись спрощеним (поданим праворуч):

		x	3	0	2	4		
				3	0	5		
			1	5	1	2	0	
			0	0	0	0		
			9	0	7	2		
			9	2	2	3	2	0

		x	3	0	2	4		
				3	0	5		
			1	5	1	2	0	
			9	0	7	2		
			9	2	2	3	2	0

Якщо множники закінчуються нулями, то на ці нулі не множать, а просто приписують справа до результату множення чисел без нулів. Наприклад,

		x	8	0	9	2	0	0				
				5	3	6	0					
			4	8	5	5	2					
			2	4	2	7	6					
			4	0	4	6	0					
			4	3	3	7	3	1	2	0	0	0

Правомірність такого спрощення впливає з того, що, за правилом множення на розрядні одиниці, $809\ 200 \cdot 5360 = 8092 \cdot 100 \cdot 536 \cdot 10$, а за переставною властивістю дії множення це дорівнює $8092 \cdot 536 \cdot 100 \cdot 10$, тобто $8092 \cdot 536 \cdot 1000$.



Перевірте себе

1. Як множать багатоцифрові числа на одноцифрові?
2. Як помножити число на розрядну одиницю 10, 100, 1000, 10 000?
3. Як множать «у стовпчик» багатоцифрові числа?
4. Яким правилом можна користуватись для спрощення множення багатоцифрових чисел, що закінчуються нулями?

ЗАВДАННЯ

570. (Усно). Обчисліть:

- | | |
|-------------------------|------------------------------|
| 1) $13 \cdot 5 + 25$; | 3) $8 \cdot 9 + 5 \cdot 5$; |
| 2) $20 + 10 \cdot 15$; | 4) $14 \cdot 4 - 14$. |

571. (Усно). Швидкість польоту горобця становить 39 км/год, а швидкість шпака удвічі більша. Яка швидкість польоту шпака?

572. (Усно). Кінь біжить рессю зі швидкістю 17 км/год. Яку відстань він подолає за 3 години, якщо його швидкість не зміниться?

573. (Усно). Обчисліть:

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| 1) $89\ 765 \cdot 10$; | 4) $19\ 780 \cdot 10\ 000$; |
| 2) $2000 \cdot 100$; | 5) $76\ 589 \cdot 100\ 000$; |
| 3) $456\ 300 \cdot 1000$; | 6) $100 \cdot 1\ 000\ 000$. |

574. Обчисліть:

- | | | |
|----------------------|-------------------------|------------------------------|
| 1) $421 \cdot 82$; | 3) $90\ 890 \cdot 89$; | 5) $98\ 456 \cdot 981$; |
| 2) $3456 \cdot 67$; | 4) $6785 \cdot 345$; | 6) $2\ 876\ 541 \cdot 764$. |

575. Обчисліть:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| 1) $87\ 690 \cdot 1000$; | 5) $82\ 991 \cdot 64$; |
| 2) $7865 \cdot 100\ 000$; | 6) $7986 \cdot 459$; |
| 3) $567 \cdot 93$; | 7) $8754 \cdot 794$; |
| 4) $4596 \cdot 76$; | 8) $970\ 342 \cdot 378$. |

576. Обчисліть:

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $2387 + 67 \cdot 98\ 760$; | 4) $(896\ 309 - 88\ 999) \cdot 87$; |
| 2) $76 \cdot 45\ 609 - 12\ 986$; | 5) $865 \cdot 91 - 786 \cdot 74$; |
| 3) $9008 \cdot 651 - 56\ 790$; | 6) $986 + 25 \cdot (9809 - 7899)$. |

577. Обчисліть значення виразів 1) – 4):

1) $34 \cdot 235 + 98\,660$;

3) $(1\,001\,010 - 989\,989) \cdot 236$;

2) $546\,787 - 23 \cdot 7860$;

4) $561 \cdot (9845 - 9009) - 12\,987$.

Значенню кожного виразу, залежно від його номера, відповідає певна літера:

1	2	3	4
Л	Е	О	Г

Розмістіть значення виразів у порядку зростання й отримаєте слово. Що це слово означає?


578. Обчисліть значення виразу:

1) $19a + 3490$, якщо $a = 99$;

2) $89\,450 - 25x$, якщо $x = 250$;

3) $(90\,987 - c) \cdot 43$, якщо $c = 81\,809$;

4) $69 \cdot m - n$, якщо $m = 87$, $n = 5908$.

 **579.** Обчисліть значення виразу:

1) $57\,890 + 21a$, якщо $a = 89$;

2) $908\,800 - 43x$, якщо $x = 127$;

3) $(19\,875 - y) \cdot 58$, якщо $y = 17\,869$;

4) $691 \cdot k - p$, якщо $k = 15$, $p = 9879$.

580. Обчисліть значення виразів 1) – 4):

1) $(315 \cdot 107 - 30\,828) + 802 \cdot 37$;

2) $427 \cdot (158\,921 - 352 \cdot 451) + 351 \cdot 28$;

3) $(900\,009 - 991 \cdot 351) - 1257 \cdot 98$;

4) $4005 \cdot 357 - 28 \cdot (73 \cdot 58 + 766)$.

Значенню кожного виразу, залежно від його номера, відповідає певна літера:

1	2	3	4
Р	Е	Б	Н

Розмістіть значення виразів у порядку спадання й отримаєте назву європейського міста. У якій країні воно розташоване?

 **581.** Обчисліть значення виразів:

1) $5008 \cdot 98 - 657 \cdot (9090 - 95 \cdot 95)$;

2) $(980 \cdot 76 + 56\,789) + 459 \cdot 368$.

582. Заповніть порожні клітинки таблиці (с. 211), де ab , ba — добутки відповідних чисел, а aa — добуток числа a на число a .

a	b	ab	ba	aa
23	54			
	1		1	
	234	0		0
567		567		
0	6006			
101			707	
45		45 000		

583. Заповніть порожні клітинки таблиці, де ab , ba — добутки відповідних чисел, а bb — добуток числа b на число b .

a	b	ab	ba	bb
56		56 000		
	1	1		
8945		0		
77	45			
0				10 000
987			98 700	
405	70			

584*. Запишіть замість зірочок такі цифри, щоб множення було виконане правильно.

$$1) \begin{array}{r} *73 \\ \times \quad 2* \\ \hline **** \\ *** \\ \hline 7***7 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 6* \\ \times \quad *** \\ \hline ** \\ ** \\ \hline **6* \end{array}$$

585*. Запишіть замість зірочок такі цифри, щоб множення було виконане правильно.

$$1) \begin{array}{r} *8 \\ \times \quad * \\ \hline 8** \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 52 \\ \times \quad ** \\ \hline 1** \\ **8 \\ \hline **8* \end{array}$$

§ 3. ПЛОЩА КВАДРАТА І ПРЯМОКУТНИКА. КВАДРАТ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА

Вивчаємо теорію

До множення чисел зводиться знаходження площ прямокутника і квадрата.

Як ви вже знаєте, знайти площу фігури означає визначити кількість одиничних квадратів, які вміщуються у цій фігурі. Одиничні квадрати — це квадрати зі сторонами 1 мм, 1 см, 1 дм, 1 м та 1 км. Ці міри, або одиниці площі, називають відповідно **квадратним міліметром** (кв. мм), **квадратним сантиметром** (кв. см), **квадратним дециметром** (кв. дм) тощо. Зазвичай площу фігури позначають літерою S (від англійського слова *Square*, що в перекладі означає «площа» або «квадрат»).

Вам також уже відомо (розділ 1), що площу прямокутника зі сторонами a і b визначають за формулою:

$$S = a \cdot b,$$

а площу квадрата зі стороною a — за формулою:

$$S = a \cdot a.$$

Зважаючи на останню формулу, добуток двох однакових множників $a \cdot a$ називають **квадратом числа** a і позначають a^2 (читають « a в квадраті»). З урахуванням цього, **формула для площі квадрата** набуває вигляду:

$$S = a^2.$$

Тому, замість скорочень кв. мм, кв. см, кв. дм, кв. м і кв. км для одиниць площі зазвичай застосовують іще коротші позначення: мм², см², дм², м² і км².

Із формули для площі квадрата випливає такий наслідок:



Якщо сторону квадрата збільшити в 10 разів, то його площа збільшиться у 100 разів.

Порівняємо, для прикладу, площі квадратів зі сторонами 1 см і 1 дм. Сторона другого квадрата дорівнює 10 см, тобто у 10 разів довша за сторону першого. Його площа у квадратних сантиметрах дорівнює $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$ кв. см. Площа першого квадрата, звісно, дорівнює 1 кв. см. Отже, площа другого квадрата у 100 разів більша за площу першого.

Звідси впливає важливе співвідношення між квадратними одиницями:

$$1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2.$$

Аналогічно з'ясовується, що

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2;$$
$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2 = 10\,000 \text{ см}^2.$$

Для вимірювання площ земельних ділянок використовують особливі одиниці — *ари* та *гектари*. Один ар (1 а) дорівнює площі квадрата зі стороною 10 м, а один гектар (1 га) — площі квадрата зі стороною 100 м. Отже,

$$1 \text{ а} = 100 \text{ м}^2 \text{ (тому цю міру називають іще соткою);}$$
$$1 \text{ га} = 100 \text{ а} = 10\,000 \text{ м}^2.$$



Перевірте себе

1. Що означає знайти площу фігури?
2. Що таке одиничний квадрат?
3. У яких одиницях вимірюють площу?
4. За якою формулою визначають площу прямокутника?
5. За якою формулою визначають площу квадрата?
6. Як збільшиться площа квадрата, якщо його сторону збільшити в 10 разів?
7. У яких одиницях вимірюють площі земельних ділянок? Яка їхня величина у квадратних метрах? Яке співвідношення між ними?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад. Обчислити значення виразу: $(8 - 3)^2 + 3^2$.

Розв'язання. $(8 - 3)^2 + 3^2 = 5^2 + 3^2 = 5 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = 25 + 9 = 34$.

Задача 1. Знайти периметр квадрата, площа якого дорівнює 36 см^2 .

Розв'язання. Оскільки площа квадрата дорівнює добутку двох однакових множників, а $36 = 6 \cdot 6$, то сторона квадрата дорівнює 6 см.

Периметр квадрата — це сума довжин усіх його сторін. Тому $P = 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \cdot 4 = 24 \text{ (см)}$.

Відповідь. 24 см.

Задача 2. Площа прямокутника дорівнює 48 см^2 , а його периметр — 32 см . Знайти сторони прямокутника, якщо вони виражаються натуральними числами.

Розв'язання. Позначимо виміри прямокутника в сантиметрах буквами a і b . Сума цих вимірів дорівнює півпериметру. Тому:

$$a + b = 16.$$

Площа прямокутника дорівнює добутку його вимірів. Тому:

$$a \cdot b = 48.$$

Отже, потрібно знайти два такі числа a і b , добуток яких дорівнює 48 , а сума — 16 . Це легко зробити підбором: $a = 4$; $b = 12$.

Відповідь. 4 см і 12 см .

ЗАВДАННЯ

586. (Усно). Обчисліть:

1) 9^2 ; 2) $4^2 + 4$; 3) $10^2 - 10$; 4) $7 \cdot 7 - 40$.

587. (Усно). Сторони прямокутника завдовжки 12 см і 100 см . Обчисліть площу цього прямокутника.

588. (Усно). Площа квадрата дорівнює 81 см^2 . Знайдіть довжину сторони квадрата.

589. (Усно). Сторона першого квадрата 8 см , а сторона другого — 7 см . На скільки квадратних сантиметрів площа першого квадрата більша за площу другого?

590. Обчисліть значення виразу:

1) $10^2 - 3 \cdot 26$; 4) $5 \cdot 72 - 1^2 + 75$;
 2) $6 \cdot (9 - 6)^2 - 37$; 5) $(12 - 3)^2 + 15 \cdot 22$;
 3) $(1 + 10)^2 - 21 \cdot 3$; 6) $11 \cdot (25 - 20)^2 - 6^2$.


591. Обчисліть значення виразу:

1) $11^2 + 6^2$; 3) $(124 - 104)^2 - 67 \cdot 2^2$;
 2) $9^2 \cdot 3 - 10^2$; 4) $100 \cdot (56 - 52)^2 - (4 + 8)^2$.


592. Заповніть порожні клітинки таблиці, де a і b — сторони прямокутника.

Сторона a , см	8		8	
Сторона b , см	10	12		
Периметр, см			56	26
Площа, см^2		48		36

593. Периметр квадрата дорівнює 32 см, а периметр прямокутника — 40 см. Порівняйте площі квадрата і прямокутника, якщо одна зі сторін прямокутника дорівнює 14 см.

 **594.** Одна зі сторін прямокутника 6 см, а інша — втричі довша. Скількома одиничними квадратами зі стороною 1 см можна замостити цей прямокутник?

595. Прямокутник і квадрат мають однакові периметри, які дорівнюють по 16 см. Знайдіть площу квадрата і площу прямокутника, якщо одна зі сторін прямокутника становить 3 см.

 **596.** Прямокутник і квадрат мають однакові периметри, які дорівнюють по 24 см. Знайдіть площу квадрата і площу прямокутника, якщо одна зі сторін прямокутника становить 4 см.

597. Периметр прямокутника дорівнює 6 м 2 дм, а одна з його сторін у 4 рази більша за іншу. Знайдіть площу цього прямокутника.

598. Периметр прямокутника дорівнює 132 дм, і він у 6 разів більший за одну з його сторін. Знайдіть площу прямокутника.

599. Площа прямокутника дорівнює 12 м^2 . Довжини його сторін є натуральними числами.

1. Обчисліть периметри усіх можливих прямокутників.
2. Побудуйте у зошиті знайдені прямокутники.
3. З'ясуйте, периметр якого з прямокутників найбільший.

600. Майстер Панас замощує подвір'я тротуарною плиткою. Схему подвір'я зображено на *рис. 9*.

1. Скільки квадратних метрів тротуарної плитки потрібно було придбати майстрові Панасу?
2. Скільки гривень він заплатив за цю плитку, якщо купував її за ціною 170 грн за 1 м^2 ?

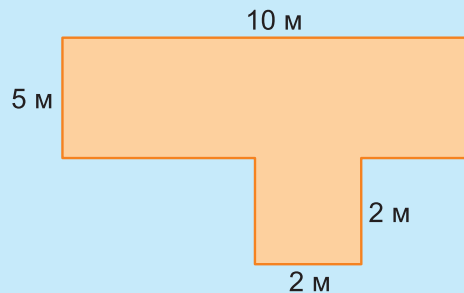


Рис. 9

601. Сім'я Омеляна посадила полуниці на своїй ділянці прямокутної форми. Площа ділянки 450 м^2 , а ширина — 15 м . Ділянку вирішили обгородити парканом, що кріпиться на металеві стовпчики, відстань між якими становить 3 м . Скільки металевих стовпчиків потрібно встановити?

602. Майстрові потрібно покласти плитку на підлогу в кухні, довжина якої 4 м , а ширина — 3 м . Для цього він планує закупити плитку, яка має форму квадратів зі стороною 50 см . Водночас посередині підлоги він хоче викласти візерунок квадратною плиткою зі стороною 25 см (рис. 10). Візерунок займатиме площу 2 м^2 .

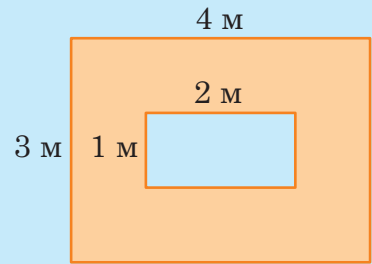


Рис. 10

1. Допоможіть майстрові порахувати, скільки плиток йому потрібно закупити для всієї підлоги, крім візерунка.
2. Скільки плиток потрібно майстрові, щоб викласти візерунок?

603. Виразіть у квадратних метрах:

- | | | |
|---------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) 2 а ; | 3) 32 га ; | 5) 26 км^2 ; |
| 2) 3 га ; | 4) $45 \text{ га } 20 \text{ а}$; | 6) $45 \text{ км}^2 25 \text{ га}$. |

604. Виразіть у квадратних сантиметрах:

- | | | |
|------------------------|-----------------------|--------------------|
| 1) 25 дм^2 ; | 2) 56 м^2 ; | 3) 5 а . |
|------------------------|-----------------------|--------------------|

605. Дачниця Помідоренко на своїй ділянці, що має площу 6 соток і 22 м^2 , посадила помідори. З 1 м^2 вона збирала у середньому 12 кг помідорів. Четверту частину зібраних помідорів Помідоренко перечавила на сік.

1. Скільки всього кілограмів помідорів збрала дачниця?
2. Скільки кілограмів помідорів у неї залишилося після того, як вона вичавила сік?

606. Фермер Працьовитий орендував ділянку землі, щоб посадити сад. Схема ділянки подана на рис. 11 (с. 217). Аби дерева не заважали одне одному плодоносити, на кожне з них має припадати не менше 4 м^2 . На квадратних ділянках Працьовитий планує посадити персики та абрикоси, а на прямокутній — яблуні.

1. Скільки саджанців персиків та абрикосів потрібно придбати фермеру, якщо персики він планує посадити на ділянці меншої площі?
2. Скільки саджанців яблунь потрібно придбати фермеру?

607. Ландшафтна дизайнерка спроектувала дві квадратні клумби (рис. 12), на першій з яких ростимуть червоні, білі та блакитні тюльпани, а на другій — червоні, блакитні й жовті.

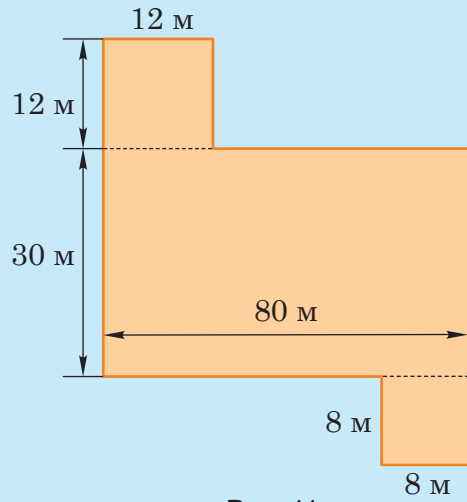
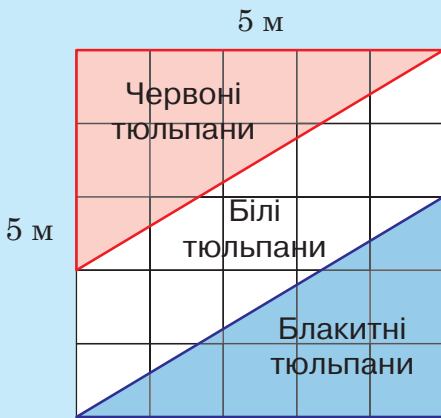


Рис. 11

Перша клумба



Друга клумба

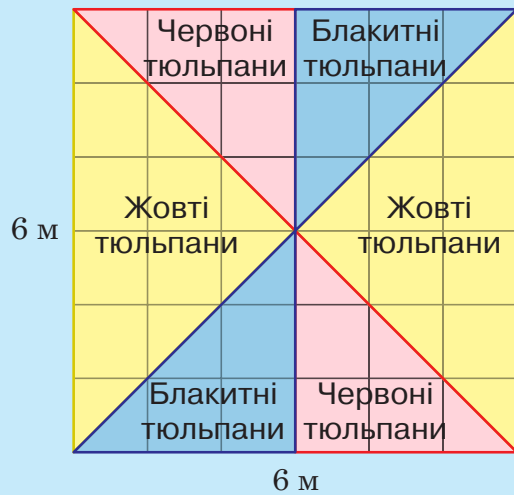


Рис. 12

1. Яку площу займають червоні тюльпани на першій клумбі?
2. Яку площу займають білі тюльпани на першій клумбі?
3. Яку площу займають жовті тюльпани на другій клумбі?
4. Яку площу займають блакитні тюльпани на другій клумбі?

§ 4. ПРАВИЛО МНОЖЕННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКОСТІ СПОЛУЧЕНЬ

Вивчаємо теорію

Окрім визначення площ, до дії множення зводиться ще одна важлива практична задача — знаходження кількості можливих сполучень.

Багато питань науки, техніки, економіки і навіть побуту потребують відповіді на запитання: скількома способами можна виконати ту чи іншу дію? Наприклад, це буває потрібно під час складання розкладу руху транспорту, у страховій і банківській справі, в генетиці, у процесі досліджень розповсюдження вірусних інфекцій, у кодуванні та декодуванні інформації тощо. Розділ математики, який вивчає методи розв'язування таких задач, називають **комбінаторикою** — від латинського слова *combina* («сполучати», «з'єднувати»). А основним у комбінаториці є так зване правило множення, суть якого ви зрозумієте під час розв'язування наступної «туристичної» задачі, що в цій або в іншій подібній формі може постати перед кожним із вас.

Туристична задача. П'ятикласниця Марійка влітку відвідала з батьками італійське місто Венеція, розташоване на воді. Через численні канали, що пронизують місто, прокладені містки (рис. 13). На пішохідній екскурсії Марійці з батьками потрібно було потрапити з району *A* міста в район *C*. Однак для того, аби потрапити з району *A* в район *C*, потрібно було пройти через майдан *B* (рис. 14). Із району *A* до майдану *B* проводять 3 мости, а з майдану *B* у район *C* — 4 мости. Зі скількох можливих маршрутів Марійці з батьками довелося вибирати шлях із району *A* в район *C*?



Рис. 13

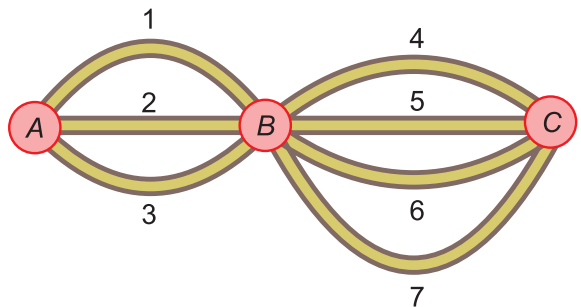


Рис. 14

Розв'язання. Якщо для переходу з A до B вибрати 1-й міст, то для наступного переходу з B до C буде чотири можливості — або через 4-й, або через 5-й, або через 6-й, або, нарешті, через 7-й міст.

Якщо для переходу з A до B вибрати 2-й міст, то для наступного переходу з B до C будуть ті самі чотири можливості.

Нарешті, якщо для переходу з A до B вибрати 3-й міст, то для наступного переходу з B до C знову матимемо чотири можливості.

Отже, усіх варіантів для переходу з району A в район C через майдан B існує $4 + 4 + 4$, тобто $4 \cdot 3$, або $3 \cdot 4 = 12$.

Відповідь. Із 12-ти маршрутів.

Узагальнюючи розв'язання цієї задачі, отримуємо комбінаторне правило множення:



Якщо певну дію можна виконати t способами i , незалежно від цього, іншу дію — n способами, то обидві дії разом можна виконати $t \cdot n$ способами.

Аналогічне правило можна вивести і для підрахунку загальної кількості способів виконання трьох, чотирьох або й більше незалежних дій. Наприклад:



Якщо першу дію можна виконати t способами і при цьому незалежно другу та третю дії можна виконати n і k способами, то всі три дії разом можна виконати $t \cdot n \cdot k$ способами.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача 1. Яка кількість двоколірних прапорів із двома горизонтальними смугами, як наприклад, прапори України та Польщі (рис. 15), можлива, якщо кольори вибирати із сімох основних кольорів (фіолетового, синього, зеленого, жовтого, помаранчевого, червоного і білого), а пропорції смуг не враховувати?



Рис. 15

Розв'язання. Нехай перша дія — це фарбування першої смуги одним із семи різних кольорів. Існує 7 способів її виконання. Друга дія — фарбування другої смуги. Вона виконується після

виконання першої. Оскільки кольори мають бути різними, а перший колір уже вибраний, то, незалежно від цього вибору, для другої смуги залишається вибір із 6 кольорів. Фарбування всього прапора — це незалежне виконання першої і другої дій. За комбінаторним правилом множення, для цього існує $7 \cdot 6 = 42$ способи.

Відповідь. 42.

Задача 2. Скільки існує двоцифрових чисел, записаних різними цифрами?

Розв'язання. Першою цифрою двоцифрового числа може бути будь-яка цифра, крім 0. Отже, вибрати її можна 9-ма способами. Після вибору першої цифри для другої залишаються 9 цифр, тобто 9 способів вибору. Отже, разом обидві цифри можна вибрати: $9 \cdot 9 = 81$ способом.

Відповідь. 81.




Задача 3. Скільки парних трицифрових чисел можна скласти із цифр 0, 1, 3, 4, 5, 6, якщо цифри можуть повторюватися?

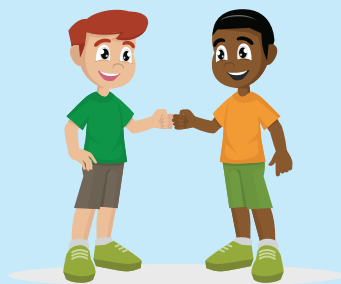
Розв'язання. Вибір першої цифри із 6 запропонованих можна здійснити п'ятьма способами, оскільки натуральне число не може починатися цифрою 0. Другою цифрою може бути будь-яка із шести запропонованих цифр (6 способів вибору). Оскільки число парне, то третьою цифрою можуть бути лише 0, 4 або 6 (3 способи вибору). Отже, всі три цифри разом можна вибрати: $5 \cdot 6 \cdot 3 = 90$ способами.

Відповідь. 90.

ЗАВДАННЯ

- 608.** (Усно). Антена базової станції мобільного зв'язку розділена на 6 секторів, кожен з яких спрямований у свій бік. Кожен сектор може одночасно обслуговувати до 72 дзвінків. Яку найбільшу кількість дзвінків може одночасно обслуговувати одна антена базової станції?
- 609.** (Усно). Скількома способами можна розсадити тата, маму і доньку на лавці в один ряд?
- 610.** (Усно). Сторони прямокутника 4 см і 12 см. Яку найбільшу кількість квадратів зі стороною 2 см можна вирізати із цього прямокутника?

- 611.** Скільки двоцифрових чисел можна скласти з усіх цифр, крім 0, так, щоб у кожному числі цифри були різні?
- 612.** У першому турі шахових змагань кожен учасник зіграв з усіма суперниками по одній партії. Скільки всього зіграно партій у першому турі, якщо в змаганнях брали участь 5 шахістів?
- 613.** Кожне із 7 міст сполучено з усіма іншими авіалініями. Скільки всього цих авіаліній?
- 614.** На вершину гори ведуть 8 стежок. Скількома способами можна піднятися і спуститися з гори?
-  **615.** На вершину гори ведуть 8 стежок. Скількома способами можна піднятися і спуститися з гори, якщо сходження і спуск провадити різними стежками?
- 616.** У неділю, вихідний від навчання день, четверо учнів вирішили поїхати до парку розваг. Вони викликали таксі на 4 пасажирські місця. Дорогою таксист запропонував учням робити такі поїздки щонеділі в його авто, займаючи кожного разу місце по-іншому, а коли всі способи посадки будуть вичерпані, то наступна поїздка буде для них безкоштовною. Через скільки тижнів настане ця щаслива для учнів неділя, якщо вони пристануть на пропозицію таксиста?
-  **617.** На острові Людний 10 міст, кожен два з яких сполучені дорогою. Скільки всього доріг сполучають міста острова Людний?
- 618.** Скільки двоцифрових чисел можна скласти із цифр 4, 6, 7, 8 так, щоб кожна цифру використати лише раз?
- 619.** Скільки двоцифрових чисел можна скласти із цифр 4, 6, 7, 8, якщо цифри можуть повторюватися?
- 620.** Під час зустрічі семеро однокласників привіталися кулачками. Скільки привітань було зроблено?
- 621.** У кінці навчального року 30 учнів та учениць 5-го класу обмінялися світлинами. Скільки всього світлин було роздано?
-  **622.** Двадцять учнів та учениць класу обмінялися одне з одним світлинами. Скільки всього світлин було роздано?



- 623.** Одного разу під час карантину в магазині було лише 8 покупців. Працювала одна каса. Скількома способами всі покупці могли вишикуватися в чергу до каси?
- 624.** Допоможіть бібліотекарці полічити, скількома способами вона може розмістити 7 різних книг на полиці в ряд.
- 625.** Яка найбільша можлива кількість прямих автомобільних доріг, що попарно сполучають 9 міст?
- 626.** Скільки можна створити триколірних прапорів, що мають рівні вертикальні смуги, зафарбовані в один із семи основних кольорів — як, наприклад, на прапорах Румунії та Франції (рис. 16)?



Рис. 16

- 627.** Німецьке місто Гамбург називають «містом мостів», оскільки в ньому більше мостів, ніж у Лондоні, Амстердамі та Венеції разом узятих. Під час пішохідної прогулянки туристам потрібно перетнути два річкові канали. Перший канал, Блайхенфлет, можна перейти через 5 мостів, а другий, Альстерфлет, — через 6 мостів. Скількома способами туристи можуть прокласти свій маршрут, якщо їм потрібно спочатку перетнути канал Блайхенфлет, а потім — канал Альстерфлет?



628. Скільки чотирицифрових натуральних чисел можна скласти із цифр 1, 3, 5, 7, якщо цифри у числах можуть повторюватися?

629. Скількома способами можна скласти розклад одного навчального дня у 5-му класі із 6 різних уроків, якщо загалом у цьому класі вивчають 12 предметів?

630. У першості України з футболу беруть участь 16 команд. Скільки існує способів розподілу: золотих, срібних та бронзових медалей, якщо вважати, що всі команди мають однакові шанси на здобуття будь-якої з медалей?

631. Блок соціальної реклами складається із чотирьох рекламних роликів: про шкідливість паління, про охорону навколишнього середовища, про дотримання правил дорожнього руху і про велосипедне місто. Ролик про шкідливість паління заплановано показати двічі — на початку і в кінці, а три інші ролики — по одному разу. Скільки всього варіантів формування цього блоку існує? (*Задача зовнішнього незалежного оцінювання 2014 р.*)

632. Заступниця директора школи складає розклад уроків для 10-го класу. Вона запланувала на понеділок шість уроків із таких предметів: геометрія, біологія, англійська мова, хімія, фізична культура, географія. Скільки всього різних варіантів розкладу уроків існує на цей день, якщо урок фізичної культури має бути останнім у розкладі?

633. Скільки кутів зображено на *рис. 17*?

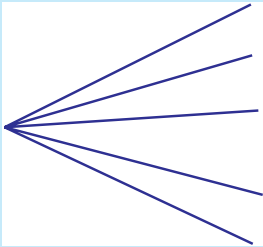


Рис. 17

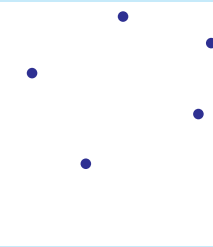


Рис. 18

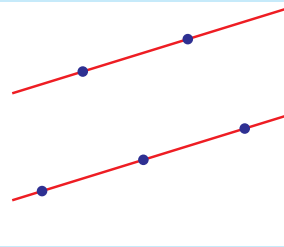


Рис. 19

634. Скільки прямих можна провести через кожні дві з п'яти точок, зображених на *рис. 18*?

635. На одній прямій позначено дві точки, а на іншій — три точки (*рис. 19*). Скільки трикутників можна побудувати з вершинами у цих точках?

§ 5. ДІЛЕННЯ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

Вивчаємо теорію

1. Означення дії ділення

Ще з початкових класів ви знаєте, що поділити число a (ділене) на число b (дільник) означає знайти **частку** числа b в числі a , тобто скільки разів число b вміщується в числі a , або у скільки разів число a більше за число b . Інакше кажучи, дія ділення $a : b$ полягає в тому, щоб знайти таке число c , добуток якого на число b дорівнює a .

Отже, рівність

$$a : b = c$$

означає те саме, що й рівність

$$c \cdot b = a.$$

Наприклад: $27 : 3 = 9$, оскільки $9 \cdot 3 = 27$; $98 : 14 = 7$, оскільки $7 \cdot 14 = 98$.

Можна також сказати, що ділення — це така дія, за допомогою якої за добутком та одним зі співмножників знаходять інший співмножник. Тому її вважають оберненою до дії множення.

Звідси, до слова, безпосередньо впливають відомі вам правила знаходження невідомого множника в дії множення і невідомого діленого в дії ділення.



Щоб знайти невідомий множник c в дії множення $b \cdot c = a$, потрібно добуток a поділити на відомий множник b : $c = a : b$.



Щоб знайти невідоме ділене a в дії ділення $a : b = c$, потрібно дільник b помножити на частку c : $a = b \cdot c$.

Якщо ж у рівності $b \cdot c = a$ переставити місцями множники: $c \cdot b = a$, то в такому вигляді вона означатиме те саме, що й $a : c = b$. Звідси отримуємо правило знаходження невідомого дільника.



Щоб знайти невідомий дільник b в дії ділення $a : b = c$, потрібно ділене a поділити на частку c : $b = a : c$.

Безпосередньо з означення дії ділення впливають і наступні три правила простого ділення, коли одним із компонентів є будь-яке натуральне число a , а іншим — число 1 або 0.

$$a : 1 = a, \text{ оскільки } 1 \cdot a = a;$$
$$a : a = 1, \text{ оскільки } a \cdot 1 = a;$$
$$0 : a = 0, \text{ оскільки } a \cdot 0 = 0.$$



Що ж до ділення на 0, то це **неможливо!!!**

Чому? Припустимо, що частка $a : 0$ дорівнює деякому числу k . Відповідно до означення дії ділення, це означає, що $0 \cdot k = a$. Якщо число a не нуль, то ця рівність неможлива, оскільки добуток $0 \cdot k$ при будь-якому k дорівнює 0. Отже, відповідної частки k тоді не існує. Якщо ж $a = 0$, то рівність $0 \cdot k = a$ виконується при будь-якому k . Отже, частка k тоді не визначена. У будь-якому разі, результат ділення $a : 0$ неможливо встановити. Тому й вважають, що **ділити на 0 не можна**.

2. Властивості дії ділення

Для спрощення обчислень користуються такими властивостями дії ділення.



1. Ділене і дільник можна одночасно помножити або одночасно поділити (якщо вони діляться) на одне й те саме натуральне число — частка від цього не зміниться.

Тобто $a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n);$ $a : b = (a : n) : (b : n).$

Наприклад, $42 : 21 = 2$. Якщо помножимо ділене і дільник на 3, то матимемо: $126 : 63$, а це теж дорівнює 2. Якщо ж поділимо ділене і дільник на 3, то матимемо: $14 : 7$, що теж дорівнює 2.



2. Щоб поділити добуток натуральних чисел на деяке число, можна один із множників поділити на це число, якщо він ділиться, і знайдену частку помножити на інший множник.

Тобто $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = (b : c) \cdot a.$

Наприклад, проводячи обчислення виразу $(55 \cdot 123) : 11$ у тому порядку, в якому зазначені його дії, спочатку маємо виконати множення $55 \cdot 123 = 6765$, а вже тоді — ділення: $6765 : 11 = 615$. Якщо ж ми спочатку поділимо перший множник 55 на дільник 11, а тоді знайдену частку помножимо на другий множник, то результат буде знайдено простіше: $5 \cdot 123 = 615$.



3. Щоб поділити число на добуток двох чисел, можна це число спочатку поділити на один із множників, а потім отриману частку поділити на інший множник.

$$\text{Тобто } a : (b \cdot c) = (a : b) : c = (a : c) : b.$$

Наприклад, значення виразу $252 : (14 \cdot 3)$ можна знайти так: $(252 : 14) : 3 = 18 : 3 = 6$, або так: $(252 : 3) : 14 = 84 : 14 = 6$.



4. Щоб поділити суму натуральних чисел на деяке число, можна кожен із доданків поділити на це число, якщо вони діляться, і знайдені частки додати.

$$\text{Тобто } (a + b) : c = a : c + b : c.$$

Наприклад, $(33 + 110) : 11 = 33 : 11 + 110 : 11 = 3 + 10 = 13$.



5. Щоб поділити різницю двох натуральних чисел на деяке число, можна зменшуване і різницю поділити на це число, якщо вони діляться, і знайдені частки відняти.

$$\text{Тобто } (a - b) : c = a : c - b : c.$$

Наприклад, $(484 - 256) : 4 = 484 : 4 - 256 : 4 = 121 - 64 = 57$.



6. Щоб поділити число, яке закінчується одним або кількома нулями, на розрядну одиницю 10, 100, 1000, 10 000 тощо, потрібно в діленому відкинути стільки нулів, скільки нулів містить ця розрядна одиниця.

$$\begin{aligned} \text{Наприклад, } 2\ 356\ 000 : 100 &= 23\ 560, \\ 874\ 560\ 000 : 10\ 000 &= 87\ 456. \end{aligned}$$

ДІЗНАЙТЕСЬ БІЛЬШЕ

Усі ці властивості можна не лише підтвердити прикладами, а й обґрунтувати загальними міркуваннями, які не залишають жодних сумнівів стосовно їхньої істинності в будь-яких випадках.

Ось, наприклад, як можна обґрунтувати властивість 1:

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n).$$

Нехай $a : b = c$. Тоді $(a \cdot n) : (b \cdot n)$ теж дорівнює c . Це випливає з того, що $(b \cdot n) \cdot c = (b \cdot c) \cdot n = a \cdot n$ (рівність $c \cdot (b \cdot n) = (b \cdot c) \cdot n$ є наслідком сполучної властивості дії множення, а рівність $b \cdot c = a$ — наслідком припущення, що $a : b = c$).

Обґрунтуємо ще властивість 4:

$$(a + b) : c = a : c + b : c.$$

Припустимо, що $a : c = m$, $b : c = n$, отже, $a : c + b : c = m + n$. Тим часом, за означенням дії ділення, $a = c \cdot m$, $b = c \cdot n$, і тому $a + b = c \cdot m + c \cdot n = c \cdot (m + n)$. Звідси $(a + b) : c$ теж дорівнює $m + n$. Отже, $(a + b) : c = a : c + b : c$.

Властивість 6 безпосередньо впливає з обґрунтованого в п. 2. §2 способу множення натуральних чисел на розрядні одиниці. Оскільки в результаті такого множення нулі дописують, то під час ділення на розрядні одиниці, яке є оберненою дією до множення, їх потрібно відкидати.



Перевірте себе

1. Що означає поділити число a на число b ?
2. Як називають компоненти дії ділення?
3. Як можна перевірити правильність виконання дії ділення?
4. За якими правилами знаходять невідомі компоненти дії множення і дії ділення?
5. За якими правилами виконують дію ділення, коли одним із компонентів є будь-яке натуральне число a , а іншим — число 1 або 0?
6. Чи можна яке-небудь число поділити на 0? Чому?
7. Якими властивостями дії ділення користуються для спрощення обчислень? Як ці властивості записують за допомогою буквених позначень?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Розв'язати рівняння $45y = 900$.

Розв'язання. Вважаючи невідоме число y дільником, маємо:
 $y = 900 : 45 = 20$.

Приклад 2. Розв'язати рівняння $x : 24 = 17$.

Розв'язання. Вважаючи невідоме число x діленням, отримуємо:
 $x = 24 \cdot 17 = 408$.

Приклад 3. Розв'язати рівняння $(31y - 5y + 4y) : 2 = 60$.

Розв'язання. I спосіб. Вважаючи вираз y дужках діленням, отримуємо:

$$31y - 5y + 4y = 60 \cdot 2.$$

Звідси: $(31 - 5 + 4) \cdot y = 120,$
 $30y = 120,$
 $y = 120 : 30,$
 $y = 4.$

II спосіб. Винесемо спільний множник y за дужки:
 $(31 - 5 + 4) \cdot y : 2 = 60.$

Звідси: $30y : 2 = 60,$
 $15y = 60,$
 $y = 60 : 15,$
 $y = 4.$

ЗАВДАННЯ

636. (Усно). Обчисліть:

1) $99 : 11;$ 2) $125 : 5;$ 3) $84 : 4;$ 4) $135 : 5.$

637. (Усно). Розв'яжіть рівняння:

1) $77 : a = 7;$ 3) $y : 10 = 29;$
 2) $888 : b = 4;$ 4) $x : 65 = 100.$

638. (Усно). У скільки разів добуток чисел 12 і 3 більший за частку цих чисел?

639. (Усно). Порівняйте значення виразів:

1) $24 \cdot 3$ і $250 : 5;$ 3) $1000 : 10$ і $35 \cdot 3;$
 2) $200 : 100$ і $48 : 24;$ 4) $35 \cdot 100$ і $35\,000 : 100.$

640. Обчисліть:

1) $10\,360 : 37;$ 3) $28\,854 : 63;$ 5) $153\,178 : 38;$
 2) $15\,552 : 72;$ 4) $29\,716 : 34;$ 6) $185\,260 : 59.$

641. Обчисліть:

1) $6552 : 13;$ 2) $29\,725 : 29;$ 3) $30\,192 : 48;$ 4) $16\,796 : 68.$

642. Обчисліть:

1) $45\,678\,900 : 100;$ 3) $36\,900\,000 : 30\,000;$
 2) $12\,000\,000 : 200\,000;$ 4) $45\,636\,000\,000 : 6\,000\,000.$

643. Обчисліть:

1) $38\,579\,300 : 100;$ 3) $7\,272\,720\,000 : 360\,000;$
 2) $48\,000\,000 : 1\,200\,000;$ 4) $750\,000\,000 : 150\,000\,000.$

644. Заповніть порожні клітинки таблиці:

Ділене	56 000		54 327		18 905	363 636	120 615
Дільник	200	35		45 679		18	
Частка		120	1	0	18 905		51

645. Розв'яжіть рівняння:

1) $17y = 4097$;

4) $16x - 6x = 456\,700$;

2) $x \cdot 36 = 29\,088$;

5) $18a + 2a = 89\,560$;

3) $454\,545 : a = 15$;

6) $31b - b = 999\,000$.

 **646.** Розв'яжіть рівняння:

1) $32x = 6368$;

3) $8a + 7a = 75\,000$;

2) $87\,250 : y = 25$;

4) $29b - 26b = 65\,727$.

647. Знайдіть значення виразів 1) – 6):

1) $29\,640 : 65 + 987\,000 : 1000$;

2) $(5647 + 123) : 10 + 23 \cdot 45 - 477$;

3) $734 \cdot 460 - 1200 \cdot (99 + 21)$;

4) $26\,690 : 34 + 26\,988 : 78$;


5) $(25\,487 - 69\,646 : 97) + 987 \cdot 120$;

6) $23\,760 : (6849 - 6789) + 73 \cdot (9870 - 8970)$.

Значенню кожного виразу, залежно від його номера, відповідає певна літера:

1	2	3	4	5	6
Т	Е	С	П	О	Р

Розмістіть значення виразів у порядку зростання й отримаєте назву гори в Карпатах. Знайдіть цю гору на мапі.

 **648.** Знайдіть значення виразів 1) – 4):

1) $98\,760\,000 : 1000 - 26\,013 : 87$;

2) $98 \cdot 67 + 6696 : 93$;

3) $97 \cdot (3456 - 3429) - 1885 : 65$;

4) $137\,600 : (7865 - 7765) + 27\,209 : 91$.

Значенню кожного виразу, залежно від його номера, відповідає певна літера:

1	2	3	4
Р	Ї	А	К

Розмістіть значення виразів у порядку зростання й отримаєте назву міста. Знайдіть це місто на мапі.

649. Як зміниться частка, якщо:

1) ділене збільшити в 5 разів;

2) дільник збільшити втричі;

3) ділене зменшити в 4 рази;

4) дільник зменшити в 7 разів;

5) ділене збільшити у 8 разів, а дільник зменшити в 4 рази;

6) ділене зменшити у 8 разів, а дільник збільшити в 4 рази?

- 650.** Як зміниться частка, якщо:
- 1) ділене зменшити в 6 разів;
 - 2) дільник зменшити в 6 разів;
 - 3) ділене збільшити в 6 разів, а дільник зменшити втричі;
 - 4) ділене зменшити в 6 разів, а дільник збільшити втричі?

- 651.** Розв'яжіть рівняння:
- 1) $9(y + 24) = 3456$;
 - 2) $13(3x - 657) = 10\,218$;
 - 3) $19a - 7a - a - 156 = 900$;
 - 4) $6912 : (2x + 106) = 27$;
 - 5) $350 : y - 234 = 116$;
 - 6) $(35x + 57x - 2x) : 30 = 9$.

- 652.** Розв'яжіть рівняння:
- 1) $(a - 56) \cdot 14 = 392$;
 - 2) $17(4y - 25) = 255$;
 - 3) $43b - 23b + b - 91 = 56$;
 - 4) $455 : (12x + 9x - 16x) = 91$.

- 653.** Обчисліть зручним способом:
- 1) $(55 \cdot 97) : 11$;
 - 2) $(73 \cdot 63) : 21$;
 - 3) $(60 \cdot 87) : 20$;
 - 4) $(350 \cdot 59) : 35$;
 - 5) $(3 \cdot 19 \cdot 24) : 72$;
 - 6) $(37 \cdot 4 \cdot 23) : 92$.

- 654.** Обчисліть зручним способом:
- 1) $(27 \cdot 99) : 11$;
 - 2) $(48 \cdot 77) : 24$;
 - 3) $(99 \cdot 79) : 33$;
 - 4) $(5 \cdot 39 \cdot 25) : 125$.

- 655.** У бутику модного одягу протягом дня продали три жіночі костюми за ціною 17 840 грн за кожен та дві блузки за ціною 8920 грн кожна. У скільки разів вартість проданих блузок менша від вартості проданих костюмів?

- 656.** У таблиці наведено чисельність населення деяких міст світу.

Місто	Чисельність населення
Шанхай	24 000 000
Каїр	21 000 000
Київ	3 000 000
Токіо	34 500 000
Харків	1 500 000
Стамбул	19 500 000

1. У скільки разів чисельність населення Токіо перевищує чисельність населення Харкова?
2. У скільки разів чисельність населення Києва менша від чисельності населення Шанхая?

3. У скільки разів загальна чисельність населення, що проживає у найбільших містах Африки й Туреччини, більша за чисельність населення двох найбільших міст України?

657.

У таблиці наведено площі деяких міст світу.

1. У скільки разів площа Шанхая більша за площу Києва?

2. Якщо з усіх неукраїнських міст скласти в уяві одне велике місто, а з Києва та Харкова — інше, то у скільки разів площа першого великого міста буде більшою за площу другого?

Місто	Площа, км ²
Шанхай	2508
Каїр	1403
Київ	836
Токіо	7967
Харків	370
Стамбул	1388

658.

Землетрус зруйнував міст через річку. Щоб відновити рух автомобілів, робот-всюдилаз перекинув через річку понтонний міст. По ньому він переправив 140 легкових автомобілів, маса кожного з яких у середньому 1765 кг, та 15 вантажних автомобілів, маса кожного з яких у середньому 49 т 420 кг.

1. Яка загальна маса всіх автомобілів, що їх переправив робот-всюдилаз?

2. У скільки разів маса вантажних автомобілів більша за масу легкових?

659.

Коли жабка-мандрівниця бачить більші за себе предмети, то намагається від них сховатися, а якщо бачить менші за себе предмети, то намагається їх з'їсти. Більші за себе предмети, вона бачила 25 515 разів, а менші від себе, — 13 608 разів. Скільки разів жабка-мандрівниця помилилася в розмірах предметів, якщо через кожні 15 разів вона безпідставно ховалася, а через кожні 8 разів — марно намагалася їх з'їсти?



660.

У дядечка Омелька невелика сімейка. Тому на зиму він заготував 16 мішків буряків та 20 мішків картоплі — всього 1088 кг цих овочів. Маса кожного мішка з буряками 28 кг.

1. Скільки кілограмів картоплі заготував дядечко Омелько?

2. Скільки кілограмів картоплі у кожному мішку, якщо маса всіх мішків із картоплею однакова?

661.

Сімейка хом'яків заготувала на зиму зерна пшениці та ячменю. Зерен пшениці було 5 купок по 675 зернин у кожній, а зерен ячменю — 7 купок. Загальна кількість усіх зернин — 7351.

1. Скільки зернин ячменю заготували на зиму хом'яки?

2. По скільки зернин ячменю було у кожній купці, якщо всі купки однакові?

662.

Робот-спринтер долає відстань 828 км від старту до фінішу за 4 години. На скільки кілометрів за годину йому треба збільшити швидкість бігу, аби встановити новий рекорд, подолавши цю відстань за 3 год?

663.

Найшвидший у світі серійний автомобіль Bugatti Chiron під час випробувань подолав відстань 1980 км на максимальній швидкості за 4 години. Однак електроніка автомобіля з метою безпеки обмежує максимальну швидкість його руху. На



скільки кілометрів за годину електроніка автомобіля зменшує швидкість його руху до безпечної, якщо час подолання відстані 1980 км збільшується на годину?

664.

Довжина обводу переднього колеса трактора 3 м, а заднього — 7 м. На скільки обертів менше зробить заднє колесо від переднього, якщо трактор проїде 8 км 400 м?

665.

До 16 квітня — свята Королівства Данії — на підприємстві «Лего» вготували вітрильник, що складався із 36 102 деталей лего. Прапор Данії — білий хрест на червоному тлі. Білого кольору на прапорі у 5 разів менше, ніж червоного, тому для складання вітрильника червоних деталей взяли у 5 разів більше, ніж білих. Скільки деталей кожного кольору використали для складання вітрильника?



666.

Найбільшим конструктором Лего є «Колізей», який складається із 9036 деталей. Трое дітей вирішили поділити всі деталі так, щоб двом із них дісталася порівну деталей, а третій дитині — стільки деталей, скільки в обох інших дітей разом. Скільки деталей дісталася кожній дитині?

3. Письмове ділення багатоцифрових чисел

Із 4 класу вам відомий спосіб письмового ділення багатоцифрових чисел на одноцифрові та двоцифрові числа «кутом». Згадувалося про цей спосіб і в розділі 1. Письмове ділення на багатоцифрові числа проводять аналогічно.

Поділимо, наприклад, 1 454 792 на 2584. Першу цифру частки беремо якомога більшою, але такою, щоб помножений на неї дільник 2584 давав не більше число, ніж записана стількома ж першими цифрами частина діленого. Підходить 5, бо $2584 \cdot 5 = 12\,920$, що менше від 14 547, а $2584 \cdot 6 = 15\,504$, і це більше за 14 547.

Тоді знаходимо остачу $14\,547 - 12\,920 = 1627$ і долучаємо до неї («зносимо») наступний розряд 9 діленого. Отримаємо 16 279. Другу цифру частки шукаємо за тим самим принципом, що й першу. Підходить 6.

Знову визначаємо остачу $16\,279 - 2584 \cdot 6 = 775$ і долучаємо до неї останню цифру 2 діленого. Отримаємо число 7752, яке ділиться на дільник 2584 уже без остачі: остання цифра шуканої частки — 3.

Отже, $1\,454\,792 : 2584 = 563$.

	1	4	5	4	7	9	2	2	5	8	4
-	1	2	9	2	0			5	6	3	
		1	6	2	7	9					
			1	5	5	0	4				
					7	7	5	2			
						7	7	5	2		
									0		

ДІЗНАЙТЕСЬ БІЛЬШЕ

А на чому ґрунтується цей спосіб? Ви легко це зрозумієте, якщо ділене 1 454 792 у щойно розглянутому прикладі запишете у вигляді суми:

$$1\,454\,792 = 1\,292\,000 + 155\,040 + 7752.$$

Тоді кожен із доданків ділитиметься без остачі на 2584, а сума цих часток $500 + 60 + 3 = 563$, згідно з відповідною властивістю дії ділення, і дасть шуканий результат.

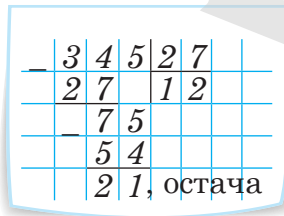
Якщо тепер іще раз уважно подивитися на запис цього ділення «кутом», то побачимо, що в лівій його частині якраз і подано такий розклад діленого на доданки, тільки в першому й другому з них заради спрощення не записані нулі, які нижче заміщені «знесенням» наступних розрядів. До аналогічного спрощення, як ви вже знаєте, вдаються і при записі дії множення «у стовпчик».

4. Ділення з остачею

У молодших класах ви вивчали, що не завжди одне натуральне число ділиться на інше без остачі. Наприклад, число 15 не ділиться без остачі на 4.

Якщо остання остача в способі ділення «кутом» дорівнює нулю, як у прикладі, наведеному на попередній сторінці, то кажуть, що ділення відбулося без остачі. В іншому разі ділення можливе лише з остачею.

Ось приклад:



	3	4	5	2	7		
-	2	7		1	2		
		7	5				
		5	4				
		2	1			остача	

Оскільки остання остача 21 уже менша від дільника 27, то на цьому діленні припиняється. Отримане число 12 називають **неповною часткою**, а число 21 — **остачею**. Числа ж 345 і 27 так само називають діленим і дільником.

Унаслідок такого ділення з остачею отримуємо $345 = 27 \cdot 12 + 21$, і це означає, що **ділене дорівнює сумі добутку дільника на неповну частку та остачі**.

Розглянемо приклад із меншими числами.

Нехай 14 гральних кубиків потрібно розподілити порівну між чотирма гравцями так, щоб кожен гравець отримав найбільшу можливу кількість кубиків.

Зрозуміло, що для поділу порівну потрібно застосувати дію ділення. Однак без остачі число 14 на 4 не ділиться. Тому маємо шукати найближче до 14 менше число, яке ділиться на 4. Таким числом є 12. Тоді зможемо сказати, що $14 : 4 = 3$ і 2 кубики в остачі. Отже, кожен із чотирьох гравців має отримати по 3 кубики і 2 кубики залишаться нічийми.

Унаслідок такого ділення для числа 14 отримуємо: $14 = 4 \cdot 3 + 2$, аналогічне до запису $345 = 27 \cdot 12 + 21$ в розглянутому вище прикладі з діленням «кутом».

Звісно, кубики можна було б розподілити й так, щоб кожен гравець отримав по два, а остача дорівнювала 6: $14 = 4 \cdot 2 + 6$. Але такий розподіл уже не відповідав би діленню з остачею, оскільки ділення з



остачею передбачає отримання максимальної неповної частки i , відповідно, найменшої можливої остачі — меншої від дільника.

Загалом, вважають, що число a поділено на число b з остачею, якщо знайдені такі числа m і n , що

$$a = b \cdot m + n \text{ і при цьому } n < b.$$

Як і при діленні без остачі, числа a і b називають відповідно діленим і дільником, число m — неповна частка, число n — остача.



Остача завжди менша від дільника.



Перевірте себе

1. Що означає поділити число a на число b з остачею?
2. Як називають числа при діленні з остачею?
3. Виберіть довільне трицифрове число і довільне двоцифрове число. Поділіть перше з них на друге «кутом» з остачею. Як зробити перевірку?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. Дослідник властивостей чисел із 5-Х класу поділив 72 на деяке число і отримав остачу 3. На яке число було здійснено ділення?

Розв'язання. Згідно з означенням ділення з остачею, $72 = b \cdot m + 3$, де b і m — невідомі дільник і неповна частка. Звідси $72 - 3 = b \cdot m$, або $b \cdot m = 69$.

Але $69 = 1 \cdot 69$ та $69 = 3 \cdot 23$. А оскільки остача 3 має бути меншою від дільника, то дільником може бути і число 23, і число 69.

Відповідь. 23 або 69.

ЗАВДАННЯ

667. (Усно). Виконайте ділення з остачею:

- 1) $16 : 5$; 2) $27 : 2$; 3) $100 : 3$; 4) $68 : 5$.

668. (Усно). Висота жирафа 5 м 25 см, а зріст діда Андрушка 172 см. Оцініть, у скільки приблизно разів висота жирафа більша за зріст діда Андрушка.

669. (Усно). Обчисліть:

- 1) $5 \cdot 10^2$; 2) $4^2 + 4$; 3) $9^2 : 3$; 4) $125 - 5^2$.

670. (Усно). Якщо число a поділити на 6, то які можливі остачі можна отримати?

671. Виконайте ділення з остачею:

- 1) $126 : 10$; 3) $876 : 35$; 5) $2543 : 234$;
2) $245 : 12$; 4) $1098 : 67$; 6) $12\,766 : 654$.

672. Виконайте ділення з остачею:

- 1) $432 : 21$; 3) $6532 : 765$;
2) $988 : 75$; 4) $32\,876 : 980$.

673. Знайдіть остачі від ділення на 9 чисел: 65; 92; 199; 876; 76 548; 543 678.

674. Знайдіть остачі від ділення на 10 чисел: 65; 92; 199; 876; 76 548; 543 678.

675. Числа 19, 28, 37, 49, 121, 232 поділіть на 3 і запишіть ці числа як суму добутку числа 3 на неповну частку та остачі.

676. Числа 22, 39, 43, 72, 129, 331 поділіть на 4 і запишіть ці числа як суму добутку числа 4 на неповну частку та остачі.

677. Заповніть порожні клітинки таблиці:

Ділене	Дільник	Неповна частка	Остача
67	5		
127	8		
	9	3	4
135		6	3
	10	71	9

678. Площа столиці Італії Рима становить 1286 км^2 , а площа князівства-країни Ліхтенштейн — 160 км^2 . Оцініть, у скільки приблизно разів площа Рима більша за площу Ліхтенштейну.

679. Для 13-ти учасників та учасниць шкільної конференції заготували 52 пляшки мінеральної води. Однак один учень та одна учениця не змогли взяти участь у конференції з поважних причин. Яка найбільша кількість пляшок води могла бути зарезервована за кожним учасником або учасницею конференції за умови рівномірного розподілу?





680. На святкуванні дня народження п'ятикласниці Дарини були присутні семеро друзів і сама Дарина. Дарина порахувала, що 32 цукерки у коробці можна поділити порівну між усіма друзями, не обділивши й себе. Однак подруга Світлана поспішала додому і не дочекалася поділу цукерок. Яку найбільшу кількість цукерок може отримати кожен із тих, хто залишився?

681. На склад завезли 456 кг яблук. Скільки потрібно однакових ящиків для зберігання цих яблук, якщо в один ящик можна покласти 18 кг?

682. Бізнесмену Діловому потрібно перевезти зі складу на будівництво 58 т будівельних матеріалів. Він має вантажівку вантажністю 8 т. За скільки рейсів бізнесмен зможе перевезти усі будівельні матеріали?



683. Клоун Балун у парку розваг дарує дітям повітряні кульки. У нього є 179 кульок, які він має намір роздати 17 учням та ученицям 5-го класу.

1. Яку найбільшу кількість кульок отримає кожна дитина, якщо Балун усім дарує їх порівну?
2. Скільки кульок потрібно додати Балуну до наявної кількості, аби кожна дитина отримала ще по одній кульці?



684. Курочка Ряба продала золоте яйце і на виручений стартовий капітал створила фермерське господарство з реалізації яєць. Одного робочого дня вона уклала яйця в лотки по 12 яєць у кожний. Усього було заповнено 32 лотки, та ще 9 яєць залишилося. Скільки яєць було того дня в курочки Рябої?



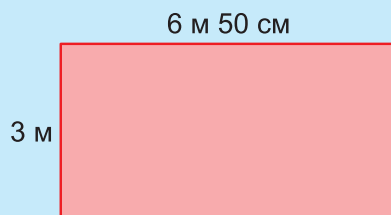
685. На підприємстві з виготовлення морозива робот-вантажник укладає ящики з морозивом у контейнери. У кожний із 23 контейнерів він запакував 38 ящиків, та ще 13 ящиків залишилися незапакованими. Скільки всього ящиків із морозивом було перед початком роботи робота-вантажника?

686. Логістична компанія отримала замовлення на перевезення 65 т цінного вантажу, який потрібно доставити одночасно. У компанії є 12 вантажівок вантажністю по 5 т і 5 вантажівок вантажністю по 20 т. Як менеджеру компанії організувати одночасне перевезення усього вантажу так, щоб задіяти мінімальну кількість вантажівок?



687. На підприємстві з виготовлення бетону за день було вироблено 324 т бетону. Логісту підприємства потрібно організувати доставку всього бетону замовнику. В його розпорядженні 14 бетоновозів вантажністю по 20 т і 6 бетоновозів вантажністю по 9 т. Як організувати доставку бетону, аби якнайшвидше виконати замовлення і при цьому задіяти мінімальну кількість бетоновозів?

688. Майстрові потрібно покласти на підлогу паркетну дошку. Кожна така дощечка є прямокутником зі сторонами 1 м і 25 см. Схема підлоги наведена на рисунку. Майстер у школі не дуже любив уроки математики. Допоможіть йому порахувати, скільки таких паркетних дощок потрібно закупити, щоб замостити всю підлогу без залишків матеріалу.



689. При якому найменшому натуральному числу b значення виразу:

- 1) $45 + b$ ділиться без остачі на 4;
- 2) $56 + b$ ділиться без остачі на 5;
- 3) $87 - b$ ділиться без остачі на 6;
- 4) $102 - b$ ділиться без остачі на 9;
- 5) $78 + b$ при діленні на 7 дає остачу 1;
- 6) $102 - b$ при діленні на 5 дає остачу 3?



690. При якому найменшому натуральному числу a значення виразу:

- 1) $89 + a$ ділиться без остачі на 9;
- 2) $121 + a$ ділиться без остачі на 10;
- 3) $97 - a$ ділиться без остачі на 8;
- 4) $97 - a$ при діленні на 5 дає остачу 3?

691. Дослідник чисел із 5-Х класу продовжував свої дослідження. Число 137 він поділив на деяке інше число й отримав остачу 8. Яке число було дільником?



692. Іншим разом юний дослідник узяв за ділене число 153 і в результаті ділення отримав остачу 11. Яке число було дільником цього разу?

§ 6. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. Чотири роботи-землекопи за 5 днів прокопали 420 м підземного тунелю. Скільки метрів тунелю прокопає один робот-землекоп за 10 днів, якщо швидкість копання тунелю кожним роботом однакова?

Розв'язання. Знайдемо довжину тунелю, прокопаного чотирма роботами-землекопами за один день. Для цього довжину всієї прокопаної ділянки поділимо на 5:

$$420 : 5 = 84 \text{ (м).}$$

Отже, за день один робот прокопає по

$$84 : 4 = 21 \text{ (м).}$$

Тоді за 10 днів він прокопає

$$21 \cdot 10 = 210 \text{ (м).}$$

Відповідь. 210 м.

ЗАВДАННЯ

693. (Усно). Обчисліть:

- 1) $72 \cdot 3$; 2) $21 \cdot 100$; 3) $8888 : 8$; 4) $13 + 5 \cdot 14$.

694. (Усно). Виконайте ділення з остачею:

- 1) $31 : 3$; 2) $42 : 4$; 3) $76 : 5$; 4) $99 : 10$.

695. (Усно). За весь час існування підприємства Лего на ньому було виготовлено 488 000 000 000 деталей. На нашій планеті проживає близько 8 000 000 000 мешканців. Скільки деталей дістанеться кожному учневі чи учениці вашого класу, якщо всі деталі розподілити порівну між усіма мешканцями Землі?

696. (Усно). На діаграмі, поданій на рис. 20, наведені швидкості польоту деяких птахів.

- Оцініть, у скільки разів швидкість польоту стрижа більша за швидкість польоту чайки.
- На скільки кілометрів за годину швидкість качки менша від швидкості стрижа?

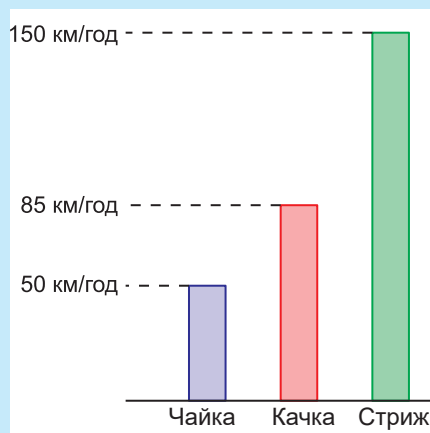


Рис. 20

697. Розв'яжіть рівняння:

1) $12x = 84$;

2) $y \cdot 23 = 644$;

3) $345 : (3a + 20a) = 15$;

4) $(8y - 3y + 15y) : 14 = 560$;

5) $9b + b - 76 = 124$;

6) $500 - 2x - 5x = 472$.

698. Розв'яжіть рівняння:

1) $b \cdot 32 = 4064$;

2) $(21a + 9a - 15a) : 15 = 20$;

3) $1002 : (7y + 8y - 13y) = 501$;

4) $11x + x - 6x + 1021 = 1057$.

699. На діаграмі, поданій на *рис. 21*, наведені швидкості руху деяких тварин.

1. Оцініть, у скільки разів швидкість гепарда більша за швидкість курки.
2. У скільки разів швидкість кенгуру менша від швидкості гепарда?
3. На скільки кілометрів за годину швидкість страуса менша від швидкості гепарда?

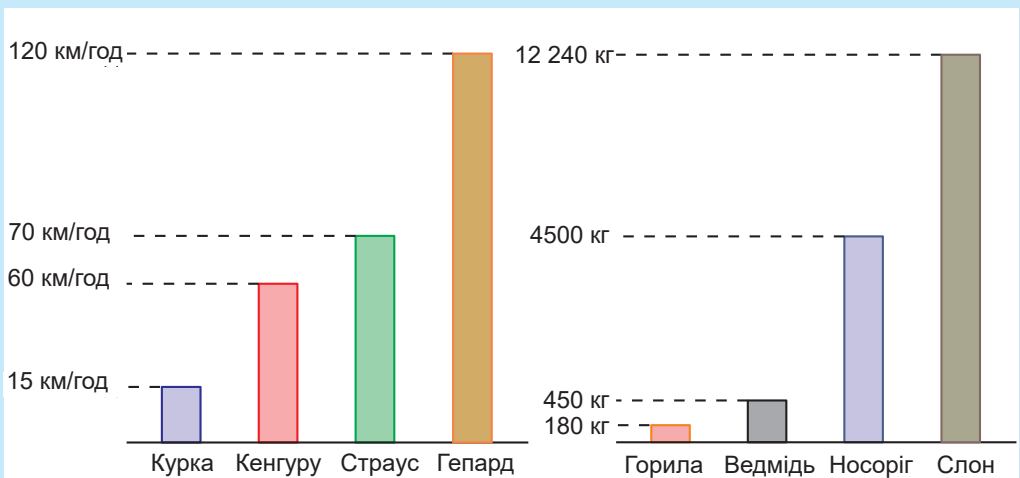


Рис. 21

Рис. 22

700. На діаграмі, поданій на *рис. 22*, наведені маси тварин, які є найбільшими представниками своїх видів.

1. Оцініть, у скільки разів маса африканського слона більша за масу горили.
2. У скільки разів маса горили менша від маси носорога?
3. На скільки кілограмів маса ведмедя менша від маси носорога?

701. У таблиці наведено довжини деяких річок нашої планети.

Річка	Довжина річки, км	Країни, через які протікає річка
Амазонка	6992	
Ніл	6690	
Дунай	2850	
Янцзи	6380	
Тигр	1950	
Вісла	1047	

1. Знайдіть на карті ці річки. Через які країни вони протікають? Заповніть порожній стовпчик таблиці.
2. Оцініть, у скільки приблизно разів найдовша з цих річок довша за найкоротшу.
3. На скільки кілометрів довжина Дунаю менша від довжини Амазонки?
4. Знайдіть остачу від ділення довжини річки Янцзи на довжину річки Тигр.

 **702.** У таблиці наведено площі п'яти озер нашої планети.

Озеро	Площа, км ²	Країни, в яких розміщені озера
Каспій (Каспійське море)	371 000	
Альберта	5299	
Вінніпег	23 553	
Світязь	27	
Гарда	370	

1. Знайдіть на карті ці озера. У яких країнах вони розміщені? Заповніть порожній стовпчик таблиці.
2. Оцініть, у скільки приблизно разів площа найбільшого із цих озер більша за площу найменшого.
3. На скільки квадратних кілометрів площа Гарди менша від площі Вінніпега?
4. Знайдіть остачу від ділення площі озера Альберта на площу озера Світязь.

703. У швидкісному поїзді «Hyundai» дев'ять вагонів, три з яких — першого класу і шість — другого. Максимальна кількість пасажирів — 579 осіб. У вагонах другого класу по 68 звичайних посадкових місць і по 3 місця для пасажирів з особливими потребами.

1. Скільки всього місць передбачено для пасажирів другого класу?
2. Скільки місць у вагонах першого класу, якщо в кожному з них кількість місць однакова?




704. В одному вагоні першого класу та двох вагонах другого класу швидкісного поїзда «Hyundai» усього їхало 248 пасажирів. В одному з вагонів другого класу їхало удвічі більше пасажирів, ніж у вагоні першого класу, а в іншому вагоні другого класу — на 28 пасажирів більше, ніж у вагоні першого класу.

1. Скільки пасажирів їхало у вагоні першого класу?
2. Скільки всього пасажирів їхало у двох вагонах другого класу?

705. Мама у чотири рази старша за свою доньку. Сума років мами та доньки становить 45 років. Скільки років мамі і скільки — доньці?

706. Син у 6 разів молодший від батька, а донька на 7 років старша за свого брата. Скільки років братові й сестрі, якщо вік батька й сина разом становить 42 роки?

 **707.** Дідусь у 10 разів старший за свою онуку. Скільки років дідусеві, якщо разом вік дідуса й онуки становить 66 років?

708. Дідусь Панас вирішив порибалити і рибалив три дні поспіль. Другого дня він спіймав удвічі більше карасів, аніж першого дня, а третього дня, коли риба була приманена, він спіймав стільки карасів, скільки першого і другого дня разом. За три дні дідусь спіймав усього 138 карасів. Скільки карасів спіймав дідусь третього дня?

709. Сім'я їжаків, що складається з їжака, їжачихи та одного їжаченяти, збирала гриби для запасів на зиму. Їжак приніс на голках у 4 рази більше грибів за їжаченя, а їжачиха — на 25 грибів більше за їжаченя. Усього сім'я їжаків збирала 223 гриби. По скільки грибів збрали їжак і їжачиха?

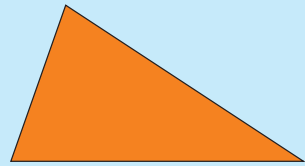


710. Робот-всюдилаз подолав сходами 80 поверхів хмарочоса. Відстань між поверхами становить 3 м 10 см. Угору він рухався зі швидкістю 4 м/с, а вниз спустився на парашуті зі швидкістю 8 м/с. На скільки секунд довше робот рухався вгору, ніж спускався вниз?

711. Робот-всюдилаз рухається по автотрасі й за необхідності переплигує через автомобілі. Легковий автомобіль він переплигує за 2 с, а вантажний — утричі довше. Скільки годин робот рухався автотрасою, якщо він переплигнув 1860 легкових автомобілів та 290 вантажних, а 29 хвилин узагалі не плигав через автомобілі?

712. Коли робот летить, як літак, то може перевезти 1842 кг вантажу. Коли він рухається, як гвинтокрил, то маса вантажу утричі менша. Коли робот піднімається, як повітряна куля, то може перевезти вантаж, маса якого вдвічі більша за сумарну масу вантажу, що він перевозить, як літак і як гвинтокрил. Яку масу вантажу перевозить робот, коли піднімається, як повітряна куля?

713. Периметр трикутника становить 44 м. Перша сторона трикутника вдвічі довша за другу, а третя — дорівнює 17 м. Знайдіть довжини сторін трикутника.



714. Периметр трикутника дорівнює 77 см. Перша сторона трикутника втричі довша за другу, а третя — на 17 см довша за другу. Знайдіть довжини сторін трикутника.

715. Між сторонами тупого кута ABC , градусна міра якого становить 135° , проведено промінь BM так, що кут MBC на 35° більший за кут ABM (рис. 23). Знайдіть градусну міру кута MBC .

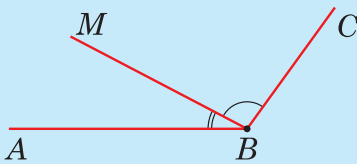


Рис. 23

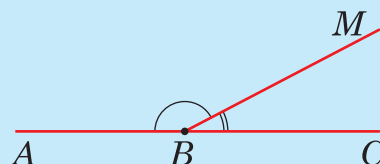



Рис. 24

716. Із вершини B розгорнутого кута ABC провели промінь BM так, що кут CBM у 9 разів менший від кута ABM (рис. 24). Знайдіть градусну міру більшого кута.

717. Мандрівник Невгамовний 3 години мандрував автостопом зі швидкістю 82 км/год. Дві години він рухався пішки зі швидкістю 6 км/год і дві години перетинав велике озеро на моторному катері. Усього Невгамовний подолав 330 км. З якою швидкістю мандрівник перетинав озеро на катері?

718. Пустелею Гобі назустріч один одному рухалися два верблюди. Один верблюд — із півночі на південь, інший — з півдня на північ. Довжина пустелі Гобі з півночі на південь 800 км. Верблюди щодня рухалися протягом 8 годин і зустрілися через 4 дні. Швидкість руху одного з верблюдів становила 15 км/год. З якою швидкістю рухався другий верблюд?

 **719.** Відстань між найвіддаленішими точками пустелі Гобі становить 1600 км. Із цих точок одночасно назустріч один одному вирушили два всюдиходи на повітряній подушці. Всюдиходи рухалися без зупинок і зустрілися через 5 годин від початку руху. Перший всюдихід рухався зі швидкістю 140 км/год. З якою швидкістю рухався другий всюдихід?

720. Три роботи-землекопи за 5 днів прокопали 390 м підземного тунелю. Скільки днів потрібно одному роботу-землекопу, щоб виконати цю роботу самостійно, якщо швидкість копання тунелю кожним роботом однакова?


721. Чарівна коробочка за годину випікає певну кількість хот-догів загальною масою 760 г. Кожні 5 хв три коти цуплять по одному хот-догу. Через годину роботи чарівної коробочки залишилося 220 г виготовлених хот-догів. Яка маса одного хот-дога?

722. Мешканці вирішили пофарбувати фасад будинку, що має форму прямокутника довжиною 40 м і шириною 15 м (крім, звісно, металопластикових вікон та дверей, сумарна площа яких дорівнює 82 м^2). Розхід фарби на 1 м^2 стіни становить 200 г, вартість фарбування 1 м^2 — 25 грн.

1. Яку площу стіни необхідно пофарбувати?

2. Скільки грамів фарби для цього потрібно? Округліть масу фарби до кілограмів.

3. Яку суму грошей доведеться заплатити малярам?

 **723.** Фермерові Зерновенку потрібно виорати 780 га землі. У фермера є 5 тракторів Т-150. За день один трактор виорує 12 га землі, при цьому витрати дизельного пального становлять 19 л на 1 га. Один літр дизельного пального коштує 28 грн.

1. Скільки днів мають працювати всі трактори, щоб завершити оранку?
2. Скільки літрів дизельного пального для цього потрібно?
3. Скільки гривень коштуватиме пальне?



724. Підприємство виготовляє самокати з електричним приводом трьох типів (див. таблицю). Економіст підприємства склав звітну відомість за березень, у якій відображено витрати та кількості виготовлених самокатів. Однак деякі клітинки цієї відомості незаповнені. Допоможіть економістові заповнити порожні клітинки й відповісти на запитання.

Електричний самокат певного типу	Вартість		Кількість виготовлених самокатів	Вартість усіх виготовлених самокатів, грн
	матеріалів на виготовлення одного самоката, грн	праці на виготовлення одного самоката, грн		
Самокат типу I	3034	1826	245	?
Самокат типу II	3876	2894	212	?
Самокат типу III	4051	3079	194	?
Разом	?	?	?	?

1. Яка загальна вартість матеріалів та оплати праці на виготовлення самокатів усіх трьох типів?
2. Який прибуток можна отримати, продавши всі виготовлені самокати, якщо прибуток із продажу одного самоката кожного типу становить 5134 грн?



Готуємося до математичних турнірів





§ 7. Урок-практикум «Майже космічний політ на повітряній кулі»

Задача 1. Туристична повітряна куля піднімається з певної точки на поверхні планети Земля «майже в космос». На висоті 3 км 456 м над Землею туристи перетнули останню хмару, на висоті 8 км 792 м вони побачили першу зірку, а на висоті 24 км 800 м помітили, що Земля стала кулею. У скільки разів відстань між останньою хмарою і першою зіркою менша від відстані між першою зіркою і точкою, де туристи помітили, що Земля стала кулею?



Задача 2. Повітряна куля повільно піднімалася зі сталою швидкістю 20 км/год до висоти 30 км над Землею. Скільки часу в годинах і хвилинах відбувався цей підйом?

Задача 3. Уся мандрівка на кулі тривала 7 діб, із яких 6 діб 20 год і 15 хв куля рухалася на сталій висоті. Скільки часу відбувався підйом угору разом зі спуском?

Задача 4. Коли повітряна куля спускалася вниз, то з висоти 27 369 м можна було помітити круїзний лайнер, з висоти 3420 м — школу рідного міста, а з висоти 1440 м — перехожих. На скільки метрів різниця між першими двома висотами більша за різницю між другою і третьою висотами?

Задача 5. Повітряна куля рухалася не надто швидко, тому можна було спостерігати в телескоп за планетами. Туристи по черзі спостерігали за Марсом протягом 48 хв, за Венерою — протягом 24 хв і за Сатурном — протягом 40 хв. За Місяцем — супутником Землі — мандрівники спостерігали протягом четвертої частини від усього часу спостереження за іншими планетами.

1. Скільки часу туристи спостерігали за Місяцем?

2*. Скільки всього туристів було на повітряній кулі, якщо тривалість спостереження кожного туриста за кожною планетою була однаковою?

Задача 6. Планувалося, що повітряна куля буде неперервно рухатися уздовж сторін квадрата, кожна з яких дорівнює 30 км 500 м. Яку відстань пододала б тоді повітряна куля?

Задача 7. Куля за тиждень пролетіла 200 км на північ, а потім — 300 км на схід. Після цього куля по прямій лінії повернулася до початкової точки мандрівки. Побудуйте на папері в клітинку цей трикутний маршрут руху кулі та оцініть, яка його довжина в кілометрах.

Задача 8. Аби побачити схід Венери, потрібно о 20 год 32 хв перебувати на висоті 13 км 380 м над Землею. О котрій годині потрібно розпочати підйом, якщо швидкість підйому кулі 30 м/хв?

Задача 9. Спуск кулі відбувався зі швидкістю 30 м/хв. Куля ввійшла у хмари на висоті 5 км 430 м над Землею, а вийшла з хмар на висоті 750 м. Скільки часу повітряна куля спускалася крізь хмари?

Задача 10. «Майже космічний політ» відбувався на певних висотах, які ще не є космічними. Якщо ви розташуєте літери у порядку зростання величин, які записані поряд з ними, то прочитаєте назву частини атмосфери, де відбувався політ повітряної кулі.

Ф – 2 км 5 см;
А – 2 м 5 мм;
Е – 2 км 5 дм;
Т – 2 дм 5 мм;
Р – 2 км 5 м;
С – 2 см 5 мм;
А – 2 км 5000 дм;
О – 2 м 5 дм;
Т – 2 м 5 см;
Р – 2 дм 5 см;
С – 2 км 5 мм.



Контрольна робота №5. Множення та ділення натуральних чисел

1. Обчисліть: $7^2 - 6^2$.

А	Б	В	Г
2	13	1	37

2. Периметр квадрата дорівнює 24 см. Обчисліть площу квадрата.

А	Б	В	Г
24 см ²	64 см ²	36 см ²	144 см ²

3. Як зміниться добуток двох натуральних чисел, якщо один із множників збільшити в 6 разів, а інший — зменшити втричі?

А	Б	В	Г
збільшиться втричі	збільшиться вдвічі	зменшиться вдвічі	збільшиться у 18 разів

4. Висота жирафа 5 м 72 см, а зріст п'ятикласника 143 см. Оцініть, у скільки разів висота жирафа більша за зріст п'ятикласника.

А	Б	В	Г
2	3	4	5

5. Мандрівник упродовж трьох годин їхав на автомобілі зі швидкістю 80 км/год і протягом двох годин — на велосипеді. Загальна відстань, яку він подолав, становить 270 км. З якою швидкістю їхав мандрівник на велосипеді?

А	Б	В	Г
20 км/год	12 км/год	14 км/год	15 км/год

6. Під час зустрічі шестеро однокласників привіталися кулачками. Скільки було зроблено привітань?

А	Б	В	Г
30	36	15	11

7. Установіть відповідність між виразом (1 – 3) та спрощеним варіантом його запису (А – Д).

1. $5(2a + 5a - a)$
2. $(32a + a - 29a) \cdot 6$
3. $45a + 4a - 17a$

А $24a$
Б $26a$
В $30a$
Г $32a$
Д $34a$

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. Знайдіть значення виразу $954 : (151 - 98) + 327 \cdot 56$.

9. Розв'яжіть рівняння $3750 : (17x + 9x - 21x) = 25$.

10. Периметр трикутника дорівнює 71 см. Перша сторона трикутника втричі довша за другу, а третя — на 21 см довша за другу. Знайдіть довжини сторін трикутника.

11. Три роботи-землекопи за 6 днів прокопали 432 м підземного тунелю. Скільки днів потрібно одному роботу, щоб самостійно виконати цю роботу, якщо швидкість копання тунелю кожним роботом однакова?

12. Син у 6 разів молодший від батька, а донька на 9 років старша за брата. Скільки років братові й сестрі, якщо вік батька, сина й доньки разом становить 57 років?



«Універсальна арифметика».

Заставка (фронтиспіс) до 2-ї частини підручника з математики, виданого для Школи технічного рисуння в Дубліні (Ірландія) у 1772 р.

Зображено дві персони: та, що стоїть і демонструє лічбу на пальцях, уособлює стару цифрову арифметику, а та, що сидить і пише математичні вирази, — нову, так звану універсальну арифметику. В універсальній арифметиці, на відміну від цифрової, задачі розв'язують за допомогою буквених позначень і рівнянь. Тепер цей метод є панівним, хоча ще 60–70 років тому в школі у 5–6-х класах вивчали лише цифрову арифметику.

РОЗДІЛ 6.

БУКВЕНІ ВИРАЗИ ТА РІВНЯННЯ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Із буквеними виразами та рівняннями ви знайомі ще з початкової школи. Але то було «кліпове», або «мультикове» знайомство. У даному розділі пропонуємо вам упорядковану, хоча й «короткометражну» версію. Вона буде важливою сходинкою до тієї частини математики, яку ви вивчатимете із 7 класу і яку називають алгеброю. Тому радимо поставитись до цього матеріалу відповідально.

А в кінці розділу передбачена заслужена нагорода за ваші старання — захопливий урок-подорож до дивовижного міста на воді і під водою, збудованого в Об'єднаних Арабських Еміратах.

§ 1. ЧИСЛОВІ ТА БУКВЕНІ ВИРАЗИ

Повторюємо теорію

Уявіть собі ситуацію. Для проведення товариського футбольного матчу між збірними командами вашої і сусідньої шкіл потрібно поновити розмітку шкільного стадіону. Стадіон має розміри $70\text{ м} \times 40\text{ м}$ (рис. 1). Підфарбувати вапном потрібно бокові лінії, лінії воріт і середню лінію поля. Скільки для цього потрібно закупити вапна, якщо розхід вапна на 10 погонних метрів лінії становить 1 кг?

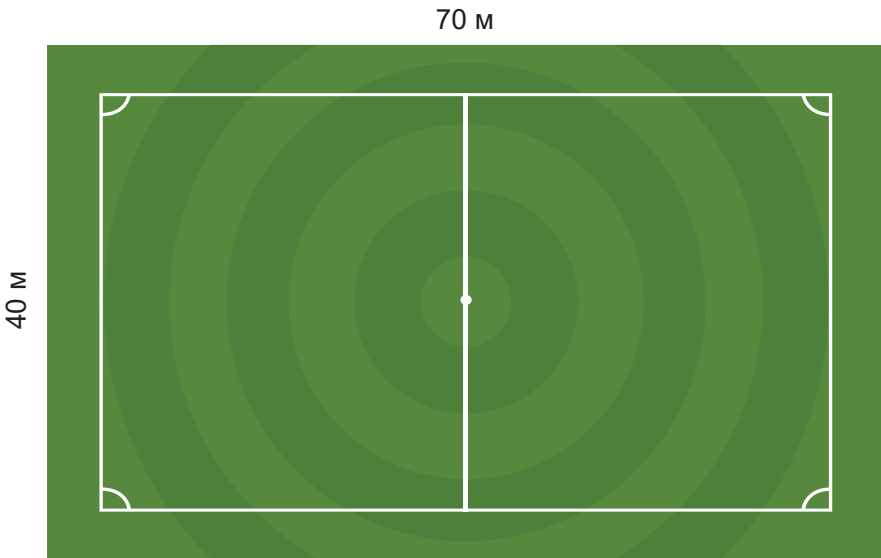


Рис. 1

Для вирішення цієї практичної задачі ви, скоріш за все, склали б ось такий запис для визначення сумарної довжини всіх ліній у метрах:

$$2 \cdot 70 + 3 \cdot 40,$$

а потім доповнили б його діленням на 10:

$$(2 \cdot 70 + 3 \cdot 40) : 10,$$

щоб з'ясувати, скільки разів у цій довжині вкладається 10 м. Виконавши всі вказані в цьому записі дії, ви знайшли б його значення:

$$(2 \cdot 70 + 3 \cdot 40) : 10 = 26$$

і з певністю сказали б: потрібно 26 кг вапна.

А тепер узагальнимо цю ситуацію. Не секрет, що в різних школах футбольні поля мають різні розміри. Навіть для проведення

офіційних матчів під егідою Міжнародної федерації футболу FIFA допускаються різні розміри футбольних полів — з довжиною від 90 м до 120 м і шириною від 45 м до 90 м. То як тоді записати універсальний вираз для визначення сумарної довжини основних ліній поля та розрахунку розхідних матеріалів для їхнього поновлення?

Нехай a — довжина поля, b — його ширина, c — розхід фарби у кілограмах на 10 погонних метрів. Тоді для поновлення основних ліній футбольного поля потрібно

$$(2 \cdot a + 3 \cdot b) : 10 \cdot c$$

кілограмів фарбуючої суміші.

Математичні записи, які ми тут навели, розв'язуючи задачу з поновленням ліній футбольного поля, належать до математичних виразів.

Ось інші приклади таких виразів:

$$34 + 5 \cdot 14 - 9;$$

$$324 \cdot (25 + 78);$$

$$3456 : 2 - 456;$$

$$a + 5;$$

$$20b + c;$$

$$(c + d) \cdot (c - d).$$



*Математичні записи, складені із чисел та букв, а також зі знаків математичних дій і дужок, які визначають першочерговість виконання окремих дій, називають **математичними виразами**.*

Часто слово «математичні» в цьому означенні пропускають і ведуть мову просто про вирази.

Якщо вираз складається лише із чисел та дій із ними (як у верхньому рядку наведених вище прикладів), то його називають **числовим**. Якщо ж вираз містить хоча б одну букву (як у нижньому рядку цих прикладів), то його називають **буквеним**.

У буквених виразах найчастіше використовують малі букви латинського алфавіту. Але трапляються й грецькі та інші літери (із цим ви ознайомитесь у старших класах).

На відміну від числових виразів, у буквених виразах знак множення (\cdot) часто пропускають, а замість добутку однакових множників записують квадрат одного з них. Наприклад, замість $6 \cdot a$, $n \cdot m$, $7 \cdot (2 \cdot x - y)$, $a \cdot a$ пишуть відповідно: $6a$, nm , $7(2x - y)$, a^2 .

Кожна буква у буквенному виразі може набувати певних значень. Наприклад, буква a у виразі $2a + 3b$ для знаходження довжини основних ліній футбольного поля за міжнародними стандар-

тами може набувати значень від 90 м до 120 м, а буква b — значень від 45 м до 90 м.

Якщо в буквеній вираз замість усіх букв підставити їхні конкретні значення, то утвориться числовий вираз, значення якого вважають значенням даного буквеного виразу при цих значеннях букв.

Наприклад, значення виразу $51a - 5b$ при $a = 3$ і $b = 12$ дорівнює $51 \cdot 3 - 5 \cdot 12 = 153 - 60$, тобто 93.

Іноколи весь буквеній вираз позначають однією літерою, можливо, й великою. Наприклад, вирази $2(a + b)$ та ab для знаходження периметра і площі прямокутника з вимірами a і b позначають літерами P та S і пишуть: $P = 2(a + b)$, $S = ab$. Інший приклад: вираз для знаходження шляху, пройденого об'єктом за час t при русі зі сталою швидкістю v , позначають малою літерою s і пишуть: $s = vt$.

Такі записи називають **формулами**. Формули використовують у різних науках, а особливо широко — в математиці, фізиці та різноманітних галузях інженерії.

§ 2. ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ДІЙ У ВИРАЗАХ

Вивчаємо теорію

Як числові, так і буквені вирази можна спрощувати, користуючись відповідними властивостями математичних дій. Наприклад, на підставі переставної і сполучної властивостей дії множення замість $5x \cdot 6$ можна записати $6 \cdot 5x$, а потім — і $30x$. А на підставі розподільної властивості вираз $7c + 18c$ можна замінити на $c(7 + 18)$, а потім — і на $25c$.

Аби не виникало непорозумінь, запроваджено строгий порядок для виконання дій, зазначених у виразах. Наскільки це важливо, проілюструємо прикладом. Нехай маємо числовий вираз:

$$63 - 49 : 7.$$

Якщо першою виконувати дію віднімання $63 - 49$, а потім — дію ділення на 7, то потрібно буде вважати, що значення цього виразу дорівнює 2. Якщо ж спочатку виконати дію ділення $49 : 7$, а тоді знайдено частку відняти від 63, то значення виразу дорівнюватиме 56.

Установлено такий порядок дій у виразах:



1) якщо у виразі немає дужок і він містить лише додавання й віднімання або лише множення і ділення, то ці дії виконують у тому порядку (зліва направо), в якому вони зазначені;



2) якщо у виразі немає дужок і він містить різні дії, то спочатку виконують множення і ділення (зокрема, й обчислення квадратів чисел), а потім — додавання і віднімання; і це знову ж таки у тому порядку, в якому вони зазначені;



3) якщо у виразі є дужки, то спочатку виконують дії в дужках, а потім керуються правилами 1) – 2).

Якщо дотримуватись цих правил, то у виразі $63 - 49 : 7$ першою необхідно виконувати дію ділення, і тому його значення дорівнюватиме 56. А якби була потреба першою виконати дію віднімання, то її довелось б узяти в дужки і записати вираз у вигляді:

$$(63 - 49) : 7.$$

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Знайти значення виразу $21b - 4(14 + b)$ при $b = 5$.

Розв'язання. Спочатку спростимо цей вираз:

$$21b - 4(14 + b) = 21b - 4 \cdot 14 - 4b = 21b - 4b - 56 = 17b - 56.$$

А тепер знайдемо значення виразу при $b = 5$:

$$17b - 56 = 17 \cdot 5 - 56 = 29.$$

Відповідь. 29.

Приклад 2. Обчислити значення y за формулою $y = 2x - 12$ при $x = 14$. При якому найменшому натуральному значенні x існує відповідне йому натуральне значення y ?

Розв'язання. При $x = 14$:

$$y = 2 \cdot 14 - 12 = 28 - 12 = 16.$$

Якщо замість x у формулу $y = 2x - 12$ підставляти натуральні числа 1, 2, 3, 4, 5, то відповідні їм натуральні значення y знайти неможливо. Лише при $x = 6$ існуватиме перше відповідне йому значення: $y = 2 \cdot 6 - 12 = 12 - 12 = 0$. Однак число 0 не є натуральним.

Тому умову задачі задовольняє наступне за 6 число 7, при якому $y = 2 \cdot 7 - 12 = 14 - 12 = 2$.

Відповідь. 16; 7.



Перевірте себе

1. Що називають математичними виразами?
2. Які математичні вирази називають числовими, а які — буквеними?
3. Яку особливість має позначення дії множення у буквених виразах?
4. Що називають значенням буквеного виразу?
5. Які математичні записи називають формулами?
6. За якими формулами обчислюють периметри і площі квадрата та прямокутника?
7. За якою формулою обчислюють пройдений шлях при русі зі сталою швидкістю? А час руху?
8. Яким є установлений порядок виконання дій у виразах?

ЗАВДАННЯ

- 725.** (Усно). Прочитайте числові вирази з використанням термінів: «сума», «різниця», «добуток», «частка»:
- | | |
|----------------------------|----------------------|
| 1) $23590 + 5674$; | 3) $90000 - 2908$; |
| 2) $345 \cdot 23 + 4560$; | 4) $345 - 345 : 5$. |
- 726.** (Усно). Знайдіть значення числових виразів:
- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $9 \cdot 3^2$; | 3) $7^2 \cdot 2$; |
| 2) $100 - 8^2$; | 4) $6^2 + 5^2$. |
- 727.** (Усно). Якщо $a = 125$, $b = 35$, то:
- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) $a + b = \dots$; | 3) $2a - b = \dots$; |
| 2) $a - b = \dots$; | 4) $a - 2b = \dots$. |
- 728.** (Усно). Якщо 1 кг печива коштує 65 грн, то скільки коштуватимуть 3 кг цього печива; a кг цього печива?
- 729.** Обчисліть значення виразів:
- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) $28 : 7 + 98$; | 4) $72 : (12 - 4)$; |
| 2) $42 : (12 - 5)$; | 5) $(80 - 16) : 4$; |
| 3) $80 - 16 : 4$; | 6) $72 : 12 - 4$. |
- 730.** Знайдіть значення виразу:
- 1) $987 - a$, якщо $a = 231$;
 - 2) $b + 2345$, якщо $b = 1009$;
 - 3) $12c$, якщо $c = 324$;
 - 4) $5067 : x$, якщо $x = 9$;
 - 5) $a + b - 8976$, якщо $a = 2009$, $b = 10\,276$;
 - 6) $2a - b$, якщо $a = 890$, $b = 1279$.



731. Знайдіть значення виразу:

- 1) $9870 + a$, якщо $a = 6574$;
- 2) $c - 8999$, якщо $c = 10\ 000$;
- 3) $37n$, якщо $n = 657$;
- 4) $m : 524$, якщо $m = 13\ 100$.

732. Знайдіть значення виразу:

- 1) $2a + b$, якщо $a = 12$ см, $b = 15$ см;
- 2) $(a + b) \cdot 2$, якщо $a = 48$ м, $b = 27$ м;
- 3) $ab : 2$, якщо $a = 4$ м, $b = 25$ м;
- 4) $3ab$, якщо $a = 25$ м, $b = 32$ м.

733. У таблиці вказано числові значення, яких можуть набувати букви a , b , c , та записано вирази, які потрібно обчислити при відповідних значеннях букв. Виконайте ці обчислення.

Число a	Число b	Число c	Значення виразу
121	49	85	$a + b - c$
89	92	320	$2a - b + c$
99	125	37	$a + b - 3c$
235	65	30	$(a + b) : c$

734. Робот-спринтер за 3 год подолав відстань s км.

1. З якою швидкістю рухався робот-спринтер?
2. Обчисліть швидкість робота-спринтера, якщо $s = 435$ км.



735. Український військовий гвинтокрил за 4 год подолав відстань s км.

1. З якою швидкістю рухався гвинтокрил?
2. Обчисліть швидкість гвинтокрила, якщо $s = 1592$ км.



736. Один кілограм цукерок коштує 96 грн, а 1 кг печива — 58 грн.


1. Скільки гривень потрібно заплатити, якщо купити a кг цукерок та c кг печива? Складіть буквений вираз.
2. Знайдіть вартість 2 кг цукерок та 3 кг печива, які потрібно купити для святкування дня народження.

737. П'ятикласниця разом із мамою відвідали супермаркет. Вони купили 2 кг мандаринів по a грн за кілограм, 1 кг винограду по b грн за кілограм та 3 кг яблук по c грн за кілограм.

1. Складіть вираз, за яким можна обчислити вартість усіх придбаних фруктів.
2. Скільки грошей заплатили мама з донькою за всі фрукти, якщо $a = 42$ грн, $b = 74$ грн, $c = 14$ грн?

738. Винахідник Двигуненко сконструював всюдихід, який може рухатися по поверхні землі, плавати по воді та літати в повітрі. Під час випробувань всюдихода винахідник рухався n годин по землі зі швидкістю 125 км/год, m годин по воді зі швидкістю 90 км/год і k годин у повітрі зі швидкістю 356 км/год.


1. Складіть вираз, за яким можна обчислити всю відстань, яку подолав винахідник під час випробувань.
2. Знайдіть значення виразу, якщо $n = 3$ год, $m = 2$ год, $k = 4$ год.

 **739.** Бабуся Одарка продавала на базарі овочі. Вона продала a кг моркви по 12 грн за кілограм, b кг столових буряків по 15 грн за кілограм та d кг редьки по 10 грн за кілограм.

1. Складіть вираз, за яким можна обчислити, яку суму грошей уторгувала бабуся Одарка.
2. Знайдіть значення виразу, якщо $a = 9$ кг, $b = 12$ кг, $d = 11$ кг.

740. Заповніть порожні клітинки таблиці, в якій наведено кількість хлопців та дівчат, що навчаються у трьох п'ятих класах школи.

Клас	Дівчата	Хлопці	Разом дітей
5-А	15	a	
5-Б	b	16	
5-В	c	d	
Разом у трьох класах			

 **741.** За умовою попередньої задачі обчисліть кількість дівчат та хлопців, що навчаються у трьох п'ятих класах школи, а також усіх дітей разом, якщо $a = 17$, $b = 18$, $c = 19$, $d = 16$. Заповніть порожні граfi таблиці.

Клас	Дівчата	Хлопці	Разом дітей
5-А	15		
5-Б		16	
5-В			
Разом у трьох класах			

742. Спростіть вираз та знайдіть його значення:

- 1) $654 - a + 235$, якщо $a = 167$;
- 2) $c - 546 + 786$, якщо $c = 999$;
- 3) $1289 - x + 111$, якщо $x = 867$;
- 4) $2y - y + 654$, якщо $y = 146$.

743. Знайдіть значення виразу:

- 1) $a : 43 - 124$, якщо $a = 5332$;
- 2) $a - 2c + 69$, якщо $a = 235$, $c = 39$;
- 3) $m + 3n - 678$, якщо $m = 655$, $n = 69$;
- 4) $2n + m - 245$, якщо $n = 125$, $m = 1027$;
- 5) $x + 5y - 129$, якщо $x = 977$, $y = 89$.

744. Спростіть вираз, якщо це можливо, та знайдіть його значення:

- 1) $3a - 5675$, якщо $a = 3002$;
- 2) $7a - 6a - 1999$, якщо $a = 20\ 010$;
- 3) $x + 3x - 987$, якщо $x = 801$;
- 4) $(5y - 3y) \cdot 1000$, якщо $y = 97$.

745. Складіть числовий вираз та знайдіть його значення:

- 1) сума чисел 345 і 567 та числа 1009;
- 2) сума різниці чисел 687 і 345 та суми чисел 897 і 901;
- 3) добуток суми та різниці чисел 891 і 109;
- 4) частка різниці чисел 21 908 і 18 009 та суми чисел 2007 і 1892.

746. Складіть числовий вираз та знайдіть його значення:

- 1) сума різниці чисел 5647 і 5199 та числа 10 987;
- 2) різниця добутку чисел 65 і 89 та частки чисел 22 000 і 100;
- 3) добуток суми та різниці чисел 901 і 99;
- 4) частка суми чисел 295 і 405 та різниці чисел 898 і 798.

747. Знайдіть значення виразу:

- 1) $645 - 21^2 : 3 - 1$;
- 2) $(645 - 21^2) : 3 - 1$;
- 3) $(645 - 21^2) : (3 - 1)$;
- 4) $9^2 \cdot 17 - 7 + 10^2 : 2$;
- 5) $9^2 \cdot (17 - 7) + 10^2 : 2$;
- 6) $(9^2 \cdot 17 - 7 + 10^2) : 2$.



748. Знайдіть значення виразу:

1) $8^2 \cdot 16 - 6 : 2 + 3^2$;

3) $8^2 \cdot (16 - 6 : 2) + 3^2$;

2) $8^2 \cdot (16 - 6) : 2 + 3^2$;

4) $8^2 \cdot 16 - (6 : 2 + 3^2)$.

749. Обчисліть значення y за формулою $y = x^2 - 10$:

1) якщо $x = 5$;

2) якщо $x = 10$.

750. Обчисліть значення y за формулою $y = 3x - 7$:

1) якщо $x = 21$;

2) якщо $x = 210$.

При якому найменшому натуральному значенні x існує відповідне йому натуральне значення y ?

751. П р а к т и ч н е з а в д а н н я: мій інтелектуальний проєкт «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та проілюструйте чотири задачі на тему «Захоплююча алгебра».



§ 3. СКЛАДАННЯ БУКВЕНИХ ВИРАЗІВ ТА ОБЧИСЛЕННЯ ЇХНІХ ЗНАЧЕНЬ

У цьому параграфі ми продовжимо практикуватись у розв'язуванні вправ і задач на складання буквених виразів та знаходження їхніх значень.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Скласти буквений вираз для обчислення площі фігури, зображеної на *рис. 2*.

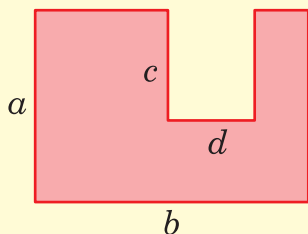


Рис. 2

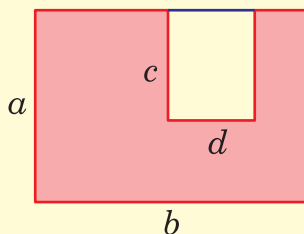


Рис. 3

Розв'язання. Шукану площу знайдемо, якщо від площі великого прямокутника зі сторонами a і b віднімемо площу меншого — зі сторонами c і d (*рис. 3*). Отже, її визначають за виразом $ab - cd$.

Приклад 2. На підприємстві Лего за перший робочий день виготовили a деталей конструктора Minecraft, за другий день — на b деталей менше, ніж за перший, а за третій робочий день виготовили 4580 деталей.

1. Скласти вираз для визначення загальної кількості усіх деталей, виготовлених за три дні.
2. Обчислити значення виразу при $a = 5\,098$, $b = 760$.

Розв'язання. 1. Щоб знайти загальну кількість деталей, виготовлених за три дні, потрібно додати кількість деталей, виготовлених кожного дня. Оскільки за другий день було виготовлено на b деталей менше, ніж за перший, то кількість виготовлених за другий день деталей визначається виразом $a - b$. Отже, за три дні було виготовлено

$$a + (a - b) + 4580 = a + a - b + 4580 = 2a - b + 4580 \text{ (деталей).}$$

2. При $a = 5098$, $b = 760$ маємо:

$$\begin{aligned} 2a - b + 4580 &= 2 \cdot 5098 - 760 + 4580 = 10\,196 - 760 + 4580 = \\ &= 9436 + 4580 = 14\,016 \text{ (деталей).} \end{aligned}$$

ЗАВДАННЯ

752. (Усно). Обчисліть:

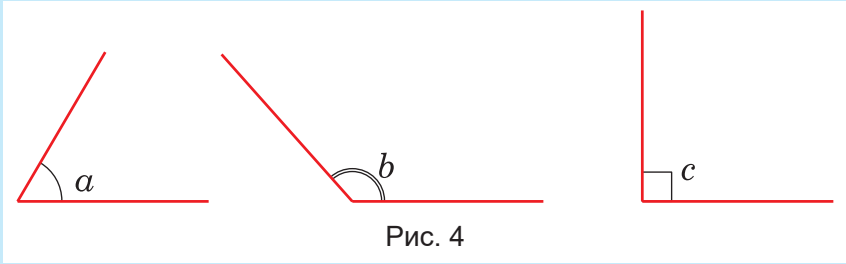
1) $7^2 \cdot 2 - 7$;

3) $90 + 10^2 : 10$;

2) $89 - 8^2 : 64$;

4) $9^2 - 8^2$.

753. (Усно). На *рис. 4* зображено три кути із градусними мірами a , b і c . У якому з варіантів 1) – 3) правильно вказано градусні міри цих кутів?



1) $a = 100^\circ$, $b = 75^\circ$, $c = 90^\circ$;

2) $a = 60^\circ$, $b = 75^\circ$, $c = 90^\circ$;

3) $a = 60^\circ$, $b = 130^\circ$, $c = 90^\circ$.

754. (Усно). Знайдіть значення числового виразу:

1) $(7 + 5)^2$;

2) $7^2 + 5^2$;

3) $(7 - 5)^2$;

4) $7^2 - 5^2$.

755. Спростіть буквенний вираз та знайдіть його значення:

1) $a + 2a + 2a - 234$, якщо $a = 100$;

2) $(5y - 3y) \cdot 25$, якщо $y = 135$;

3) $5m + 6m - 7m$, якщо $m = 64$;

4) $3c + 10c - 5c + 309$, якщо $c = 60$;

5) $1029 - (9n - 5n)$, якщо $n = 56$;

6) $14(x + 3x + 4x)$, якщо $x = 10$.

756. Спростіть буквенний вираз та знайдіть його значення:

1) $b + 3b + 3b - 580$, якщо $b = 120$;

2) $3a + 5a - 4a + 899$, якщо $a = 302$;

3) $(6x - 5x) : 54$, якщо $x = 1350$;

4) $(2y + 8y - 5y) \cdot 300$, якщо $y = 21$.

757. Для учнів та учениць 5-го класу батьківська рада закупила n зошитів у лінійку, m зошитів у клітинку й k олівців. За кожен із зошитів було заплачено по 3 грн 90 коп., а за кожен олівець — по 1 грн 50 коп.

1. Складіть вираз для визначення вартості усіх зошитів та олівців, придбаних для учнів і учениць 5-го класу.

2. Знайдіть вартість усіх придбаних зошитів та олівців, якщо у 5-му класі навчаються 32 учні й учениці.



758. На святкування дня народження Надійки її мама купила a шоколадних тістечок, b заварних тістечок та c шоколадок з горіхами. За кожне тістечко вона заплатила по 8 грн, а за кожну шоколадку — по 22 грн. На свято до Надійки прийшло 14 її друзів.

1. Складіть вираз для визначення вартості всіх придбаних мамою смаколиків, якщо під час святкування кожна дитина (і Надійка теж) отримала по одному смаколику кожного виду.
2. Знайдіть вартість усіх придбаних мамою смаколиків.

759. У колекціонера Іванка було x стікерів. Друг подарував йому ще 32 стікери. Іванко вирішив роздати у стікерів зі своєї колекції дітям із незаможних сімей.

1. Складіть вираз для визначення кількості стікерів, що залишилися в Іванка.
2. Знайдіть значення цього виразу при $x = 427$, $y = 126$.

760. На першій садовій ділянці в дідуся Панаса росли 125 кущів суніць. Восени дідусь вирішив пересадити a кущів на другу ділянку, а b кущів — на третю.

1. Складіть буквений вираз для визначення кількості кущів суніць, які залишилися на першій ділянці.
2. Знайдіть значення цього виразу при $a = 37$, $b = 42$.

761. За першу годину роботи робот-вантажник переніс k ящиків із фруктами, за другу годину він переніс удвічі більше ящиків, ніж за першу, а за третю годину — на 8 ящиків менше, ніж за першу, бо трохи «підсіла» батарея.

1. Складіть вираз для визначення загальної кількості ящиків із фруктами, які переніс робот-вантажник за три години роботи.
2. Знайдіть значення цього виразу при $k = 37$.



762. Робот-землекоп за першу годину роботи прокопав l метрів траншеї, за другу годину він прокопав удвічі більше, ніж за першу, а за третю — на 9 м менше, ніж за першу годину роботи, бо ходив на підзарядку.

1. Складіть вираз для визначення загальної довжини траншеї, яку прокопав робот-землекоп за три години роботи.
2. Обчисліть значення цього виразу при $l = 15$ м.

763. Винахідник Двигуненко продовжував випробовувати сконструйований ним всюдихід. Три години він рухався по пустелі зі швидкістю v км/год і 2 год — по бурхливому морю зі швидкістю u км/год. Швидкість руху по пустелі була, звісно, більшою, ніж по морю.



1. Складіть вираз, за допомогою якого можна визначити, на скільки кілометрів більше подолав винахідник по пустелі, ніж по морю.
2. Обчисліть значення цього виразу при $v = 115$ км/год та $u = 65$ км/год.

764. На підприємстві з виробництва смартфонів за перший робочий тиждень виготовили y смартфонів, за другий робочий тиждень — на x смартфонів більше, ніж за перший, а за третій робочий тиждень — 895 смартфонів.

1. Складіть вираз для визначення загальної кількості смартфонів, виготовлених за три тижні.
2. Обчисліть значення цього виразу при $y = 780$, $x = 98$.

765. На гірській дорозі обвалилася частина гори й перекрила автомобільну дорогу. Робот-аварійник n хвилин прокопував прохід для пішоходів та 15 хвилин — проїзд для легкових автомобілів. Аби прокопати проїзд для вантажівок, роботу знадобилося втричі більше часу, ніж на прокопування проходу для пішоходів та проїзду для легкових автомобілів разом.

1. Складіть буквенний вираз для визначення часу, витраченого роботом-аварійником на прокопування проїзду для вантажних автомобілів.
2. Складіть буквенний вираз для визначення всього часу, витраченого роботом-аварійником.
3. Знайдіть значення обох виразів при $n = 5$ хв.

766. На підприємстві з виробництва планшетів за перший робочий тиждень виготовили a планшетів, за другий робочий тиждень — на b планшетів менше, ніж за перший, а за третій — 458 планшетів.



1. Складіть вираз для визначення загальної кількості планшетів, виготовлених за три тижні.

2. Обчисліть значення цього виразу, якщо $a = 585$, $b = 76$.

767. Одна зі сторін трикутника дорівнює b см, друга сторона вдвічі довша за першу, а третя — на 6 см коротша від другої.

1. Складіть вираз для обчислення периметра трикутника.

2. Обчисліть значення цього виразу при $b = 15$ см.

768. Одна зі сторін трикутника дорівнює a см, друга сторона на 5 см довша за першу, а третя — удвічі довша за першу.

1. Складіть вираз для обчислення периметра трикутника.

2. Обчисліть значення цього виразу при $a = 12$ см.

769. Коник-стрибунець у пошуках їжі та пригод увесь день стрибав так, що якщо й змінював напрямок стрибків, то лише на кут 90° . Схема його руху впродовж дня подана на *рис. 5*.

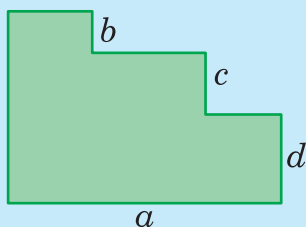


Рис. 5

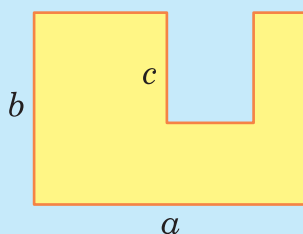


Рис. 6

1. Складіть буквенний вираз для визначення довжини всього шляху коника-стрибунця за день.

2. Обчисліть довжину цього шляху при $a = 59$ м, $b = 12$ м, $c = 15$ м, $d = 16$ м.

770. Мандрівник Лісовик здійснив подорож лісом за маршрутом, зображеним на *рис. 6*, роблячи повороти лише на 90° .

1. Складіть буквенний вираз для визначення довжини всього шляху, пройденого Лісовиком.

2. Обчисліть довжину цього шляху при $a = 4500$ м, $b = 3800$ м, $c = 2100$ м.

3. Скільки часу тривала ця мандрівка, якщо середня швидкість руху становила 2 км/год?

771. Електрикові Світляку потрібно прокласти кабель освітлення навколо підприємства, схема якого подана на *рис. 7*.

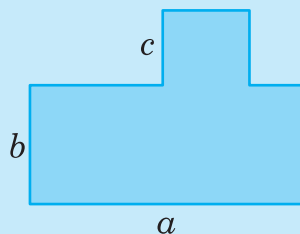


Рис. 7

1. Складіть буквений вираз для визначення довжини кабелю.
2. Обчисліть значення цього виразу при $a = 458$ м, $b = 325$ м, $c = 126$ м.

772. Для створення земельного кадастру (що це таке — прочитайте у Вікіпедії) землемірові потрібно визначити площу ділянки, схема якої подана на *рис. 8*.

1. Складіть буквений вираз для обчислення цієї площі.
2. Знайдіть значення складеного виразу при $a = 680$ м, $b = 460$ м, $c = 322$ м, $d = 242$ м.

773. Щоб закупити тротуарну плитку, майстер-плиточник має визначити площу ділянки, схема якої подана на *рис. 9*.

1. Складіть буквений вираз для обчислення площі цієї ділянки.
2. Знайдіть значення складеного виразу при $a = 85$ м, $b = 46$ м, $c = 48$ м, $d = 24$ м.

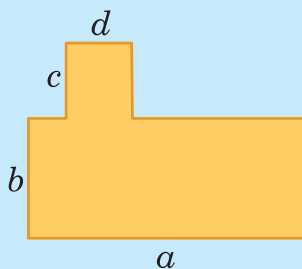


Рис. 8

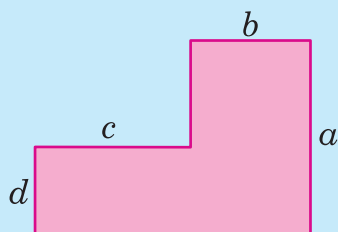


Рис. 9

§ 4. РІВНЯННЯ

Ви вже вмієте розв'язувати прості рівняння на знаходження невідомих доданка, зменшуваного, від'ємника, множника, діленого та дільника. Ці правила ми вже згадували в § 7 розділу 1, повторювали в § 2 розділу 3 та в § 5 розділу 5.

Розглянемо детально кілька прикладів.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Розв'язати рівняння $(4x - 10) + 58 = 268$.

Розв'язання. Вираз із невідомим x , що стоїть у дужках, будемо вважати невідомим доданком. Щоб знайти невідомий доданок, потрібно від суми відняти відомий доданок:

$$4x - 10 = 268 - 58,$$

тобто

$$4x - 10 = 210.$$

Тепер вираз $4x$ вважатимемо невідомим зменшуваним. Матимемо:

$$4x = 210 + 10,$$

тобто

$$4x = 220.$$

Нарешті, саме число x вважаймо невідомим множником. Тоді

$$x = 220 : 4;$$

$$x = 55.$$

Відповідь. $x = 55$.

Приклад 2. Розв'язати рівняння $7000 : (8y - 5y + 127) = 10$.

Розв'язання. Вираз із невідомим y , що стоїть у дужках, будемо вважати невідомим дільником. Щоб знайти невідомий дільник, потрібно ділене поділити на частку:

$$8y - 5y + 127 = 7000 : 10.$$

Виконавши ділення і замінивши $8y - 5y$ на $3y$, матимемо:

$$3y + 127 = 700.$$

Звідси

$$3y = 700 - 127,$$

$$3y = 573.$$

Отже,

$$y = 573 : 3.$$

$$y = 191.$$

Відповідь. $y = 191$.



Перевірте себе

1. Що називають правильною числовою рівністю?
2. Що називають рівнянням?
3. Що таке розв'язок, або корінь рівняння?
4. Що означає розв'язати рівняння?
5. Як знаходять невідомі компоненти дій додавання і віднімання?
6. Як знаходять невідомі компоненти дій множення і ділення?

ЗАВДАННЯ

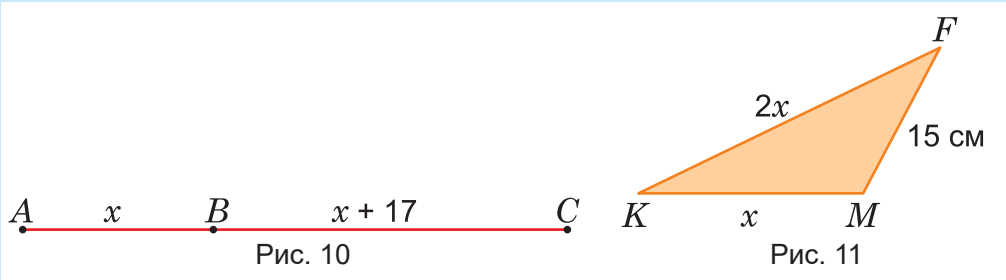
774. (Усно). Обчисліть значення виразу:

- 1) $3a + 12$, якщо $a = 24$;
- 2) $65 - 4x$, якщо $x = 10$;
- 3) $764 - 6c$, якщо $c = 100$;
- 4) $5y : 12$, якщо $y = 12$.

775. (Усно). Сформулюйте правило знаходження невідомого компонента відповідної дії та розв'яжіть рівняння:

- 1) $57 + x = 127$;
- 2) $89 - x = 35$;
- 3) $y - 45 = 110$;
- 4) $25 \cdot a = 125$;
- 5) $120 : c = 20$;
- 6) $y : 9 = 21$.

776. (Усно). На відрізку AC точка B позначена так, що відрізок BC на 17 см довший за відрізок AB (рис. 10). Складіть вираз для визначення довжини відрізка AC .



777. (Усно). Складіть вираз для визначення периметра трикутника KFM (рис. 11). Знайдіть значення виразу при $x = 12$ см.

778. Розв'яжіть рівняння 1)– 6):

- 1) $y - 187 = 89$;
- 2) $2157 - x = 1999$;
- 3) $3a + 297 = 3009$;
- 4) $998 + 2x = 1990$;
- 5) $y + 2y + 3y = 9018$;
- 6) $9x + x - 7x + 4999 = 10\,000$.

Кожному рівнянню, залежно від його номера, відповідає певна літера:

1	2	3	4	5	6
Е	Б	Л	Р	І	Н

Розмістіть корені рівнянь у порядку зростання й отримаєте назву європейського міста. Столицею якої країни є це місто?

779. Розв'яжіть рівняння 1) – 4):

1) $y - 192 = 99$;

3) $6a - 4a + 927 = 2089$;

2) $899 - 4x = 279$;

4) $c + 5c + 4c = 28\,990$.

Кожному рівнянню, залежно від його номера, відповідає певна літера:

1	2	3	4
У	Ч	Л	С

Розмістіть корені рівнянь у порядку спадання й отримаєте назву річки в Україні.

780. Розв'яжіть рівняння:

1) $456 + (x - 234) = 657$;

2) $786 - (x - 234) = 354$;

3) $(5x - 320) - 99 = 1111$;

4) $990 - (2y + 45) = 575$;

5) $(12y - 10y + 68) - 202 = 1208$;

6) $7890 - (8a - 3a + 5a - 350) = 2310$.

781. Розв'яжіть рівняння:

1) $(y - 777) - 333 = 9999$;

2) $9990 - (2x + 659) = 3563$;

3) $(7a - 2a + 5a) + 657 = 12\,907$;

4) $(9y + 8y - 10y) - 2111 = 6296$.

782. Заповніть порожні граfi таблиці:

Ділене	Дільник	Частка	Значення x
$2x$	15	8	
888	$4x$	111	
$5x$	20	5	
1020	$3x$	5	

783. Заповніть порожні граfi таблиці:

Множник	Множник	Добуток	Значення x
$2x$	15	60	
200	$5x$	1000	
$8x$	120	960	
$12x$	12	1440	

784. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $(9x - x + 3x) \cdot 53 = 6413$;
- 2) $23(18y - 9y - 5y) = 5796$;
- 3) $(564 + a + 5a) \cdot 90 = 81\,000$;
- 4) $98(8y + 3y - 6y - 38) = 8526$;
- 5) $7x \cdot (546 - 125 + 99) = 3640$;
- 6) $(12y - 8y - 111) \cdot 45 = 4005$.

785. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $900 : (3x + 7x) = 90$;
- 2) $(7y - y - y) : 67 = 35$;
- 3) $(8a - 130) : 22 = 69$;
- 4) $1005 : (4c + 7) = 67$;
- 5) $(19y - 9y + 982) : 34 = 98$;
- 6) $30\,520 : (28x - 22x + 4x - 67) = 40$.

786. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $15(7x - 3x) = 1500$;
- 2) $(13y + y - 10y) \cdot 79 = 4108$;
- 3) $(24a + 6a - 300) \cdot 120 = 14\,400$;
- 4) $9000 : (8c - 5c - 345) = 100$;
- 5) $12\,300 : (233 - 3x) = 300$;
- 6) $(21y - 16y + 128) : 47 = 89$.

787. На *рис. 12* накреслено числову вісь і три відрізки: $AB = a$, $CD = 3a$, $MN = 2a + 7$.

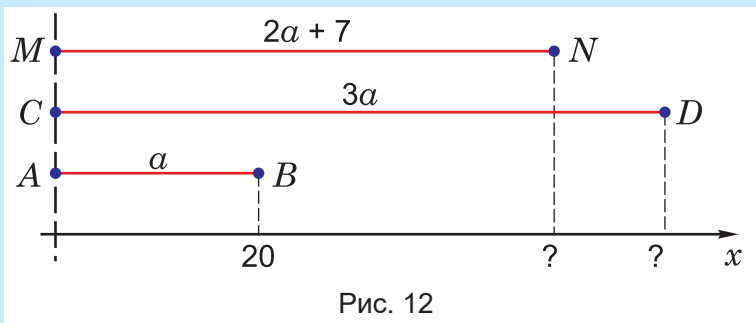
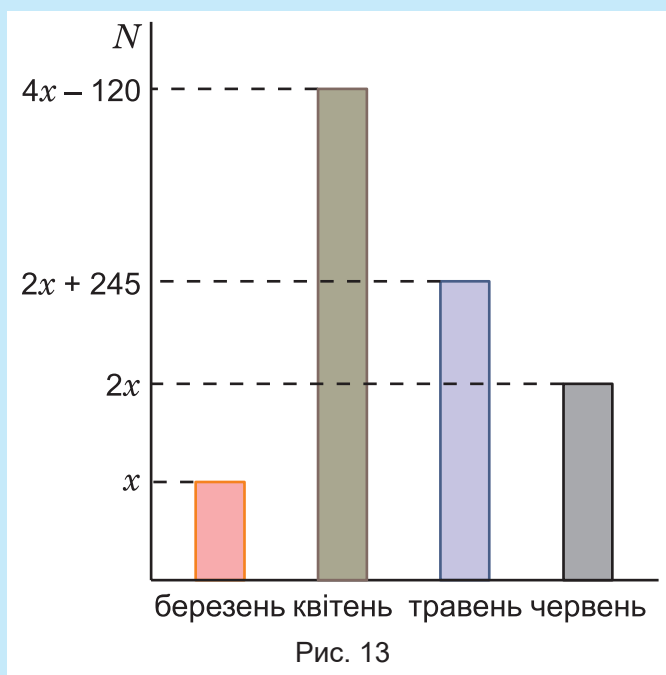


Рис. 12

1. Запишіть вираз для знаходження суми довжин усіх трьох відрізків.
2. Обчисліть довжини відрізків CD і MN , якщо точці B відповідає число 20.

788. Діаграма на *рис. 13* (с. 271) відображає виробництво ноутбуків (вертикальна вісь) на підприємстві за чотири місяці. У березні на підприємстві було недопостачання комплекту-

ючих. Після вирішення технічних питань виробництво ноутбуків значно зросло.



1. Складіть вираз для визначення загальної кількості ноутбуків, виготовлених за чотири місяці.
2. Знайдіть значення цього виразу при $x = 220$.
3. Визначте кількість виготовлених ноутбуків кожного місяця.

§ 5. ЗАСТОСУВАННЯ РІВНЯНЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ

Повторюємо теорію

Текстові задачі ви вчитеся розв'язувати з молодших класів і вже знаєте, що для розв'язування таких задач за допомогою рівнянь потрібно встановити зв'язок між заданими та шуканими величинами і на цій підставі записати відповідне рівняння. Тоді пошук відповіді на запитання задачі зведеться до розв'язування цього рівняння.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача 1. Винахідник Інвентор винайшов всюдихід, який може занурюватися під воду, як підводний човен. Спочатку всюдихід занурювався на одну глибину, але після вдосконалення почав занурюватися на 45 м глибше. Сумарна глибина обох занурень — до і після вдосконалення — дорівнює 125 м. На скільки метрів занурювався всюдихід до вдосконалення?

Розв'язання. Нехай спочатку всюдихід занурювався на x метрів. Оскільки після вдосконалення глибина занурення збільшилася на 45 м, то вона стала $(x + 45)$ м. За умовою задачі, сумарна глибина обох занурень — до і після вдосконалення — дорівнює 125 м. Звідси отримуємо рівняння:

$$x + x + 45 = 125.$$

Послідовно розв'язуємо його:

$$2x + 45 = 125;$$

$$2x = 125 - 45;$$

$$2x = 80;$$

$$x = 80 : 2;$$

$$x = 40.$$

Отже, спочатку всюдихід занурювався під воду на 40 метрів.

Відповідь. На 40 м.

Задача 2. Український військовий катер за другу годину подолав удвічі більшу відстань, ніж за першу, бо на морі зменшилися поверхневі хвилі. За третю годину він подолав на 18 км менше, ніж за другу. Яку відстань подолав катер за першу годину, якщо за три години разом він пройшов 252 км?



Розв'язання. Позначимо відстань у кілометрах, пройдену катером за першу годину, через x . Тоді за другу годину він пройшов $2x$ км, а за третю — $(2x - 18)$ км.

Оскільки разом за три години він пройшов 252 км, то звідси маємо рівняння:

$$x + 2x + 2x - 18 = 252.$$

Розв'язуємо його:

$$5x - 18 = 252;$$

$$5x = 252 + 18;$$

$$5x = 270;$$

$$x = 270 : 5;$$

$$x = 54.$$

Отже, за першу годину катер подолав 54 км.

Відповідь. 54 км.

ЗАВДАННЯ

789. (Усно). Обчисліть значення виразу:

1) $5a - 18$, якщо $a = 9$;

3) $8x : 4$, якщо $x = 16$;

2) $24 + 4y$, якщо $y = 40$;

4) $4(c + 56)$, якщо $c = 56$.

790. (Усно). Зошит коштує x грн, книга — утричі дорожча, а конструктор Лего — у 8 разів дорожчий за книгу. Скільки гривень коштують зошит, книга та конструктор Лего разом?

791. (Усно). Розв'яжіть рівняння:

1) $x : 12 = 7$;

3) $6a - 5 = 31$;

2) $2y : 5 = 40$;

4) $35 + 9x = 62$.

792. (Усно). Першого дня мандрівник подолав a км, другого дня — утричі більше, а третього — на 26 км більше, ніж першого дня. Яку відстань подолав мандрівник за три дні?

793. За другу годину пасажирський літак пролетів на 238 км більше, ніж за першу годину. Яку відстань подолав літак за першу годину, якщо за дві години разом він подолав 2136 км?

794. За другу годину черепаха проповзла вдвічі більшу відстань, ніж за першу годину. Яку відстань проповзла черепаха за першу годину, якщо за дві години разом вона пододала 3156 дм?



795. На цирковій виставі клоун Фанімен задумав число. Якщо до цього числа додати 577 і від отриманої суми відняти 872, то в результаті буде 128. Яке число задумав клоун?

796. Винахідник Геніус винайшов всюдихід, який може перестрибувати через автомобілі в автомобільних заторах. Спочатку всюдихід стрибав на невелику відстань, однак після вдосконалення він почав стрибати на 16 м далі. Сумарна довжина обох стрибків — до і після вдосконалення всюдихода — дорівнює 38 м. На скільки метрів стрибав всюдихід до вдосконалення?

797. Дядечко Товстун другого дня з'їв снікерсів утричі більше, ніж першого дня, а третього дня — на 6 снікерсів менше, ніж першого дня, бо його вже трохи нудило. Скільки снікерсів з'їв дядечко Товстун третього дня, якщо за три дні разом він подужав 69 снікерсів?

798. У лісовій лабораторії вимірювали довжину пітона. Міряли папугами й левенятами. Вийшло, що довжина пітона дорівнює 14 папугам і 3 левенятам. Довжина папуги — 24 см, а левеня так швидко дременуло, що його довжину не встигли виміряти. Яка довжина левеняти, якщо після підрахунків з'ясували, що довжина пітона дорівнює 5 м 4 см?

799. Яхта капітана Врунгеля за другий день подолала вдвічі більшу відстань, ніж за перший день, бо посприяв сильний попутний вітер. Третього дня яхта пройшла на 32 км менше, ніж другого дня. Яку відстань подолала яхта першого дня, якщо за три дні разом вона пройшла 248 км?



800. Онук запитав дідуся, скільки йому років. Дідусь відповів, що сума його років та числа 24, зменшена у 9 разів, дорівнює рокам онука. Скільки років дідусеві, якщо онукові 10 років?

801. Перш ніж будувати собі житло, бобрі споруджують на річках греблі. Для цього вони перегризають стовбури дерев і волочать їх у загату. Другого дня бобрі уклали в загату на 6 дерев більше, ніж першого дня, а третього

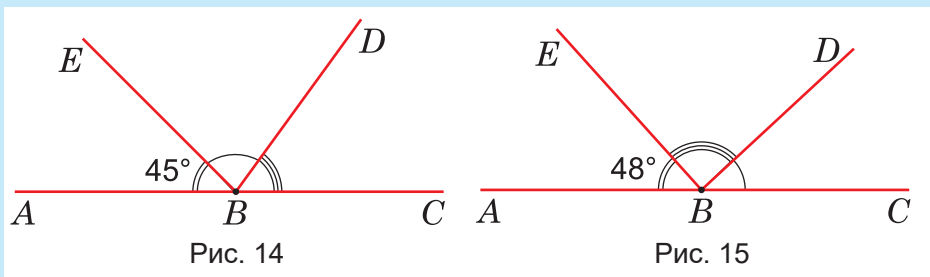


дня — утричі більше, ніж другого дня, бо над водою дерева укладати легше, ніж під водою. До того ж, третього дня бобри уклали в загату на 28 дерев більше, ніж першого і другого дня разом. Скільки дерев уклали бобри в загату за три дні?

802. У минулому слов'яни орали землю ралом із залізним накопичником. За день таким ралом виорювали порівняно невелику ділянку землі. Із винайденням залізного плуга за день можна було виорати в 4 рази більшу ділянку, ніж ралом, проте це все одно втричі менше, ніж навіть невеликим трактором. Різниця між площею, виораною за день трактором, та сумарною площею, виораною за день ралом і плугом, становить 7 га.

1. Яку площу землі можна було виорати за день залізним плугом?
2. Побудуйте стовпчасту діаграму, відобразивши залежність площі виораної землі від засобів оранки.

803. Із вершини розгорнутого кута ABC (рис. 14) провели промені BD і BE так, що кут ABE дорівнює 45° , а величина кута DBE на 27° більша за величину кута CBD . Знайдіть величину кута CBD .




804. Із вершини розгорнутого кута ABC (рис. 15) провели промені BD і BE так, що кут ABE дорівнює 48° , а величина кута DBE удвічі більша за величину кута CBD . Знайдіть величину кута DBE .

805. Перша сторона трикутника дорівнює 18 см, друга — на 5 см коротша від першої, а третя — вдвічі довша за другу. Визначте довжини сторін трикутника та його периметр.

806. Друга сторона трикутника вдвічі довша за першу сторону, а третя — на 7 см коротша за другу. Обчисліть довжини сторін трикутника, якщо його периметр дорівнює 63 см.

807. Бабуся Одарка розробила бізнес-проект щодо випічки пирогів на продаж. Другого дня вона спекла пирогів утричі більше, ніж першого дня, третього дня — в 4 рази більше, ніж першого, бо вже вдосконалила робочий процес, а четвертого дня — на 25 пирогів більше, ніж першого дня. Усього за чотири дні бабуся спекла 475 пирогів.

1. Скільки пирогів пекла бабуся кожного з чотирьох днів?
2. Побудуйте стовпчасту діаграму, відобразивши кількість пирогів, спечених кожного дня.
3. Скільки гривень уторгує бабуся Одарка, якщо продасть усі пироги по 8 грн за кожен?

 **808.** На будівництві тунелю працювали роботи-землекопи. Другого дня вони прорили вдвічі більше погонних метрів тунелю, ніж першого дня, третього дня — втричі більше, ніж першого, бо порода була набагато м'якшою, а четвертого дня — на 12 метрів менше, ніж першого, бо довелося довбати кам'янисту жилу. Всього за чотири дні роботи-землекопи прорили 149 м тунелю.

1. Скільки метрів тунелю роботи-землекопи проривали кожного дня?
2. Побудуйте стовпчасту діаграму, відобразивши кількість метрів тунелю, проритих кожного дня.

809. У конструкторі Лего є деталі з одним, двома і трьома виступами. Загальна кількість усіх деталей — 1200. Відомо, що деталей із двома виступами вдвічі більше, ніж деталей з одним виступом, а деталей із трьома виступами на 36 менше від сумарної кількості деталей з одним та двома виступами. Скільки деталей кожного виду в конструкторі Лего?



Готуємося до математичних турнірів





§ 6. Урок-практикум «Будинки на воді і під водою»

Задача 1. У місті Дубай, що в Об'єднаних Арабських Еміратах, будують найбільше у світі будинків на воді. Кожен такий будинок має площу a м², а його зведення обходиться в 1 800 000 доларів. Тим часом квартира у хмарочосі має площу $3a$ м² і коштує на b доларів дешевше від будинку на воді. Знайдіть площі будинку на воді та квартири у хмарочосі, якщо їхня сумарна площа становить 640 м². Скільки доларів коштує квартира у хмарочосі?



Панорама міста Дубай

Задача 2. Спочатку було споруджено n будинків за кількості замовлень m . Минулого року кількість зведених будинків становила $n + 220$, а кількість замовлень збільшилася у 20 разів. Скільки окремо замовлень було на початку будівництва і минулого року, якщо їхня загальна кількість досягла 4032? Скільки будинків було споруджено спочатку і скільки минулого року, якщо їхня загальна кількість становить 258?

Задача 3. Для безпечного проживання будинки тестують. Кожен із перших n будинків (див. попередню задачу) тестували 120 разів, а кожен з решти 258 будинків — на a разів менше. Якою була кількість тестувань усіх перших n будинків? Яка загальна кількість тестувань решти 258 будинків, якщо $a = 36$?



Будинок на воді і під водою

Задача 4. Будівництво будинків на воді має певні обмеження, тому такі будинки-човни називають «Морськими кониками». Будинки-човни можуть навіть за бажаннями власників чи власниць змінювати своє положення. Із кожним третім будинком уже це робили. Скільки будинків-човнів не змінювали свого положення?

Задача 5. Господар або господиня будинку-човна має поблизу певну ділянку коралового рифу, яку мусить доглядати. Більшість з-поміж усіх 258 господарів і господинь наймають інших людей, а решта, кількість яких дорівнює 4 с, роблять це самотужки. Відомо, що тих, які наймають інших людей, на 214 більше, ніж тих, що працюють самотужки. Знайдіть значення s та кількість господарів і господинь, які доглядають за кораловими рифами самотужки.



Світ коралових рифів

Задача 6. У будинку-човні є підводне вікно, з якого можна спостерігати за морськими мешканцями. Один із власників такого будинку — відомий у світі професійний фотограф. Він уже має 96 світлин морських мешканців. На даху будинку розміщена годівниця для птахів, яких фотограф теж знімав, але цих фото зробив у 4 рази менше. За одне фото птахів фотограф отримує 105 доларів, а за одне фото морських мешканців — 145 доларів. Складіть числовий вираз, за яким можна визначити дохід фотографа після реалізації всіх фотографій. Знайдіть значення цього виразу.

Задача 7. Для вільного пересування мешканці будинків-човнів мають 132 яхти, гвинтокрилів — у 6 разів менше, ніж яхт, а моторних човнів — удвічі більше, ніж гвинтокрилів. У скільки разів кількість яхт перевищує кількість моторних човнів?

Задача 8. Поміж будинками курсують три підводні човни, які виконують роль таксі. Перший підводний човен за рік перевіз 23 470 осіб, а другий — утричі більше. Разом усі три підводні човни перевезли 137 850 людей. Скільки людей перевіз третій човен?



Підводний човен

Задача 9. Ділянка моря, на якій розміщені будинки-човни, має форму прямокутника (рис. 16). У центрі цього прямокутника в окремому будинку розташована поліцейська дільниця. Поліцейські на швидкісних катерах патрулюють усю територію міста. Визначте найкоротші відстані від поліцейського будинку до сторін прямокутної ділянки, а також до найвіддаленіших будинків, розташованих у вершинах прямокутника. Візьміть до уваги, що одна клітинка на рисунку відповідає 5 км на морі.

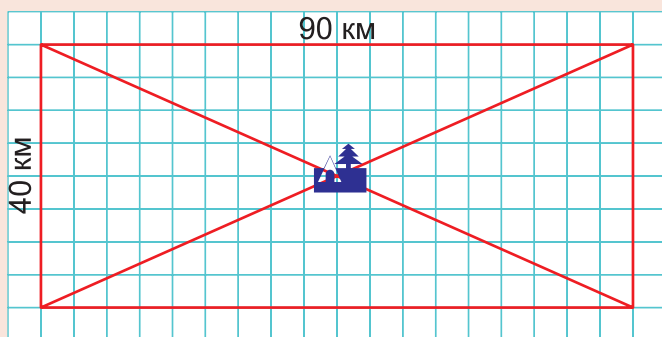


Рис. 16

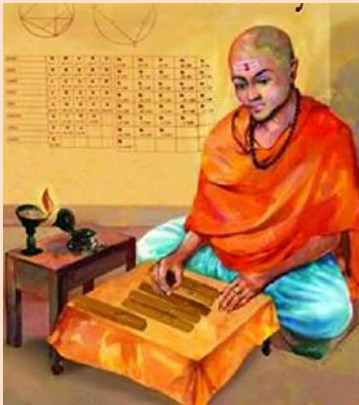
Задача 10. Знайдіть на карті країну Об'єднані Арабські Емірати та місто Дубай. Літак із Києва до Дубая летить 5 годин зі швидкістю 1040 км/год.

1. Яка відстань від Києва до Дубая?
2. У якій затоці побудовані будинки-човни?

З ІСТОРІЇ БУКВЕНИХ ПОЗНАЧЕНЬ У МАТЕМАТИЦІ

Позначення невідомих чисел певними словами, скороченнями слів, а то й окремими буквами використовували з давніх часів. Першими особливий знак для невідомого, мабуть, застосували єгипетські жерці приблизно 4000 років тому. Вони називали невідоме словом «купа» і використовували його для запису й розв'язування навчальних задач на знаходження чисел. Зокрема, в математичному папірусі, про який згадувалося на початку цього підручника, є така задача: «Купа та її сьома частина разом складають 16. Знайти купу». Якщо «купу» позначити через x , то цю задачу, очевидно, можна розв'язати за допомогою рівняння $x + x : 7 = 16$. Відповідь: «купа» дорівнює 14.

Індійський математик 7-го століття **Брахмагупта** невідому величину позначав скороченням «йа» слова «йаваттават», що означало «стільки».



Брахмагупта



Діофант

Ще раніше свою систему скорочень для запису рівнянь розробив і застосовував давньогрецький математик 3-го століття **Діофант**. Однак по-справжньому революційну ідею для використання буквені символики в математиці запропонував лише в 16-му столітті французький математик **Франсуа Вієт** (1540–1603). Ідея Вієта полягала не тільки в тому, щоби ввести короткі буквені позначення для відомих і невідомих величин (він позначав їх великими латинськими літерами), а й виконувати із цими позначеннями ті самі дії, що й зі звичайними числами. Такого до Вієта не пропонував ніхто.

Віет народився у невеликому французькому містечку Фонтене-ле-Конт. За професією був адвокатом, перебував на королівській службі, але справжнім його покликанням стала математика. Цій науці він присвячував увесь свій вільний час. Занурившись в яку-небудь математичну проблему, міг роздумувати над нею тижнями й місяцями, нерідко забуваючи про їжу та сон.

Основи своєї символіки Віет оприлюднив у 1591 р. в невеликій книжечці «Вступ до аналітичного мистецтва», яку мав намір згодом ґрунтовно розширити. Однак завершити цю працю він не встиг. Великі її фрагменти були опубліковані вже після смерті вченого.

Ідею Віета щодо запровадження в математиці буквеної символіки підхопив і розвинув його співвітчизник **Рене Декарт** (1596–1650). Декарт був різнобічним ученим, але головним своїм завданням вважав створення узагальненого методу для здобування наукових знань, який замінив би віджиле середньовічне посилення на авторитети. Цим він накликав гнів впливових осіб із католицького середовища і змушений був другу половину свого життя провести за кордоном — найдовше у Нідерландах.

Математичних праць Декарт створив небагато, але вони мали не менший вплив на науку, ніж буквена символіка Віета. До того ж, символіку Віета він настільки удосконалив, що в запропонованому ним вигляді вона дійшла до нашого часу. Зокрема, саме Декарт започаткував традицію відомі величини позначати першими малими літерами латинського алфавіту (a, b, c, d, \dots), а невідомі — останніми (t, u, v, x, y, z). Він же ввів і дуже зручне позначення a^2 для квадрата числа a , тобто для добутку $a \cdot a$.



Франсуа Віет



Рене Декарт



Контрольна робота №6

Буквені вирази та рівняння

1. Знайдіть значення виразу $a - 289$, якщо $a = 543$.

А	Б	В	Г
832	254	253	252

2. Укажіть формулу, за якою можна обчислити периметр квадрата.

А	Б	В	Г
$P = 3a + 2a$	$P = a + a$	$P = 3a + a$	$P = 4a^2$

3. Якщо $y = 38$, то $3y - 24 = \dots$

А	Б	В	Г
114	100	17	90

4. Укажіть рівняння, коренем якого є число 8.

А	Б	В	Г
$2x - 8 = 16$	$2x + 8 = 16$	$2x + 16 = 32$	$2x - 16 = 32$

5. Спростіть вираз: $3x - x + 5x + 39 - 19$.

А	Б	В	Г
$8x + 20$	$6x + 39 - 19$	$7x + 20$	$7x - 20$

6. Зошит коштує b грн, ручка втричі дорожча за зошит, а книга вдвічі дорожча за ручку. Скільки разом коштують зошит, ручка і книга, якщо $b = 12$ грн?

А	Б	В	Г
48 грн	72 грн	60 грн	120 грн

7. Установіть відповідність між рівнянням (1 – 3) та його коренем (А – Д).

1. $3x + 21 = 57$

2. $4(x - 12) = 64$

3. $(2x - 18) : 6 = 10$

А 4

Б 39

В 28

Г 12

Д 21

А Б В Г Д

1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. Спростіть вираз $(9c + c - 2c - 62) : 9$ та знайдіть його значення, якщо $c = 10$.
9. Розв'яжіть рівняння $5292 : (17x - 9x + 4x - 30) = 42$.
10. На цирковій виставі клоун Рахівник задумав число. Якщо до цього числа додати 653 і від отриманої суми відняти 987, то буде 156. Яке число задумав Рахівник?
11. У міжнародній регаті яхта «Вінер» за другий день подолати вдвічі більшу відстань, ніж за перший, бо подув сильний попутний вітер. Третього дня яхта пройшла на 43 км менше, ніж другого дня. Яку відстань подолати яхта першого дня, якщо всього за три дні вона пройшла 437 км?
12. Діаграма, подана на *рис. 17*, відображає кількісне виробництво айфонів на підприємстві (вертикальна вісь) за чотири тижні. Першого тижня на підприємстві було недопостачання комплектуючих. Після вирішення технічних питань виробництво айфонів значно зросло. Усього за чотири тижні на підприємстві виготовили 1385 айфонів. Яку найбільшу кількість айфонів було виготовлено за робочий тиждень?

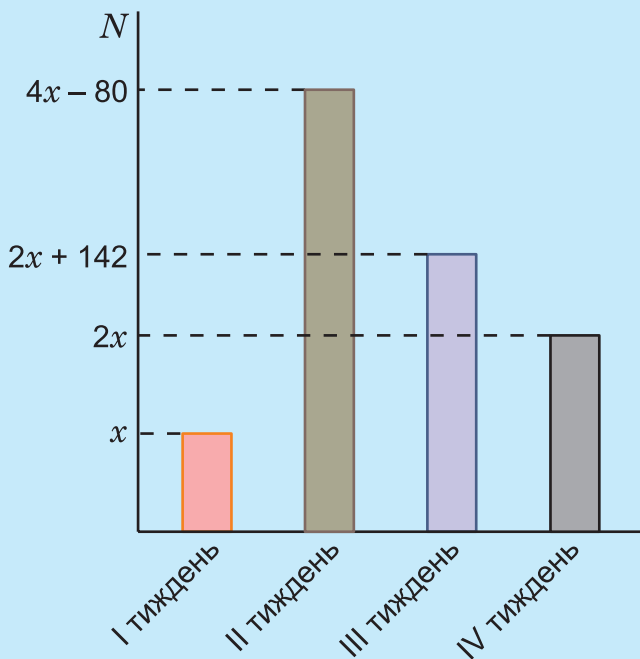


Рис. 17



«Математика» — картина італійського художника 16-го століття Джованні Баттісти Раменгі (1521–1601)

Учениця під керівництвом наставниці виконує обчислення на писальній дошці. Вгорі на дошці зображено квадрат, поділений на два менші квадрати і на два прямокутники.

Двоє учених-чоловіків заглибилися в читання підручників з математики.

РОЗДІЛ 7.

НАЙПРОСТІШІ БАГАТОКУТНІ ТА БАГАТОГРАННІ ФІГУРИ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Безсумнівно, ви не раз чули про трикутники й чотирикутники і знаєте, що ці фігури можуть бути дуже різними. Але як точніше охарактеризувати їхню форму, якщо це буде потрібно для якогось практичного завдання або проекту? Те саме запитання може виникнути й стосовно просторових фігур — пірамід і паралелепіпедів. У цьому розділі ви знайдете відповіді на ці запитання. Ви довідаєтесь також, як можна виготовляти моделі пірамід і паралелепіпедів за їхніми розгортками і якими можуть бути ці розгортки. А в кінці розділу йтиметься про вкрай важливі для практики формули для обчислення об'єму куба і паралелепіпеда. Подача матеріалу супроводжується зображенням низки архітектурних споруд, що мають форми пірамід і паралелепіпедів.

§ 1. ФІГУРИ. РІВНІСТЬ ФІГУР

Повторюємо теорію

Окрім чисел, якими позначається *кількість* предметів, у математиці вивчають ще **фігури**, якими визначається *форма* і *розміри* предметів. Отже, про фігуру говорять тоді, коли цікавляться лише формою і розміром предмета, не беручи до уваги ні матеріалу, з якого він створений, ні його маси, ні твердості, ні кольору, ні будь-якої іншої такої якості. Наприклад, коли у математиці ведуть мову про таку добре відому вам фігуру, як куб (рис. 1), то не цікавляться тим, з чого він виготовлений — із картону чи з дерева, з пластиліну чи з воску, зі скла тощо. Не важливо для математики й те, як він пофарбований, чи взагалі прозорий, нагрітий він, чи охолоджений тощо. Для математики важливо, що він обмежений шістьма квадратними гранями.

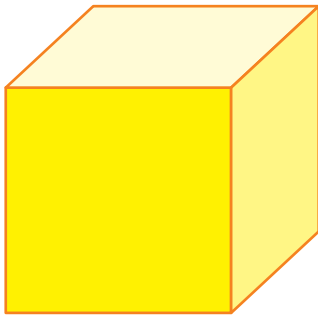


Рис. 1

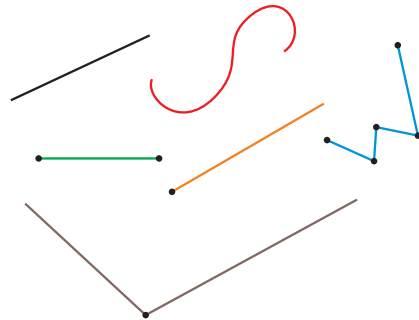


Рис. 2

Найпростішими фігурами є відомі вже вам прямі, криві і ламані лінії, відрізки, промені й кути (рис. 2).

Усі фігури складаються з точок. На рис. 3 зображено фігуру F , яка складається з точок A, B, C, M, T, \dots . Точка теж є фігурою. Вона вирізняється з-поміж інших фігур тим, що не містить інших точок, тобто *не має частин*.

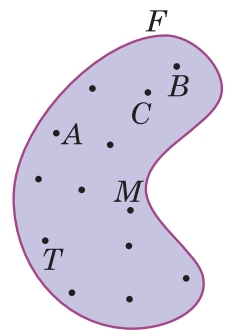


Рис. 3

Важливою фігурою є **площина** (рис. 4). Уявлення про площину дає сторінка в книжці, поверхня стола, підлоги, спортивного майданчика, футбольного поля, ставка, рівного поля тощо. Вважається, що площину можна поширити в усі боки безмежно.

Тому будь-яка пряма може розміститися на площині всіма своїми точками. На рис. 5 зображено три прямі a, b, c , які лежать в одній площині.



Рис. 4

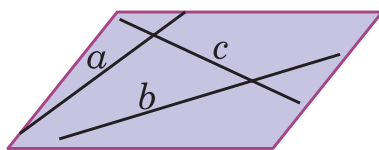


Рис. 5

Розрізняють *плоскі* і *просторові* фігури. Плоскими називають ті фігури, які можна розмістити в одній площині. Фігури, які неможливо розмістити в одній площині, називаються просторовими. Усі фігури, зображені на *рис. 2*, є плоскими. Куб, зображений на *рис. 1*, є просторовою фігурою. Іншими добре відомими вам плоскими фігурами є прямокутник, квадрат, круг і сектор, а просторовими — куля і паралелепіпед.

На *рис. 6* зображено два прямокутники. Якщо один з них вирізати ножицями, то його можна буде накласти на інший так, щоб вони сумістилися.



Дві фігури, які можна накласти одна на одну так, щоб вони сумістилися, називають рівними.

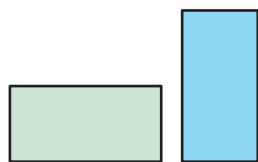


Рис. 6

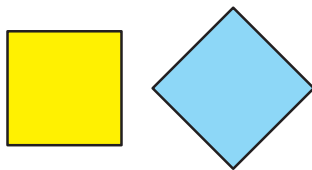


Рис. 7

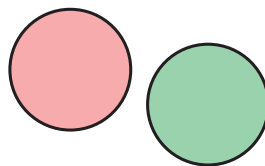


Рис. 8

Зокрема, два прямокутники, що мають однакову довжину і ширину, рівні. Рівними також є квадрати зі сторонами однакової довжини (*рис. 7*) та круги з рівними радіусами (*рис. 8*).

Накладання фігур широко використовуються при пошитті одягу. Спочатку кравець виготовляє з тонкого картону викрійки (лекала), а тоді вже по них вирізає з матерії фрагменти одяжі для пошиття (*рис. 9*). Ці фрагменти рівні з викрійками. Колись в аналогічний спосіб виготовляли з деревини фрагменти каркасу й обшивки морських суден.



Рис. 9



Перевірте себе

1. Що мають на увазі, коли говорять про фігури? Назвіть приклади відомих вам фігур.
2. Із яких найменших частин складаються всі фігури?
3. Які реальні предмети дають уявлення про площину?
4. У чому полягає різниця між плоскими і просторовими фігурами? Назвіть приклади плоских і просторових фігур.
5. Які фігури називаються рівними? За яких умов рівними є: два квадрати; два прямокутники; два круги?

ЗАВДАННЯ

- 810.** Накресліть в зошиті: 1) два рівні відрізки; 2) два рівні прямокутники; 3) два рівні квадрати; 4) два рівні круги.
- 811.** (Усно). Які з прапорців, зображених на *рис. 10*, є рівними фігурами?

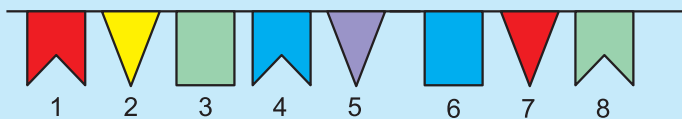


Рис. 10

- 812.** (Усно). Які з фігур, що зображені на *рис. 11*, є рівними?

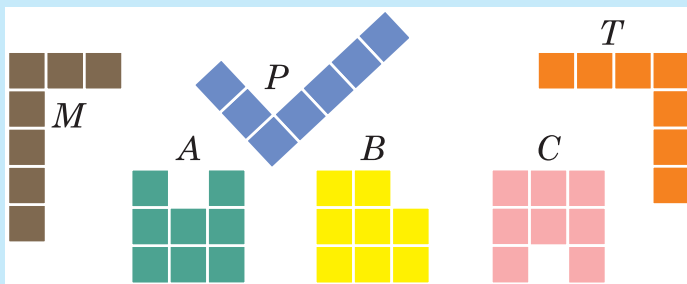


Рис. 11

- 813.** Порівняйте «на око» величини внутрішніх кругів на *рис. 12*, а тоді перевірте свій висновок за допомогою вимірювання.

- 814.** (Усно). За однією й тією ж викрійкою вирізали рукав із шовку та із сукна. Чи рівні ці заготовки?

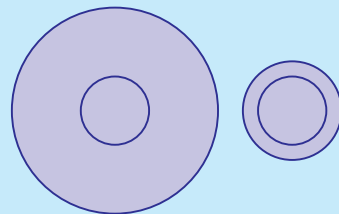


Рис. 12



815. Накресліть у своєму зошиті фігури, рівні фігурам, що зображені на *рис. 13*.

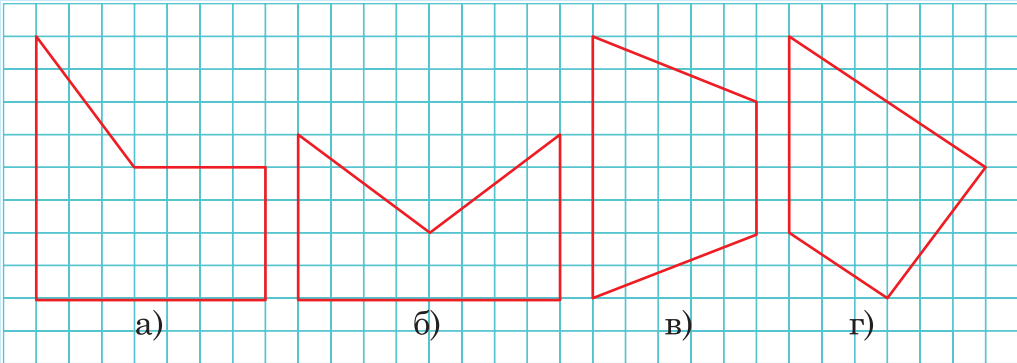


Рис. 13

816. Обґрунтуйте, що два відрізки, які мають рівні довжини, є рівними фігурами, тобто що один з них можна накласти на інший. Чи можна стверджувати те саме стосовно кутів, які мають однакові градусні міри?

817. Як ви гадаєте, чи є рівними фігурами: 1) дві прямі; 2) два промені; 3) пряма і промінь?



818. Накресліть кут, рівний куту MKP (*рис. 14*).

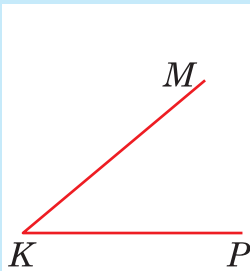


Рис. 14

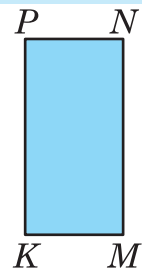
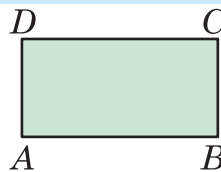


Рис. 15

819. Виконайте потрібні вимірювання і з'ясуйте, чи рівні прямокутники, зображені на *рис. 15*.

820. Виконайте потрібні вимірювання і з'ясуйте, чи рівні трикутники, зображені на *рис. 16*.

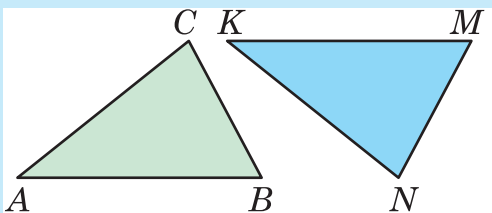


Рис. 16

821. Накресліть два рівні прямокутники.



822. Накресліть два рівні чотирикутники.

823. Накресліть кут з градусною мірою 80° . Поділіть його на два рівні кути.



824. Накресліть кут з градусною мірою 150° . Поділіть його на три рівні кути.

825. Накресліть квадрат. Поділіть його на чотири рівні трикутники.

826. Накресліть прямокутник, який можна поділити прямою на два рівні квадрати.

827. Накресліть квадрат зі стороною 6 см. Чи зможете ви поділити його двома прямими на 4 рівні квадрати? На яку ще кількість рівних квадратів його можна поділити прямими лініями?

828. Чи можуть два квадрати з різною довжиною сторін бути рівними? Відповідь обґрунтуйте.

829. Дано два рівні квадрати. Як розрізати кожен з них на дві рівні частини, щоб з одержаних частин можна було скласти новий квадрат?

830. Обґрунтуйте, що рівні прямокутники мають рівні площі. А чи обов'язково прямокутники з рівними площами є рівними фігурами? Для підтвердження відповіді наведіть приклади.

831*. Із куска дроту завдовжки 56 см потрібно виготовити два рівні квадрати. Які найдовші сторони можуть мати ці квадрати?



832. Практичне завдання. Чи рівними фігурами є жовта і блакитна смуги українського прапора? З'ясуйте, прапори яких країн містять: 1) по дві; 2) по три; 3) більше як по три рівні прямокутні смуги. Прапори яких країн містять: а) рівні квадрати; б) інші рівні фігури?

§ 2. БАГАТОКУТНИКИ. ТРИКУТНИКИ І ЧОТИРИКУТНИКИ

Вивчаємо теорію

Ви вже знаєте, що *ламана* — це лінія, що складається з відрізків, які послідовно сполучають декілька точок. Самі відрізки називають *ланками* ламаної, а їхні кінці — *вершинами* ламаної. На *рис. 17* зображено плоску ламану $ABCDEF$ з вершинами A, B, C, D, E, F .

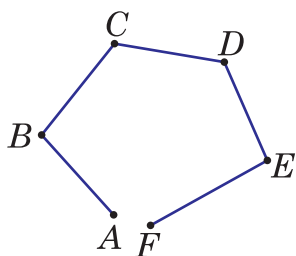


Рис. 17

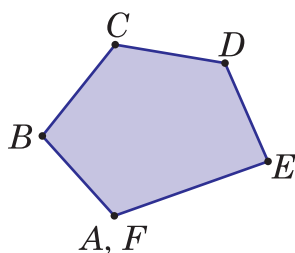


Рис. 18

Може трапитись, що кінець плоскої ламаної збігається з її початком (*рис. 18*). У такому разі ламану називають *багатокутником*, її ланки — *сторонами* багатокутника, а вершини — *вершинами* багатокутника. Багатокутником називають і частину площини, обмежену такою замкненою ламаною.

Багатокутник має стільки ж вершин, скільки й сторін. Зокрема, багатокутник, зображений на *рис. 18*, має п'ять сторін і п'ять вершин.

Назва «багатокутник» вказує на те, що ця фігура має кути. Кути багатокутника утворюються сторонами, які сходяться у вершинах. Багатокутник має стільки ж кутів, скільки й вершин.

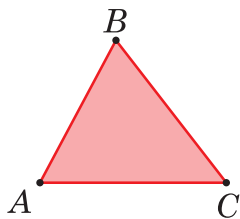


Рис. 19

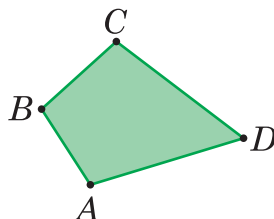


Рис. 20

Якщо багатокутник має три вершини і, відповідно, три кути, як ABC на *рис. 19*, то він називається *трикутником*. Якщо в багатокутнику є чотири вершини і, відповідно, чотири кути (як в $ABCD$ на *рис. 20*) або п'ять вершин і п'ять кутів (як в $ABCDE$ на *рис. 18*),

то він називається *чотирикутником* або *п'ятикутником*. Узагалі, якщо в багатокутнику є n вершин і, відповідно, n кутів, то він називається *n-кутником*.

Окремими видами чотирикутників є добре відомі вам прямокутники та квадрати.

Сума довжин усіх сторін багатокутника називається його *периметром*. Наприклад, якщо сторони трикутника мають довжини 3 см, 4 см

і 6 см, то його периметр дорівнює $3 \text{ см} + 4 \text{ см} + 6 \text{ см} = 13 \text{ см}$. Якщо всі сторони основи шестикутної альтанки, зображеної на *рис. 21*, дорівнюють по 2 м, то її периметр дорівнює $2 \text{ м} \cdot 6 = 12 \text{ м}$.

Ви вже знаєте, що периметр позначається літерою P і для прямокутника з довжиною a і шириною b периметр $P = 2(a + b)$.

Якщо сторона квадрата дорівнює a , то його периметр $P = 4a$.



Рис. 21



Перевірте себе

1. Що таке ламана, її ланки, вершини?
2. Що таке багатокутник, його сторони, вершини?
3. Яка фігура називається трикутником, чотирикутником, n -кутником?
4. Що називають периметром багатокутника? За якими формулами обчислюються периметри прямокутника і квадрата?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. Периметр прямокутної ділянки з довжиною 8 м і шириною 4 м дорівнює периметру квадратної ділянки. Чи однакові площі цих ділянок?

Розв'язання. Периметр прямокутної ділянки дорівнює $2 \cdot (8 + 4)$, тобто 24 м, а її площа — $8 \cdot 4$, тобто 32 м^2 .

Оскільки периметр квадратної ділянки теж дорівнює 24 м, а всі її сторони — рівні між собою, то сторона цієї ділянки дорівнює $24 : 4$, тобто 6 м. Отже, її площа дорівнює $6 \cdot 6$, тобто 36 м^2 .

Виходить, що площа квадратної ділянки більша за площу прямокутної на $36 - 32 = 4 \text{ (м}^2\text{)}$.

Відповідь. Площа квадратної ділянки більша на 4 м^2 .

ЗАВДАННЯ

833. (Усно). Чи є багатокутниками фігури, зображені на *рис. 22*, а), б), в)?

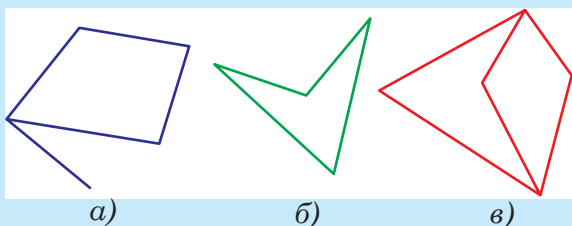



Рис. 22

834. (Усно). Скільки трикутників зображено на *рис. 23*? Назвіть їх.

835. Виміряйте довжини всіх сторін чотирикутника $ABCD$, зображеного на *рис. 20*, і знайдіть його периметр.

 **836.** (Усно). Виміряйте довжини всіх сторін п'ятикутника $ABCDE$, зображеного на *рис. 18*, та знайдіть його периметр.

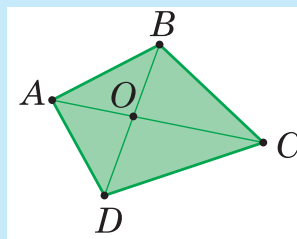



Рис. 23

837. Як перетнути прямою чотирикутник $ABCD$, зображений на *рис. 20*, щоб утворилося: а) два трикутники; б) два чотирикутники; в) трикутник і чотирикутник; г) трикутник і п'ятикутник? Нарисуйте в зошиті від руки відповідні рисунки.

838. Одна сторона трикутника дорівнює 4 см, а дві інші дорівнюють по 7 см. Визначте периметр цього трикутника.

839. Периметр трикутника з усіма рівними сторонами дорівнює 78 см. Визначте довжину його сторони.

840. Накресліть в зошиті прямий кут, відкладіть на його сторонах від вершини відрізки завдовжки 3 см і 4 см та сполучіть їхні кінці. Виміряйте периметр утвореного трикутника.

 **841.** Накресліть в зошиті кут 60° , відкладіть на його сторонах від вершини відрізки завдовжки по 5 см та сполучіть їхні кінці. Виміряйте периметр утвореного трикутника.

842. Накресліть в зошиті довільний шестикутник і поміркуйте, на які фігури його можна розбити прямою лінією.

843. Шестикутник з усіма рівними сторонами має такий самий периметр, що й чотирикутник, кожна сторона якого дорівнює по 6 см. Визначте сторону шестикутника.

844. Периметр трикутника ABC дорівнює 45 см. Визначте довжину його сторони BC , якщо $AB = 17$ см, $AC = 10$ см.

845. Одна сторона трикутника дорівнює 14 см, інша на 5 см менша від неї, а третя — на 6 см довша. Визначте периметр трикутника.

846. Накресліть трикутник ABC , у якого $AB = 3$ см, $BC = 5$ см. Виміряйте його сторону AC і знайдіть периметр. Чи можна накреслити трикутник із тими самими довжинами сторін AB і BC , але з іншим периметром?

847. Кожна сторона чотирикутника дорівнює 11 см, а кожна сторона шестикутника — 7 см. Периметр якої фігури більший?

848. Ринг для проведення боксерських поєдинків — це майданчик, що має форму квадрата зі стороною 6 м. Він огорожений трьома канатами на висоті 40 см, 80 см і 120 см від помосту (рис. 24). Яка загальна довжина канатів?



Рис. 24

849. Земельну ділянку чотирикутної форми потрібно обгородити огорожею для проведення землевпорядних робіт. Огорожа має складатися із чотирьох рядів дроту. Скільки потрібно метрів дроту, якщо сторони ділянки мають довжини 34 м, 36 м, 40 м і 45 м?

850. Одна сторона ділянки прямокутної форми дорівнює 31 м, а інша — на 12 м коротша. Скільки потрібно метрів сітки, щоб обгородити цю ділянку?

851. Одна сторона земельної ділянки прямокутної форми дорівнює 46 м, і вона на 19 м коротша від іншої. Скільки метрів декоративного плоту потрібно для обгородження цієї ділянки, якщо його укладають у три ряди?

852. Із чотирьох однакових планок свого конструктора Андрійко зробив квадрат. Але гвинтики гаразд не закрутив, і квадрат перекосився (рис. 25). Що спільного в цих двох чотирикутників і в чому їхня відмінність?

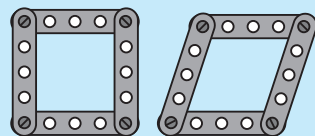


Рис. 25

853. Два трикутники приклали один до одного так, що утворився чотирикутник. Визначте периметр утвореного чотирикутника, якщо сторони одного трикутника дорівнюють 4 см, 5 см і 7 см, а сторони іншого — 7 см, 9 см і 10 см.

854. Знайдіть периметр квадрата, сторона якого дорівнює:
а) 5 см; б) 8 дм; в) 12 м.

855. Знайдіть периметр прямокутника, сторони a і b якого дорівнюють:

1) $a = 3$ см, $b = 5$ см;

3) $a = 7$ м, $b = 85$ дм;

2) $a = 6$ дм, $b = 11$ дм;

4) $a = 9$ см, $b = 3$ дм.

856. Накресліть усі можливі прямокутники, виміри яких є натуральними числами, а площа дорівнює 9 см^2 . Порівняйте периметри цих прямокутників. Периметр якого прямокутника найменший?

857. Накресліть усі можливі прямокутники, виміри яких є натуральними числами, а периметр дорівнює 16 см. Порівняйте площі цих прямокутників. Площа якого прямокутника найбільша?

858*. Практичне завдання. Виріжте із цупкого паперу квадрат зі стороною 4 см і сполучіть його протилежні вершини відрізками (рис. 26). Тоді розріжте квадрат уздовж цих відрізків на чотири трикутники. Прикладаючи ці трикутники один до одного рівними сторонами, можна утворити декілька нових багатокутників, наприклад, такий, як зображено на рис. 27. Скільки усіх нових багатокутників можна утворити у такий спосіб? Зобразіть їх у зошиті.

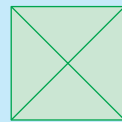


Рис. 26

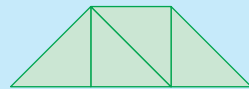


Рис. 27

859. Практичне завдання: мій інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та розв'яжіть чотири задачі на тему «Захоплююча геометрія».



§ 3. РІЗНОВИДИ ТРИКУТНИКІВ І ЧОТИРИКУТНИКІВ

Вивчаємо теорію

Особливо важливу роль у математиці відіграють трикутники. Це пов'язано з тим, що при вивченні складніших багатокутників їх зазвичай розбивають на трикутники.



Якщо у трикутнику дві сторони рівні, то його називають рівнобедреним.

Рівні сторони рівнобедреного трикутника називаються *бічними* сторонами, а третя його сторона називається *основою*. На рис. 28 зображено рівнобедрений трикутник ABC з бічними сторонами AB і AC та основою BC .

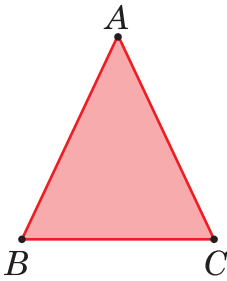


Рис. 28

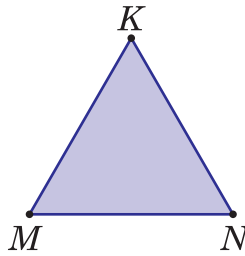


Рис. 29

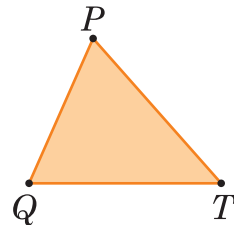


Рис. 30



Якщо у трикутнику всі сторони рівні, то його називають рівностороннім.



Якщо ж у трикутнику немає рівних сторін, то його називають різностороннім.

На рис. 29 зображено рівносторонній трикутник KMN , а на рис. 30 — різносторонній трикутник PQT .

Чи можна побудувати трикутник, який би мав наперед задані довжини сторін? Поміркуємо.

Для кожного трикутника ABC (рис. 31) будь-яка його сторона, наприклад, BC , є відрізком. А тому її довжина менша, ніж довжина ламаної BAC , тобто ніж сума двох інших сторін.

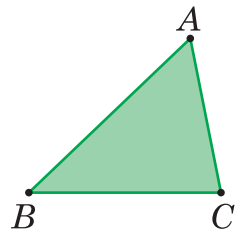


Рис. 31



Отже, кожна сторона трикутника ABC менша від суми двох інших сторін.

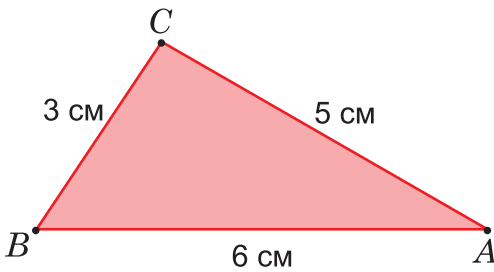


Рис. 32

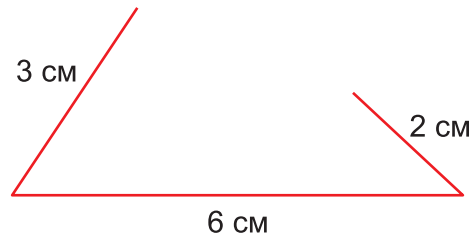


Рис. 33

Тому для існування трикутника із наперед заданими довжинами сторін a , b , c одночасно повинні виконуватись три нерівності

$$a < b + c; \quad b < a + c; \quad c < a + b.$$

Наприклад, легко перевірити, що ці умови виконуються для значень $a = 3$ см, $b = 5$ см і $c = 6$ см. Тому трикутник зі сторонами 3 см, 5 см і 6 см існує (рис. 32). А ось для значень $a = 3$ см, $b = 2$ см і $c = 6$ см ці умови не виконуються, оскільки тепер $c > a + b$. Тому трикутника зі сторонами 3 см, 2 см і 6 см не існує (рис. 33).



У чотирикутнику також кожна сторона, навіть найбільша, менша від суми трьох інших його сторін.

* * *

На відміну від суми сторін трикутника, тобто від його периметра, який може набувати будь-яких значень, **сума кутів трикутника завжди дорівнює 180°** .

У старших класах це твердження буде строго доведено, а поки що ми можемо переконалися в його істинності безпосередніми вимірюваннями. Якщо ретельно виміряти кути будь-якого трикутника й додати їхні величини, то неодмінно дістанемо в сумі 180° . (Лише внаслідок похибок вимірювань може вийти незначне відхилення.)

Наприклад, вимірюючи кути трикутника ABC , зображеного на рис. 5, одержуємо значення: $\angle A = 94^\circ$; $\angle B = 66^\circ$; $\angle C = 30^\circ$ (перевірте!). Тому $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

Оскільки сума кутів будь-якого трикутника дорівнює 180° , то трикутник може мати не більше одного прямого кута і не більше одного тупого кута. Справді, якби прямих кутів було два, то їхня сума $90^\circ + 90^\circ$ уже давала б 180° , і тому на третій кут «не залишилося б» жодного градуса. Тим більше, трикутник не може мати більше одного тупого кута, оскільки величина тупого кута перевищує 90° , а сума двох тупих кутів перевищувала б 180° .



Трикутник, який має прямий кут, називається прямокутним. Трикутник, який має тупий кут, називається тупокутним. Трикутник, у якого всі кути гострі, називається гострокутним.

На рис. 34 зображено прямокутний трикутник ABC (із прямим кутом C), тупокутний трикутник KMN (із тупим кутом M) і гострокутний трикутник PQT (з усіма гострими кутами).

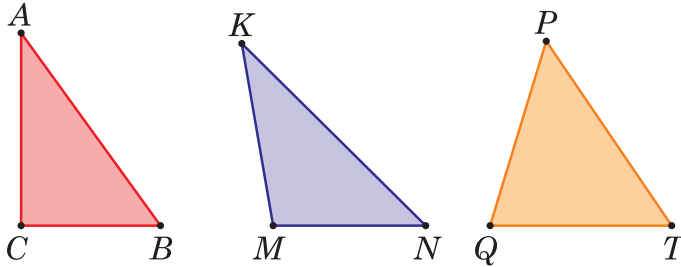


Рис. 34

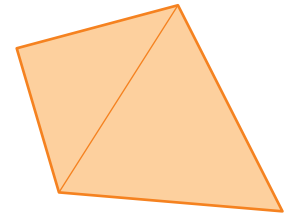


Рис. 35

Будь-який чотирикутник можна розбити на два трикутники, провівши відрізок, що сполучає дві протилежні вершини (рис. 35). При цьому сума кутів чотирикутника дорівнюватиме сумі кутів утворених трикутників, тобто 360° , оскільки $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$. Отже, **сума кутів чотирикутника завжди дорівнює 360°** .

Як ви вже знаєте, чотирикутник, у якого всі кути прямі, тобто дорівнюють по 90° , називається *прямокутником*. При цьому кожна сторона прямокутника дорівнює протилежній стороні. На рис. 36 зображений прямокутник $ABCD$. Кожний його кут прямий, і при цьому $AB = DC$, $AD = BC$.

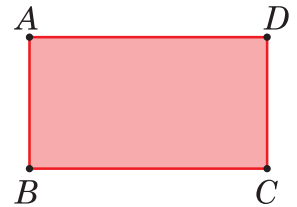


Рис. 36

Прямокутник, у якого всі сторони рівні, називається *квадратом*.

ДІЗНАЙТЕСЬ БІЛЬШЕ

Чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно рівні, але кути не прямі, називається *паралелограмом* (рис. 37). У паралелограмі протилежні кути теж попарно рівні, але при цьому одна пара з них — гострі, а інша пара — тупі.

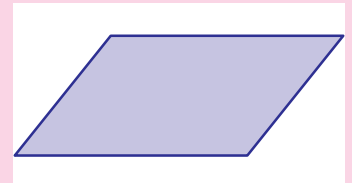


Рис. 37

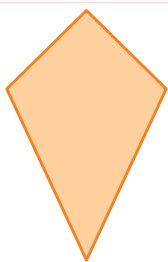


Рис. 38

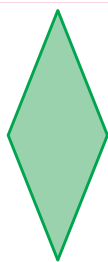


Рис. 39

Чотирикутник, у якого попарно рівними є суміжні сторони, називається *дельтоїдом* (рис. 38). Форму дельтоїда часто надають повітряним зміям і дельтапланам.

Чотирикутник, у якого всі чотири сторони рівні, називається *ромбом* (рис. 39). Квадрат теж можна вважати ромбом — ромбом із прямими кутами. Ромби і квадрати широко використовуються в орнаментальному мистецтві.

Докладніше паралелограми, ромби та інші види чотирикутників і багатокутників вивчатимуться в старших класах.



Перевірте себе

1. Які трикутники називають рівнобедреними? Як називають сторони рівнобедреного трикутника?
2. Які трикутники називають рівносторонніми?
3. При виконанні яких умов можна побудувати трикутник із наперед заданими довжинами сторін a , b , c ?
4. На які види поділяють трикутники, залежно від величини їхніх кутів?
5. Які чотирикутники називають прямокутниками; квадратами?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ





Задача. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 53 м. Знайти бічну сторону трикутника, якщо його основа має довжину 11 м.

Розв'язання. Сума довжин бічних сторін цього трикутника дорівнює $53 - 11 = 42$ (м). А оскільки в рівнобедреного трикутника бічні сторони рівні, то кожна з них дорівнює $42 : 2 = 21$ (м).

Відповідь. 21 м.

ЗАВДАННЯ

- 860.** Накресліть трикутник ABC , у якого сторони AB і BC рівні. Як називається такий трикутник? Назвіть його основу та бічні сторони.
- 861.** (Усно). Знайдіть периметр трикутника, якщо він:
- а) рівносторонній зі стороною 6 см;
 - б) рівнобедрений зі сторонами 4 см і 6 см.

- 862.** (Усно). Периметр рівностороннього трикутника дорівнює 18 см. Знайдіть його сторону. У скільки разів сторона цього трикутника менша від його периметра?
- 863.** Довжини двох сторін трикутника дорівнюють 3 см і 4 см, а периметр дорівнює 10 см. Яким є цей трикутник — рівнобедреним, рівностороннім чи різностороннім?
- 864.** Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 58 см. Знайдіть бічну сторону трикутника, якщо довжина його основи 24 см.
-  **865.** Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 7 см, а бічна сторона на 3 см довша за неї. Знайдіть периметр трикутника.
- 866.** Чи можуть сторони трикутника мати такі довжини (відповідь поясніть):
а) 5 см, 8 см, 7 см; б) 10 см, 4 см, 6 см; в) 3 см, 6 см, 10 см;
г) 6 см, 7 см, 7 см?
- 867.** Чи існує трикутник, у якого сума двох сторін дорівнює 17 см, а периметр 35 см?
- 868.** Чи може основа рівнобедреного трикутника бути втричі довшою за бічну сторону? Втричі коротшою від бічної сторони?
- 869.** Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 29 см, а його основа на 2 см довша за бічну сторону. Знайдіть основу і бічну сторону трикутника.
-  **870.** Перша сторона трикутника дорівнює 18 см, друга — втричі менша від першої, а третя — на 7 см більша за другу. Обчисліть периметр трикутника.
-  **871.** Периметр трикутника дорівнює 84 см, одна його сторона дорівнює 29 см, інша — 24 см. Обчисліть довжину третьої сторони трикутника.
- 872.** Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 56 см, а його бічна сторона — 19 см. Знайдіть основу трикутника.
- 873.** Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 27 см, а його основа — 11 см. Знайдіть бічну сторону трикутника.
-  **874.** Одна сторона трикутника на 4 см довша за другу і на 3 см коротша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 44 см.
- 875.** Знайдіть периметр рівностороннього трикутника, якщо він більший за довжину його сторони на 10 см.

876. Знайдіть довжину бічної сторони рівнобедреного трикутника, якщо його периметр більший за основу на 14 см. Яку довжину може мати основа, якщо вона виражається цілим числом сантиметрів?

877*. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 10 см, а одна з його сторін — 4 см. Знайдіть довжину основи і бічної сторони трикутника.

878*. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 23 см, а одна з його сторін — 5 см. Знайдіть довжину основи і бічної сторони трикутника.

879*. Одна сторона трикутника ABC дорівнює 12 см, інша — 8 см. Яких значень може набувати третя сторона трикутника у кожному з випадків, зображених на *рис. 40*? Запишіть відповіді за допомогою подвійних нерівностей.

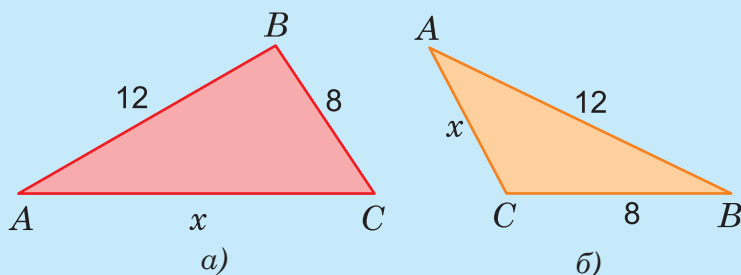


Рис. 40

880. Чи існує чотирикутник, сторони якого дорівнюють 3 м, 4 м, 5 м і 13 м? Чому?

881*. Укажіть невідомі значення кутів трикутників ABC , що не зображені в таблиці, і з'ясуйте, до яких видів належать ці трикутники:

$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$
	50°	75°
115°		40°
30°	60°	

882. Чи може трикутник бути одночасно:

- прямокутним і рівнобедреним;
- прямокутним і рівностороннім;
- тупокутним і рівнобедреним?

- 883.** Накресліть рівносторонній трикутник. Визначте його кути.
- 884.** Накресліть рівнобедрений прямокутний трикутник. Визначте його кути.
- 885.** За допомогою циркуля, лінійки і транспортира накресліть рівнобедрений трикутник з бічними сторонами по 4 см та кутом між ними 120° . Визначте решту кутів трикутника.
- 886.** Накресліть прямокутний трикутник, один із гострих кутів якого дорівнює 50° . Визначте інший гострий кут цього трикутника.
- 887.** Накресліть прямокутний, гострокутний і тупокутний трикутники. Знайдіть за допомогою транспортира суму кутів кожного з них.
- 888.** Один із гострих кутів прямокутного трикутника в чотири рази менший, ніж інший. Знайдіть ці кути.
- 889.** Один із гострих кутів прямокутного трикутника на 10° більший за іншого. Знайдіть ці кути.
- 890.** Знайдіть кути прямокутного трикутника, якщо найбільший з них утричі більший за найменший.
- 891.** Один із кутів трикутника дорівнює 130° , а два інших — рівні. Знайдіть ці кути.
- 892.** Знайдіть кути трикутника, якщо два з них рівні між собою, а третій дорівнює їхній сумі.
- 893.** Знайдіть кути трикутника ABC , якщо $\angle A + \angle B = 140^\circ$, а $\angle B + \angle C = 70^\circ$.
- 894.** Один з кутів трикутника дорівнює 60° . Знайдіть міри двох інших кутів, якщо другий менший від третього на 30° .
- 895.** Три кути чотирикутника дорівнюють 130° , 80° і 70° . Знайдіть його четвертий кут.
- 896.** Знайдіть кути чотирикутника, якщо перший із них менший від другого, третього і четвертого відповідно на 20° , 30° і 50° .
- 897.** У чотирикутнику $ABCD$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$. Знайдіть суму кутів $\angle A + \angle B$.
- 898.** П р а к т и ч н е з а в д а н н я. Побудуйте з використанням лінійки, циркуля і транспортира трикутники:
а) зі сторонами 3 см, 5 см і 6 см;
б) зі сторонами 4 см і 7 см та кутом 55° між ними;
в) зі стороною 7 см і кутами 40° і 110° .

§ 4. ПІРАМІДИ І ПРЯМОКУТНІ ПАРАЛЕЛЕПІПЕДИ

Вивчаємо теорію

Просторові фігури, які за способом утворення схожі на плоскі багатокутники, називаються багатогранниками. Ви вже знаєте, що багатокутник можна охарактеризувати як плоску фігуру, обмежену з усіх боків відрізками — сторонами. Подібно до цього, **багатогранником** називають частину простору, обмежену з усіх боків багатокутниками — *гранями*. Сторони граней називаються *ребрами*, а вершини — *вершинами* багатогранника.

Природними багатогранниками є окремі види каміння, зокрема — огранені коштовні камені (рис. 41), кристали багатьох речовин. Форму рукотворних багатогранників мають найрізноманітніші побутові предмети, технічні деталі, архітектурні споруди та їхні елементи.

До найдавніших рукотворних багатогранників належать знамениті єгипетські піраміди (рис. 42), які вважають одним із семи чудес світу.



Рис. 41. Природні багатогранники

Рис. 42. Єгипетські піраміди



У математиці піраміду означають як багатогранник, однією з граней якого є деякий багатокутник (основа піраміди), а іншими гранями (їх називають бічними гранями) — трикутники, що мають спільну вершину — вершину піраміди.

На рис. 43 зображено піраміду, схожу на знамениті єгипетські піраміди. Її основою є квадрат $ABCD$, бічними гранями — трикутники PAB , PBC , PCD , PAD , вершиною — точка P . Зауважте, ребра піраміди, які заступаються гранями і тому вважаються невидимими, зображуються лініями з розривами (пунктирними лініями).

За кількістю вершин основи піраміди називається *трикутними*, *чотирикутними*, *n-кутними* або *багатокутними*. На рис. 43 зображено чотирикутну піраміду, на рис. 44 — трикутну, а на рис. 45 — багатокутну.

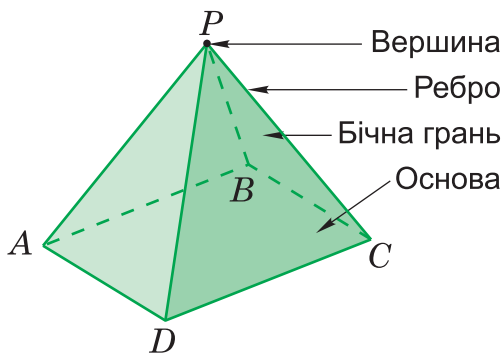


Рис. 43

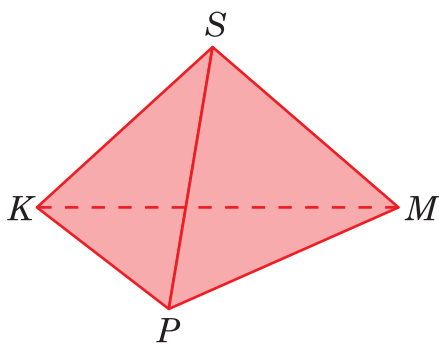


Рис. 44

Найбільше практичне значення мають *правильні* піраміди. В основі таких пірамід лежать багатокутники з рівними сторонами і рівними кутами, а їхні бічні грані — рівні між собою рівнобедрені трикутники (див., наприклад, *рис. 45*; єгипетські піраміди теж є правильними).

Можна легко виготовити паперову модель правильної піраміди з її розгортки. На *рис. 46* ліворуч зображено розгортку правильної чотирикутної піраміди. Основа піраміди зафарбована у блакитний колір, а бічні грані — у жовтий. Відігнувши бічні грані відносно основи і склеївши їх уздовж сусідніх сторін, матимемо модель правильної чотирикутної піраміди.



Рис. 45

В аналогічний спосіб із розгортки, зображеної на *рис. 47*, можна виготовити паперову модель правильної трикутної піраміди.

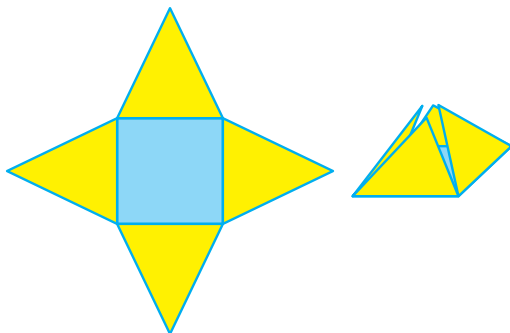


Рис. 46

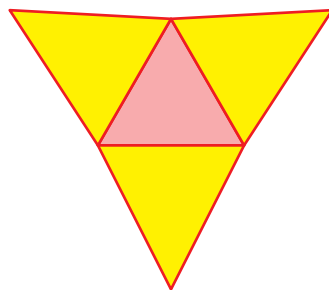


Рис. 47

Незважаючи на естетичну привабливість і практичну корисність пірамід, наприклад, в конструкції башт і шпилів, незмірно більшого значення набули інші багатогранники — прямокутні паралелепіпе-

ди. Зокрема, таку форму має споконвічний будівельний елемент — цеглина, а також основна форма людського помешкання — кімната. Дуже поширені такі форми і в модерній архітектурі (рис. 48).



Рис. 48. «Прямокутні паралелепіеди» Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського та Інституту науково-технічної інформації Національної Академії наук у Києві

У математиці **прямокутний паралелепіед** означають як багатогранник, гранями якого є шість попарно рівних прямокутників (рис. 49). Вершини цих прямокутників є *вершинами*, а сторони — *ребрами* прямокутного паралелепіеда. Всього у прямокутному паралелепіеді 6 граней, 8 вершин і 12 ребер.

У кожній вершині прямокутного паралелепіеда сходиться по три ребра, які визначають його *виміри* — *довжину*, *ширину* і *висоту* (рис. 50).

Усі разом грані прямокутного паралелепіеда утворюють його *поверхню*.

Нехай виміри прямокутного паралелепіеда позначені a , b , c . Оскільки протилежні грані є рівними прямокутниками з площами ab , bc і ac , то для площі всієї поверхні прямокутного паралелепіеда маємо вираз:

$$S = 2ab + 2bc + 2ac = 2(ab + bc + ac).$$

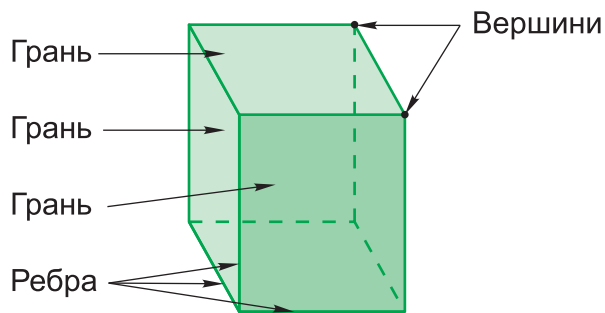


Рис. 49

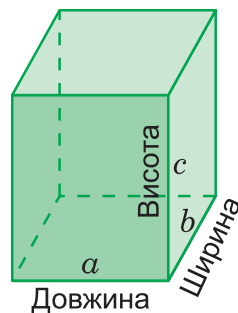


Рис. 50

Може бути, що всі виміри прямокутного паралелепіпеда рівні між собою. Тоді його грані є квадратами (рис. 51). Прямокутний паралелепіпед у цьому разі є **кубом**. Отже, можна сказати, що куб — це такий багатогранник, поверхня якого складається із шести рівних квадратів. Усі ребра куба рівні між собою.

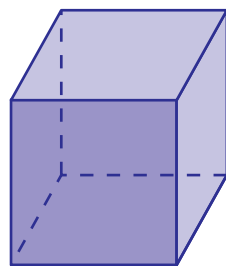


Рис. 51

Якщо ребро куба позначити через a , то для площі його поверхні матимемо вираз:

$$S = 6a^2.$$

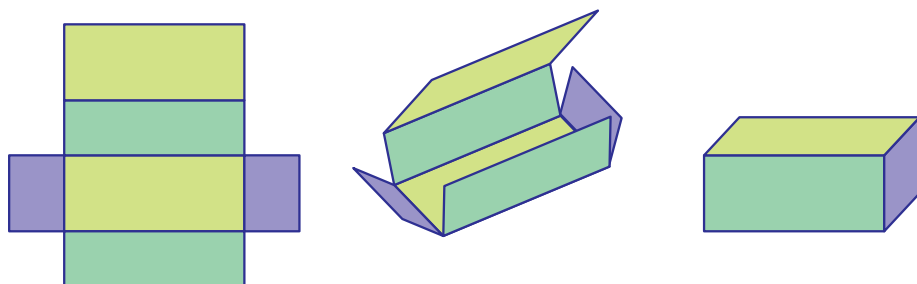


Рис. 52

Як і для пірамід, можна легко виготовити паперові моделі прямокутного паралелепіпеда і куба з їхніх розгорток. На рис. 52 ліворуч зображена розгортка прямокутного паралелепіпеда, у центрі — спосіб її згортання і склеювання, а праворуч — готова модель. Прямокутники протилежних граней зафарбовані в однакові кольори.

ДІЗНАЙТЕСЬ БІЛЬШЕ

У перекладі з грецької мови слово «паралелепіпед» означає «плоскопаралельне тіло». А епітет «прямокутний» додається до назви для того, аби наголосити, що гранями цієї фігури є саме прямокутники. Бо існують ще й не прямокутні, а *похилі* паралелепіпеди, гранями яких є паралелограми. На рис. 53 наочно відображена різниця між цими двома видами паралелепіпедів.

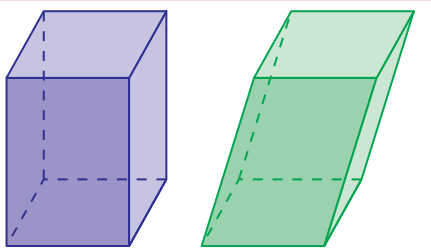


Рис. 53

Похилі паралелепіпеди значно рідше застосовуються у практиці,

ніж прямокутні. Вражаючим прикладом є вежі ансамблю «Ворота Європи» (Puerta de Europa) в Мадриді, столиці Іспанії (рис. 54). Це — дві величні офісні споруди-близнюки з висотою 114 м (25 поверхів) кожна, що нахилені до горизонту під кутом 75° .



Рис. 54



Перевірте себе

1. Які фігури називають багатогранниками? Що таке грані, ребра і вершини багатогранника?
2. Які багатогранники називають пірамідами? Що таке основа, вершина і бічні грані піраміди?
3. Які піраміди називають трикутними, чотирикутними, правильними?
4. Які багатогранники називають прямокутними паралелепіпедами, кубами? Що таке грані, ребра і вершини прямокутного паралелепіпеда?
5. Що таке виміри прямокутного паралелепіпеда? Як вони називаються?
6. Як обчислюються поверхні прямокутного паралелепіпеда, куба?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. Сумарна довжина ребер прямокутного паралелепіпеда з вимірами 4 см, 6 см і 8 см дорівнює сумарній довжині ребер куба. Чи відрізняються, а якщо відрізняються, то на скільки, площі поверхонь цих фігур?

Розв'язання. Сума довжин ребер даного прямокутного паралелепіпеда, що виходять з однієї його вершини (див. рис. 10), дорівнює $4 + 6 + 8 = 18$ (см). Такою самою має бути й сума трьох ребер куба, що виходять з однієї вершини. А оскільки ці ребра рівні, то одне з них має довжину $18 : 3 = 6$ (см).

Площа поверхні прямокутного паралелепіпеда дорівнює $2(4 \cdot 6 + 6 \cdot 8 + 4 \cdot 8) = 208$ см². Площа поверхні куба дорівнює $6 \cdot 6^2 = 216$ см².

Виходить, що площа поверхні куба більша за площу поверхні прямокутного паралелепіпеда на $216 - 208 = 8$ (см²).

Відповідь. Площа поверхні куба більша на 8 см².

ЗАВДАННЯ

899. (Усно). Скільки вершин, ребер і граней мають чотирикутна і трикутна піраміди, зображені на рис. 43 і 44?

900. Зобразіть яку-небудь п'ятикутну піраміду і полічіть, скільки в неї ребер і граней. А скільки ребер і граней мала б n -кутна піраміда?

901. (Усно). На рис. 55 зображено трикутну піраміду, в якій ребра PA і PB дорівнюють відповідно 4 см і 5 см. Яку довжину може мати ребро AB цієї піраміди?

902. Скільки всіх кутів утворюють ребра трикутної піраміди? Чотирикутної? Як найпростіше провести підрахунок?

903. (Усно). На рис. 56 зображено декілька речей у формі пірамід. Охарактеризуйте ці піраміди.



Рис. 56

904. На рис. 57 зображена одна з найбільших мусульманських мечетей — «Шах Фейсал», зведена у столиці Пакистану Ісламабаді в 1986 р. Основу архітектурної композиції мечеті становить поєднання декількох пірамід. Спробуйте з'ясувати, скільки цих пірамід, які вони і як розміщені. (Піраміди, якими завершуються мінарети, не враховувати.)



Рис. 57

905. Які із фігур, зображених на рис. 58, можуть служити розгортками трикутної піраміди?

906. Які із фігур, зображених на *рис. 59*, можуть служити розгортками чотирикутної піраміди?

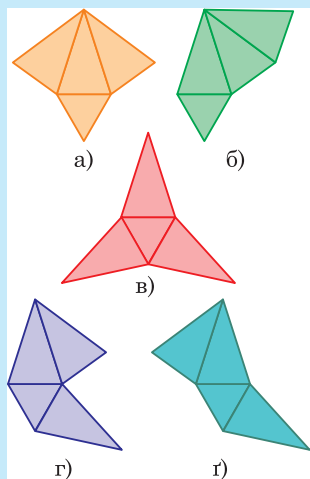


Рис. 58

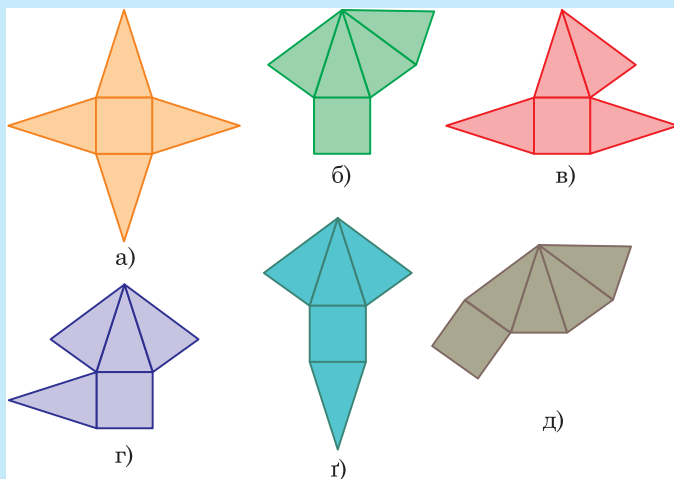



Рис. 59

907. Зобразіть в зошиті куб. Скільки ребер має куб? Вершин?

908. Ребро куба дорівнює 5 см. Знайдіть: а) суму довжин усіх його ребер; б) площу однієї грані; в) площу повної поверхні.

909. Зобразіть в зошиті прямокутний паралелепіпед. Нехай його виміри дорівнюють 1 см, 2 см і 3 см. Знайдіть: а) площу найбільшої грані; б) площу найменшої грані; в) площу повної поверхні.

910. Знайдіть суму довжин усіх ребер прямокутного паралелепіпеда з вимірами 2 см, 3 см і 5 см.

911.  Виміри прямокутного паралелепіпеда 3 дм, 6 дм і 8 дм. Знайдіть площу: а) найменшої грані; б) найбільшої грані; в) площу повної поверхні; г) довжину всіх ребер.

912. Складіть вирази для обчислення суми довжин усіх ребер і площі повної поверхні куба, ребро якого дорівнює a см.

913. Складіть вирази для обчислення суми довжин усіх ребер і площі повної поверхні прямокутного паралелепіпеда, виміри якого a , b і c дм.


914. Чи може існувати такий прямокутний паралелепіпед, площі чотирьох граней якого дорівнюють 2 дм^2 , 3 дм^2 , 4 дм^2 і 5 дм^2 ? Відповідь поясніть.

915. Довжина ребра першого куба на 4 см більша за довжину ребра другого. На скільки сантиметрів сума довжин усіх ре-

бер першого куба більша за суму довжин усіх ребер другого куба?

916. Довжина ребра першого куба у п'ять разів більша за довжину ребра другого. У скільки разів сума довжин усіх ребер і площа повної поверхні першого куба більші за суму довжин усіх ребер і площу повної поверхні другого куба?

917. Периметри трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 16 см, 28 см і 36 см. Знайдіть суму довжин усіх його ребер.

 **918.** З дроту виготовили каркас прямокутного паралелепіпеда з вимірами 10 см, 8 см і 5 см (рис. 60). Скільки дроту пішло на його виготовлення?

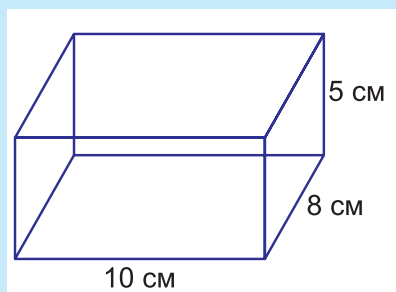



Рис. 60

919. Знайдіть суму довжин усіх ребер куба, якщо площа його повної поверхні дорівнює 150 см^2 .

 **920.** Знайдіть площу повної поверхні куба, якщо сума довжин усіх його ребер дорівнює 84 см.

921. Скільки різних фігур можна утворити із трьох кубиків, приєднуючи їх один до одного цілими гранями? А якщо кубиків буде чотири?

922. На рис. 61 зображений куб, складений із 8 маленьких кубиків. Скільки прямокутних паралелепіпедів із маленьких кубиків можна виокремити в цьому кубі?

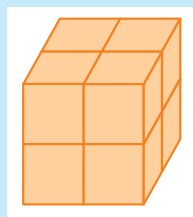


Рис. 61

923. Дерев'яний куб із ребром 10 см пофарбували синьою фарбою, а коли фарба висохла, розрізали на кубики з ребром 2 см. Скільки вийшло маленьких кубиків? У скількох із них було пофарбовано: а) три грані; б) дві грані; в) одну грань?

924. На фарбування дерев'яного кубика з ребром 3 см витрачається 2 г фарби. Скільки грамів фарби потрібно буде для фарбування дерев'яного куба з ребром 3 дм?

925. Стандартний аркуш ксероксного паперу має розміри 210×297 мм. Чи вистачить такого аркуша, щоб обклеїти папером дерев'яний куб з ребром 10 см?



926. Яку площу має розгортка прямокутного паралелепіпеда з вимірами 12 см, 6 см і 3 см?

927. Які із фігур, зображених на *рис. 62*, можуть служити розгортками прямокутного паралелепіпеда?

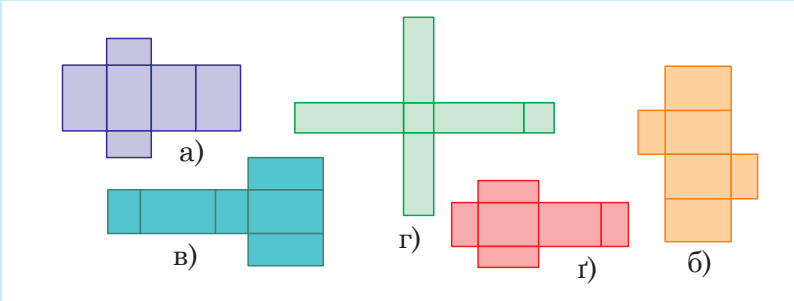


Рис. 62

928. Які із фігур, зображених на *рис. 63*, можуть служити розгортками куба?

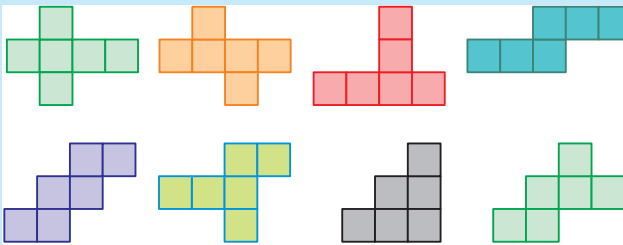


Рис. 63

929. Практичне завдання. Серед фігур, зображених на *рис. 64*, більшість можуть служити розгортками куба, вичерпуючи всі можливі розгортки. Спробуйте знайти фігури, які не є розгортками куба.

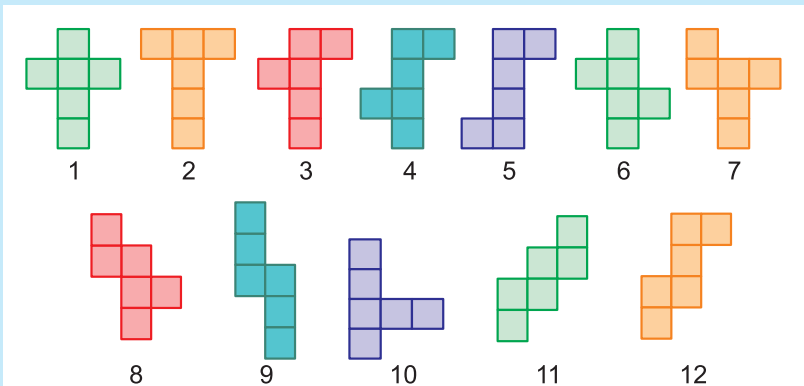


Рис. 64

§ 5. ОБ'ЄМ ПРЯМОКУТНОГО ПАРALLEЛЕПІПЕДА І КУБА

Вивчаємо теорію

Більшість просторових фігур, які здавна використовуються в практичній діяльності людини, займають або обмежують певну частину простору. Наскільки велика ця частина, або, навпаки, наскільки вона мала, характеризують за допомогою поняття *об'єму*.

Для визначення об'єму, як і будь-якої іншої величини, потрібно мати *одиниці об'єму*. Найпоширенішими в сучасному світі одиницями об'єму є *кубічний метр* (скорочено записують: куб. м або м^3), *кубічний дециметр* (куб. дм або дм^3), *кубічний сантиметр* (куб. см або см^3) та *кубічний міліметр* (куб. мм або мм^3).

1 куб. м — це об'єм куба з ребром 1 м.

1 куб. см — це об'єм куба з ребром 1 см. І так далі.



Знайти об'єм просторової фігури означає вказати, скільки кубічних одиниць певного виду вміщується в цій фігурі.

Наприклад, об'єм фігури, зображеної на рис. 65, дорівнює 27 куб. см, оскільки вона складена із 27 кубиків зі стороною 1 см.

Дуже часто об'єм позначають літерою V — від латинською відповідника цього слова *Volume* або англійського *Volume*.

Виведемо формулу для обчислення об'єму прямокутного паралелепіпеда.

Нехай виміри прямокутного паралелепіпеда, тобто його довжина, ширина і висота дорівнюють відповідно a , b і c . Для прикладу вважати-мемо, що $a = 6$ см, $b = 4$ см, $c = 3$ см (рис. 66). На нижню грань такого паралелепіпеда можна покласти шар з $ab = 6 \cdot 4 = 24$ кубиків з ребром 1 см. Оскільки висота паралелепіпеда дорівнює $c = 3$ см, то в нього можна вкласти c таких шарів, а отже, всіх кубиків, які вмістяться в паралелепіпеді, буде $ab \cdot c = 24 \cdot 3 = 72$, тобто abc . Виходить, що в прикладі, який розглядається, об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює 72 кв. см.

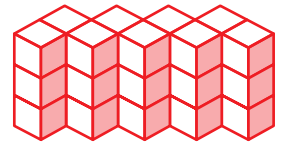


Рис. 65

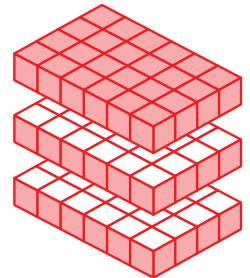
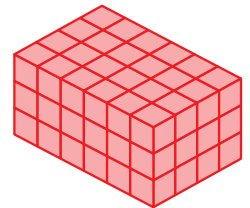


Рис. 66

А в загальному випадку, коли виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють a , b , c , його об'єм

$$V = abc.$$

Це — **формула для об'єму прямокутного паралелепіпеда**.

Якщо, для прикладу, виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюватимуть 5 дм, 7 дм і 8 дм, то його об'єм можна відразу визначити за цією формулою. Тобто не повторюючи тих міркувань, які використовувались при її виведенні. Дістанемо:

$$V = 5 \cdot 7 \cdot 8 = 280 \text{ куб. дм.}$$

Куб теж є прямокутним паралелепіпедом — у якого всі ребра рівні. Тому якщо ребро куба дорівнює a , то його об'єм $V = a \cdot a \cdot a$.

Добуток трьох однакових множників $a \cdot a \cdot a$ називають **кубом числа a** і позначають a^3 (читається «а в кубі»). З урахуванням цього, **формула для об'єму куба** набуває вигляду:

$$V = a^3.$$

Наприклад, за цією формулою об'єм куба з ребром 6 см дорівнює:

$$6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216 \text{ см}^3.$$

До слова, саме у зв'язку з формулою для об'єму куба добуток трьох однакових множників називають **кубом числа**, а замість скорочень куб. м, куб. см, куб. мм записують коротше — м^3 , см^3 , мм^3 .

Із формули для об'єму куба випливає дуже важливий наслідок:



Якщо ребро першого куба в k разів довше за ребро другого куба, то об'єм першого куба в k^3 разів більший за об'єм другого.

Порівняємо, для прикладу, об'єми кубів з ребром 1 м і 1 дм. Ребро першого куба дорівнює 10 дм, тобто у 10 разів довше за ребро другого. Його об'єм у кубічних дециметрах дорівнює $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$ куб. дм. Об'єм другого куба, звісно, дорівнює 1 куб. дм. Отже, об'єм першого куба в 10^3 разів більший за об'єм другого.

Звідси випливає важливе співвідношення між кубічними одиницями:

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3.$$

Аналогічно з'ясовується, що

$$1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3.$$

$$1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3.$$

ДІЗНАЙТЕСЬ БІЛЬШЕ

Об'єм рідини, що дорівнює 1 дм^3 , зазвичай називають літром:
 $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$.

Ця величина дивовижним чином пов'язується з основною одиницею маси — кілограмом та з речовиною, завдяки якій на Землі існує життя — водою. А саме: 1 л прісної води за звичайних фізичних умов щодо тиску і температури має масу 1 кг .

Великі об'єми рідин вимірюють у декалітрах (скорочено дал) та гектолітрах (скорочено гол):

$1 \text{ дал} = 10 \text{ л}$, $1 \text{ гол} = 10 \text{ дал} = 100 \text{ л}$,
а маленькі, зокрема, у фармакології — у мілілітрах (скорочено мл): $1 \text{ л} = 1000 \text{ мл}$; $1 \text{ мл} = 1 \text{ см}^3$.

У медицині при дозуванні ін'єкцій об'єм 1 мл зазвичай називають кубиком (скорочено куб).

Для вимірювання обсягів нафти досі широко використовується стара англійська міра барель:

$1 \text{ барель} = 159 \text{ л}$.



Перевірте себе

1. Назвіть основні одиниці об'єму.
2. Що означає визначити об'єм просторової фігури?
3. За якими формулами обчислюються об'єми прямокутного паралелепіпеда і куба?
4. Які співвідношення існують між основними одиницями об'єму?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. Сумарна довжина ребер прямокутного паралелепіпеда з вимірами 4 см , 6 см і 8 см дорівнює сумарній довжині ребер куба. Чи відрізняються, а якщо відрізняються, то на скільки, об'єми цих фігур?





Розв'язання. Як з'ясовано при розв'язуванні аналогічної задачі на с. 307, ребро куба має довжину 6 см . Тому об'єм цього куба дорівнює $6^3 = 216 \text{ (см}^3\text{)}$.

Тим часом об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює $4 \cdot 6 \cdot 8 = 192 \text{ (см}^3\text{)}$.

Отже, об'єм куба більший за об'єм прямокутного паралелепіпеда на $216 - 192 = 24 \text{ (см}^3\text{)}$.

Відповідь. Об'єм куба більший на 24 см^3 .

ЗАВДАННЯ

- 930.** Обчисліть об'єм куба, ребро якого дорівнює:
а) 14 см; б) 9 дм; в) 3 м; г) 25 мм.
-  **931.** Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда з вимірами:
а) 4 см, 6 см, 13 см; б) 12 м, 16 м, 8 м; в) 5 дм, 7 дм, 12 дм.
-  **932.** У скільки разів об'єм куба з ребром 24 см більший за об'єм куба з ребром 8 см?
- 933.** Знайдіть об'єм куба, якщо площа його грані дорівнює:
а) 25 см^2 ; б) 36 дм^2 .
- 934.** Як зміниться ребро куба, якщо його об'єм: а) збільшиться у 125 разів; б) зменшиться у 64 рази?
- 935.** У скільки разів об'єм куба з ребром 2 дм більший за об'єм куба з ребром 4 дм?
- 936.** Обчисліть об'єм прямокутного паралелепіпеда, який можна скласти із шести рівних кубиків з ребром 3 см. Зобразіть на рисунку, як можуть розміщуватися ці кубики.
- 937.** Коробка, що має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 25 см, 20 см і 15 см, заповнена кубиками з ребром 5 см. Скільки кубиків умістилося в коробці?
-  **938.** Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 3 см, 5 см і 4 см.
-  **939.** Висота прямокутного паралелепіпеда дорівнює 6 см, ширина на 2 см менша від висоти, а довжина — удвічі більша за ширину. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда.
- 940.** На фабриці виробляють кубики з ребром 1 см і вкладають їх у коробки з розмірами $75 \text{ см} \times 72 \text{ см} \times 40 \text{ см}$. Якої довжини відрізок могли б утворити сторони всіх кубиків з однієї коробки, якби їх щільно розмістити на одній прямій? Чи помістилися б ці кубики в кімнаті з розмірами $5 \text{ м} \times 4 \text{ м} \times 30 \text{ см}$, якби їх щільно викласти одним шаром на підлозі?
- 941.** Яку висоту мав би стовпчик, складений з усіх кубиків з ребром 1 мм, які вміщуються в кубі з ребром 1 м?
- 942.** Для облаштування оглядової ями в автомайстерні викопали яму у вигляді прямокутного паралелепіпеда з вимірами 1 м 50 см, 2 м і 4 м. Скільки кубометрів землі вийняли?
- 943.** З дерев'яного бруска з вимірами 6 см, 4 см і 8 см вирізали куб з ребром 4 см. Який об'єм бруска пішов на обрізки?

- 944.** Куб і прямокутний паралелепіпед мають однакові об'єми. Знайдіть ребро куба, якщо виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 4 см, 6 см і 9 см.
- 945.** Маса 1 м^3 води становить 1 т. Скільки тонн води вміщується у басейні з вимірами 16 м, 25 м і 3 м?
- 946.** У басейн з горизонтальним дном розмірами $25 \text{ м} \times 40 \text{ м}$ першого дня залили 100 000 л води. Чи можна в ньому вже наступного дня розпочинати тренування з плавання? (Візьміть до уваги, що $1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$).
- 947.** У порожній акваріум, що має форму прямокутного паралелепіпеда з довжиною 60 см і шириною 50 см, Оля вилила 10 відер води по 6 л у кожному. Вимірюючи глибину води, вона опустила вертикально на дно акваріума паличку завдовжки 15 см, тримаючи її за вершок. Чи вмочила Оля руку?
- 948.** Маса 1 л (1 дм^3) дизельного пального становить 850 г. Скільки літрів пального вміщує повна каністра, що має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 2 дм, 3 дм і 4 дм. Яка маса пального у повній каністрі?
- 949.** Виміряйте у міліметрах довжину, ширину і висоту свого підручника з математики і визначте, який об'єм у кубічних дециметрах має пачка таких підручників на складі, якщо у ній 20 книг. Який об'єм має контейнер, у якому вміщується 20 пачок?
- 950.** У морозильній камері зберігають 10 кусочків льоду, які мають форму паралелепіпедів з вимірами 4 см, 5 см і 5 см. Скільки заморозили води, якщо 1 дм^3 льоду утворюється з 900 г води?
- 951.** Дерев'яний брус має виміри 4 м, 2 дм і 1 дм. Яка його маса, якщо маса 1 дм^3 деревини становить 600 г?
- 952.** Чи легко вам було б підняти золотий куб з ребром 2 дм, якщо 1 см^3 золота важить на терезах 19 г?
- 953.** П р а к т и ч н е з а в д а н н я. Гігієнічні норми об'єму повітря в навчальних приміщеннях у школі при природній (не примусовій) вентиляції визначаються в межах від 4 м^3 до 6 м^3 на одного учня. Виміряйте розміри приміщень у своїй школі, в яких ви навчаєтесь (класної кімнати, кабінетів, майстерні, тощо) і з'ясуйте, в якій мірі дотримуються ці норми.



Готуємося до математичних турнірів



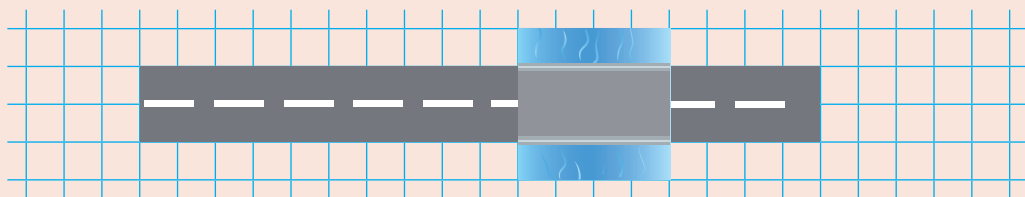


§ 6. Урок-практикум «Робот Леонардо»

Задача 1. Робот Леонардо — універсал. Для пересування по суші він використовує 48 способів, по воді — утричі менше, ніж по суші, а для руху в повітрі — у 4 рази більше, ніж по суші й по воді разом. Скільки способів пересування у повітрі в арсеналі Леонардо?



Задача 2. Робот Леонардо літає за допомогою двох пропелерів зі швидкістю 40 км/год, а на скейті їде зі швидкістю 90 км/год. За який мінімальний час він подолає дорогу, зображену на рисунку схематично? *(Візьміть до уваги, що одна клітинка — це 10 км на земній поверхні.)*



Задача 3. На одному заряді батареї робот Леонардо може або пролетіти 750 м, або пройти пішки 24 км 300 м. Яку відстань він подолає, якщо третину заряду батареї витратить на політ, а решту — на ходьбу?

Задача 4. Робот Леонардо перетнув лісовий масив завдовжки 45 км 744 м. Спочатку він пробіг по дротах лінії електропередач 38 км 120 м, а потім лінія повернула вбік, і решту шляху довелося продиратися крізь хащі. У скільки разів більшу відстань робот подолав по дротах, аніж по землі?

Задача 5. Під час дитячого свята робот Леонардо скинув для дітей на парашутиках 7799 цукерок. Кожна третя цукерка була шоколадною, кожна третя від решти — вафельною, а ті, що залишилися, були карамельками. Скільки карамельок скинув робот?



Задача 6. Сам робот Леонардо може пролетіти завдяки пропелерам 750 м. Якщо ж він везе дитину, то здатний подолати хіба половину цієї відстані, а якщо перевозить її маму — то лише третину. На скільки метрів менше робот провезе маму, ніж її дитину?



Контрольна робота №7

Відрізки і кути та їхнє вимірювання

1. Знайдіть периметр чотирикутника, сторони якого дорівнюють 3 см, 5 см, 6 см і 9 см.

А	Б	В	Г
3569 см	22 см	810 см	23 см

2. Укажіть рисунок, на якому зображено прямокутний трикутник:

А	Б	В	Г

3. Знайдіть периметр квадрата, сторона якого дорівнює 9 м.

А	Б	В	Г
18 м	27 м	36 м	81 м

4. Знайдіть периметр прямокутника, ширина якого дорівнює 13 дм, а довжина — вдвічі більша.

А	Б	В	Г
39 дм	78 дм	26 дм	52 дм

5. Знайдіть об'єм куба, ребро якого дорівнює 20 см.

А	Б	В	Г
60 см^3	80 см^3	6000 см^3	8000 см^3

6. Установіть відповідність між трикутником (1–3) та його периметром (А – Д).

1. Перша сторона трикутника дорівнює 36 см, друга — утричі коротша від першої, а третя — на 15 см довша за другу.
2. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 25 см, а основа на 5 см коротша від неї.
3. Рівносторонній трикутник, сторона якого дорівнює 26 см.

А 78 см

Б 80 см

В 85 см

Г 75 см

Д 70 см

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Ширина прямокутного паралелепіпеда дорівнює 4 см, висота на 3 см більша за ширину, а довжина — вдвічі більша за висоту.

- 1) Знайдіть площу поверхні паралелепіпеда.
- 2) Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

8. Одна зі сторін чотирикутника дорівнює 12 см, друга сторона втричі менша від першої, а третя — на 3 см більша за другу і на 15 см менша від четвертої. Обчисліть периметр чотирикутника.

9. Квадрат зі стороною 14 см і прямокутник, одна зі сторін якого дорівнює 13 см, мають однакові периметри. Знайдіть площу прямокутника.

10. Перша сторона трикутника дорівнює 24 см, а друга на 17 см довша за неї. Знайдіть третю сторону трикутника, якщо його периметр дорівнює 101 см.

11. Обчисліть площу прямокутника, периметр якого дорівнює 124 см, а одна зі сторін на 32 см менша від іншої.

12. Сума довжин усіх ребер прямокутного паралелепіпеда дорівнює 108 см, а два його виміри — 9 см і 11 см. Обчисліть об'єм паралелепіпеда.



«Арифметика».

Композиція мексиканського художника Хуана Корреа із серії «Основні науки» (1670 р.)

Покровителька арифметики лівою рукою підраховує прибутки за виручені товари купцям, які виходять в море на трьох кораблях (на задньому плані картини). У правій руці вона тримає маятниковий годинник із корпусом у формі ліхтаря морського маяка. Ще один такий годинник зі знятим корпусом зображений біля її ніг праворуч, а дві додаткові шестерні — ліворуч. Маятниковий годинник з його шестернями для дрібнення доби на години, а години — на хвилини й секунди тут символізує дробі, які саме в той час почали масово викладати в підручниках з математики для практичних людей.

РОЗДІЛ 8. ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Із дробами ви вже зустрічалися в першому розділі цього підручника під час повторення вивченого в початковій школі. У цьому розділі ви ще раз із ними зустрінетесь, аби надійно закріпити цей матеріал і більше попрактикуватись у вправах і задачах.

Основний теоретичний матеріал про звичайні дроби, який передбачений програмою для вивчення у 5 класі, вам уже відомий — про запис звичайних дробів (правильних, неправильних і мішаних чисел), про порівняння, додавання та віднімання дробів з однаковими знаменниками, про знаходження дроби від числа та числа за його дробом. Відносно новим буде лише зв'язок дробових чисел із дією ділення натуральних чисел та його застосування для перетворення неправильних дробів на мішані числа і, навпаки, — мішаних чисел на неправильні дроби.

Загалом, тема дуже приваблива своїми численними практичними застосуваннями.

А завершується розділ короткою, але цікавою та повчальною розповіддю про видатних українських учених-математиків зі світовими іменами. Можливо, вона надихне когось із вас продовжити їхню справу.

§ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ, ПОВ'ЯЗАНІ ЗІ ЗВИЧАЙНИМИ ДРОБАМИ

1. Що таке звичайний дріб

Вивчаємо теорію

Із дробами, або дробовими числами, ви знайомі ще з початкової школи. Такі дробі називають *звичайними*, на відміну від десяткових дробів, які ви будете вивчати в наступних розділах. На початку 5 класу ви ґрунтовно повторювали матеріал про звичайні дробі. Передивіться його ще раз за § 8 із розділу 1 підручника і при потребі звертайтеся до нього пізніше.

Ви знаєте, що звичайний дріб має *чисельник* (число, яке стоїть над рисою дробу) і *знаменник* (число, яке стоїть під рисою дробу). Знаменник дробу показує на скільки рівних частин ділиться щось ціле, а чисельник — скільки таких частин цілого береться.

Наприклад, півкілограма або півметра характеризуються дробом $\frac{1}{2}$; третина доби або третина шляху — дробом $\frac{1}{3}$; чверть години або чверть року — дробом $\frac{1}{4}$ тощо.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Записати за допомогою звичайних дробів такі кількості копійок як частин гривні: 10 коп.; 50 коп.; 70 коп.

Розв'язання. 1 гривня має 100 коп. Цим вона немовби поділена на 100 рівних частин. 100 коп. — це 10 частин від 100.

$$\text{Отже, } 10 \text{ коп.} = \frac{10}{100} \text{ грн.}$$

Так само з'ясуємо, що

$$50 \text{ коп.} = \frac{50}{100} \text{ грн,} \quad 70 \text{ коп.} = \frac{70}{100} \text{ грн.}$$

Проте, можна міркувати й по-іншому. Наприклад, оскільки 100 коп — це 10 разів по 10 коп, то 10 коп. становила одну десятку від гривні. Тобто,

$$10 \text{ коп.} = \frac{10}{10 \cdot 10} = \frac{1}{10} \text{ грн.}$$

Так само можна з'ясувати, що

$$50 \text{ коп.} = \frac{50}{2 \cdot 50} = \frac{1}{2} \text{ грн.}$$

- Приклад 2.** Установити відповідності між дробами 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{3}{4}$ та зафарбованими секторами А – Г на *рис. 1*.

Розв'язання. Перший дріб $\frac{2}{5}$ відповідає рисунку Б, бо саме на цьому рисунку круг поділено на 5 рівних секторів і зафарбовано 2 сектори.

Другий дріб $\frac{5}{8}$ відповідає рисунку А, бо саме тут круг поділено на 8 рівних секторів і зафарбовано 5 із них.

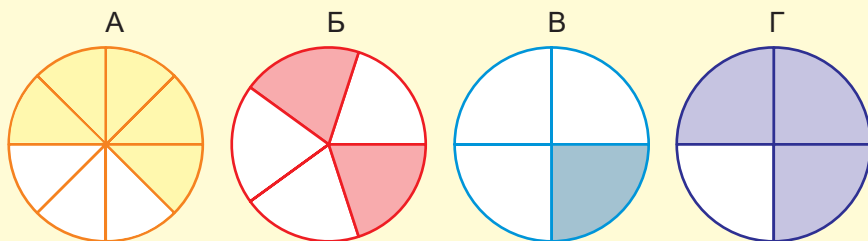


Рис. 1

Третій дріб $\frac{3}{4}$ відповідає рисунку Г, оскільки на ньому круг поділено на 4 рівні сектори і зафарбовано 3 з них.

Приклад 3. Відрізок $AB = 24$ см (*рис. 2*). Знайти довжини відрізків AC та AD , якщо перший з них становить $\frac{1}{4}$ частину довжини відрізка AB , а другий — $\frac{3}{4}$ довжини відрізка AB .

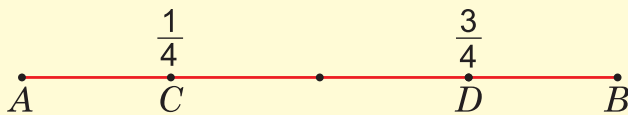


Рис. 2

Розв'язання. Оскільки відрізок $AB = 24$ см поділено на чотири рівні частини, то одна з них дорівнює $24 : 4 = 6$ (см). Відрізок AC становить якраз одну таку частину. Тому $AC = 6$ см.

Відрізок AD складається із трьох частин завдовжки по 6 см. Тому $AD = 6 \cdot 3 = 18$ (см).

Задача. Дідусь Степан збирав груші у своєму саду. За три дні він зібрав 630 кг груш.

Першого дня дідусь зібрав $\frac{2}{5}$ від усіх груш, а

другого дня — $\frac{4}{9}$ від усіх груш.

1. Скільки кілограмів груш зібрав дідусь першого дня?
2. Скільки кілограмів груш зібрав дідусь другого дня?
3. Яку частину від усіх груш становлять груші, зібрані дідусем третього дня?



Розв'язання. 1. Щоб знайти дріб від числа, потрібно число поділити на знаменник дроби і помножити на чисельник. Тому першого дня дідусь зібрав $630 : 5 \cdot 2 = 252$ (кг) груш.

2. Так само знайдемо, що другого дня дідусь зібрав $630 : 9 \cdot 4 = 280$ (кг) груш.

3. Тому третього дня дідусь зібрав $630 - (252 + 280) = 98$ (кг).

А в частинах від усіх зібраних груш це виражається дробом $\frac{98}{630}$.

Відповідь. 252 кг; 280 кг; $\frac{98}{630}$.

2. Правильні та неправильні дроби



Якщо чисельник дроби менший від знаменника, то такий дріб називають **правильним**. Наприклад,

$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{12}$.



Якщо чисельник дроби більший за знаменник або дорівнює йому, то такий дріб називають **неправильним**.

Слово «неправильний» у назві неправильного дроби вказує на те, що такий дріб немовби й не зовсім дріб, оскільки містить у собі ще й цілу частину. Особливо наочно це видно з рисунків, які ілюструють неправильні дроби.

Чотири рівні сектори на рис. 3 вичерпують увесь круг. Тому неправильний дріб $\frac{4}{4}$ насправді представляє ціле. Те саме можна сказати й про всі інші дроби, в яких чисельник рівний знаменнику. Тому вважають, що всі такі дроби дорівнюють числу 1:

$$\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = \dots = 1.$$

Неправильний дріб $\frac{3}{2}$ на рис. 4 представлений трьома півкругами. Але ж це — один цілий круг і ще півкруга. Тому вважають, що $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.

$$\frac{4}{4}$$

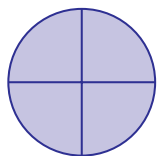


Рис. 3

$$\frac{3}{2}$$

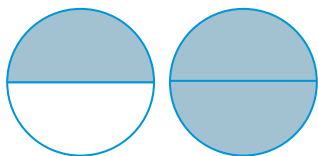


Рис. 4

$$\frac{7}{3}$$

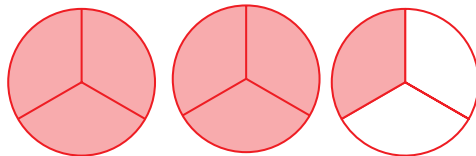


Рис. 5

З таких самих міркувань дріб $\frac{7}{3}$, який на рис. 5 представлений двома повними кругами і ще однією третиною круга, вважають рівним числу $2 + \frac{1}{3}$.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад. Знайти такі натуральні числа n , при яких:

- 1) дріб $\frac{7}{n}$ є правильним;
- 2) дріб $\frac{8}{n}$ є неправильним;

3) дріб $\frac{7}{n}$ є правильним, а дріб $\frac{8}{n}$ — неправильним.

Розв'язання. 1) У правильному дробі чисельник менший від знаменника. Оскільки в чисельнику тут 7, то n може набувати будь-якого значення, більшого за 7, тобто 8, 9, 10, 11, 12,

2) У неправильному дробі чисельник більший за знаменник або дорівнює йому. Оскільки тут в чисельнику 8, то знаменником можуть бути лише числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

3) Обидві умови 1) і 2) задовольняє лише число 8.

3. Мішані числа

Отже, якщо дріб неправильний, то в ньому можна виділити цілу та дробову частини і записати як *мішане число*.



Числа, які мають цілу та дробову частини, називають *мішаними числами*.

Для перетворення неправильного дробу на мішане число потрібно чисельник дробу поділити на знаменник. Таке ділення можливе без остачі або з остачею.

У першому випадку мішане число є натуральним. Наприклад:

$$\frac{12}{3} = 12 : 3 = 4, \quad \frac{15}{5} = 15 : 5 = 3.$$

Якщо ж при перетворенні неправильного дробу на мішане число ділення чисельника на знаменник відбувається з остачею, то мішане число має *цілу* і *дробову* частини. Ціла частина дорівнює неповній частці, а чисельник дробової частини — остачі (знаменник залишається той самий).

Візьмемо, для прикладу, неправильний дріб $\frac{14}{3}$.

$$14 : 3 = 4 \text{ (остача 2)}. \text{ Тому } \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}.$$

Запис цього перетворення можна зробити й так:

$$\frac{14}{3} = \frac{12 + 2}{3} = \frac{12}{3} + \frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}.$$

Навпаки, будь-яке мішане число можна перетворити на неправильний дріб, якщо до чисельника дробової частини додати добуток знаменника на цілу частину і залишити той самий знаменник.

Наприклад,

$$4\frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 4 + 2}{3} = \frac{14}{3}.$$

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. При якому значенні числа x виконується рівність:

$$1) \frac{18}{x+1} = 3; \quad 2) \frac{x-3}{4} = 24?$$

Розв'язання. 1) Записана рівність означає, що число 18 має ділитися на $x+1$ і частка від цього ділення дорівнювати 3. Тобто

$$18 : (x+1) = 3.$$

Визначимо з цієї рівності невідомий дільник $x+1$:

$$x+1 = 18 : 3,$$

Звідси $x+1 = 6$. Тому $x = 5$.

2) Застосовуючи ті самі міркування, дістаємо рівняння

$$(x-3) : 4 = 24.$$

Звідси невідоме ділене

$$x-3 = 4 \cdot 24.$$

Тобто $x-3 = 96$. Тоді $x = 96 + 3 = 99$.

Відповідь. 1) 5; 2) 99.



Перевірте себе

1. Що показує знаменник звичайного дробу?
2. Що показує чисельник звичайного дробу?
3. Які звичайні дроби називаються правильними?
4. Які звичайні дроби називаються неправильними?
4. Яке число називають мішаним?
6. Як перетворити неправильний дріб на мішане число?
7. Як перетворити мішане число на неправильний дріб?

ЗАВДАННЯ

954. (Усно). Виконайте ділення з остачею:

$$1) 13 : 4; \quad 2) 19 : 3; \quad 3) 28 : 5; \quad 4) 33 : 14.$$

955. (Усно). Подайте неправильні дроби як натуральні числа:

$$1) \frac{150}{150}; \quad 2) \frac{65}{5}; \quad 3) \frac{124}{4}; \quad 4) \frac{8000}{100}.$$

956. (Усно). Установіть відповідності між дробами $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{16}$ та зафарбованими квадратиками на фігурах А – Г (рис. 6).

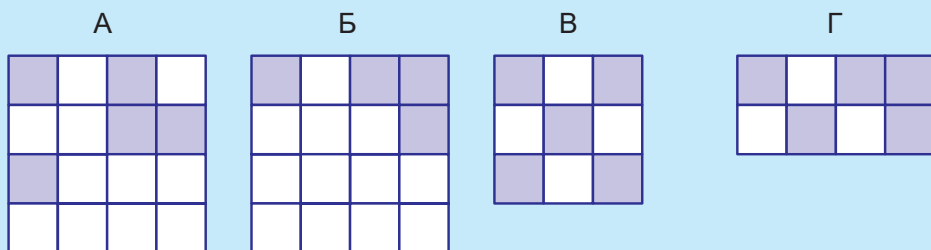


Рис. 6

957. (Усно). Яку частину становлять:

- 1) 3 години від доби;
- 2) 15 хвилин від години;
- 3) 75 см від метра;
- 4) 250 г від кілограма?

958. Дано відрізок AB завдовжки 10 см (рис. 7).

1. Яким дробам відповідають відрізки CD , KF , MN , TQ при порівнянні їх із відрізком AB ?
2. Чому дорівнюють довжини відрізки CD , KF , MN , TQ ?

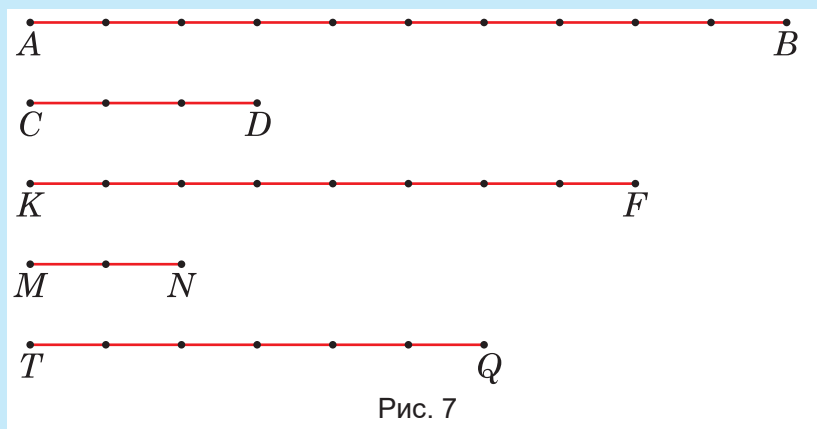


Рис. 7

959. Дано відрізок завдовжки 12 см. Накресліть у зошиті відрізок, довжина якого становить:

- 1) $\frac{1}{4}$ даного відрізка;
- 2) $\frac{1}{3}$ даного відрізка;
- 3) $\frac{3}{4}$ даного відрізка;
- 4) $\frac{5}{6}$ даного відрізка.

960. Нарисуйте в зошиті фігури, що ілюструють дробі:

- 1) $\frac{3}{8}$; 2) $\frac{2}{9}$; 3) $\frac{7}{12}$; 4) $\frac{5}{2}$.

961. Запишіть у вигляді дробів частини зафарбованих фігур на *рис. 8*:

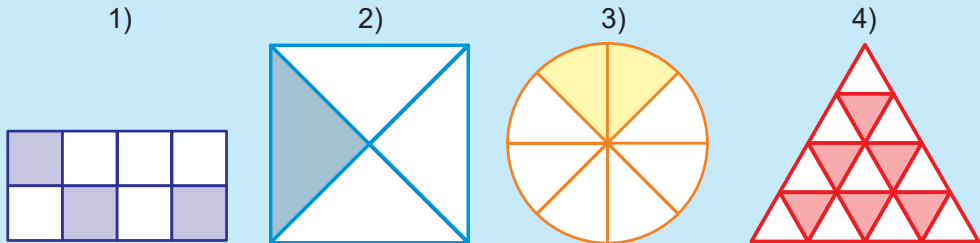


Рис. 8

962. Запишіть дробі, що відповідають незафарбованим частинам фігур 1) – 4), зображених на *рис. 8*.

963. Запишіть дробом такі частини години:

- 1) 10 хв; 3) шкільний урок;
2) 25 хв; 4) 90 хв.

964. Запишіть у вигляді звичайного дробу, яку частину становлять:

- 1) 5 см від метра; 5) 5 кг від тонни;
2) 50 см від метра; 6) 6 ц від тонни;
3) 500 см від метра; 7) 35 хв від години;
4) 100 г від кілограма; 8) 5 с від хвилини.

965. Запишіть у вигляді звичайного дробу, яку частину становлять:

- 1) 8 см від метра; 4) 500 г від кілограма;
2) 8 кг від тонни; 5) 2 ц від тонни;
3) 8 дм від кілометра; 6) 20 хв від години.

966. Накресліть відрізок завдовжки 15 см. Позначте на ньому відрізки, що відповідають дробам:

- 1) $\frac{2}{15}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{4}{5}$.

967. Яку частину від площі великого прямокутника становить площа кожної з обведених фігур на *рис. 9*? Яку частину від площі великого прямокутника становить площа тієї його частини, яка не належить обведеним фігурам?

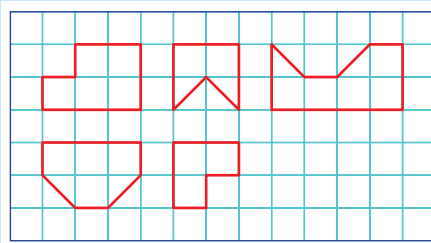


Рис. 9

968. Подайте неправильні дроби як натуральні або мішані числа:

- 1) $\frac{24}{5}$; 3) $\frac{19}{3}$; 5) $\frac{53}{10}$; 7) $\frac{52}{10}$;
 2) $\frac{42}{7}$; 4) $\frac{31}{6}$; 6) $\frac{99}{33}$; 8) $\frac{90}{17}$.

969. Запишіть результат дії ділення як мішане або натуральне число:

- 1) $18 : 5$; 3) $37 : 12$; 5) $88 : 13$; 7) $69 : 5$;
 2) $29 : 6$; 4) $450 : 9$; 6) $120 : 24$; 8) $450 : 25$.

970. Подайте неправильні дроби як натуральні або мішані числа:

- 1) $\frac{28}{4}$; 3) $\frac{21}{4}$; 5) $\frac{67}{10}$;
 2) $\frac{32}{3}$; 4) $\frac{64}{16}$; 6) $\frac{100}{26}$.

971. У таблиці наведено кількості хлопчиків та дівчаток, що навчаються у трьох п'ятих класах школи.

Клас	Дівчатка	Хлопчики	Діти, які навчаються на 10–12 балів
5-А	15	17	11
5-Б	18	15	9
5-В	16	19	12
Разом у трьох класах			

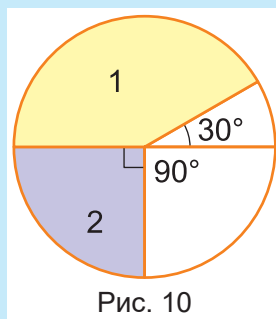
1. Заповніть порожні графи цієї таблиці.

2. Яку частину становлять дівчатка від усіх дітей, що навчаються у трьох п'ятих класах школи?
3. Яку частину становлять учні та учениці 5-Б класу, що навчаються на 10–12 балів, від загальної кількості дітей у цьому класі?
4. Яку частину становлять діти, що навчаються на 10–12 балів, від усіх учнів та учениць п'ятих класів школи?
5. Яку частину становлять хлопчики 5-В класу від усіх учнів та учениць п'ятих класів школи?

972. Накресліть координатний промінь, одиничний відрізок якого дорівнює 6 см. Позначте на ньому точки, що відповідають числам:

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| 1) $\frac{1}{3}$; | 3) $\frac{2}{3}$; | 5) $\frac{10}{5}$; |
| 2) $\frac{8}{8}$; | 4) $\frac{4}{6}$; | 6) $2\frac{1}{2}$. |

973. Круг, зображений на *рис. 10*, поділений на кілька секторів. Яку частину від усього круга становить: а) сектор 1; б) сектор 2; в) сектор із кутом 30° ?



974. Накресліть координатний промінь, одиничний відрізок якого дорівнює 8 см. Позначте на промені точки, що відповідають числам:

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| 1) $\frac{1}{4}$; | 3) $\frac{2}{4}$; | 5) $\frac{16}{8}$; |
| 2) $\frac{9}{9}$; | 4) $\frac{1}{8}$; | 6) $1\frac{1}{2}$. |

975. Садівник посадив 45 плодкових дерев, серед яких 15 персиків.

1. Яку частину становить кількість персиків від загальної кількості посаджених дерев?
2. Яку частину становить кількість інших плодкових дерев від загальної кількості посаджених дерев?

976. На одній з бібліотечних полицок поставлено 63 книги. $\frac{2}{9}$ від усіх книг становлять науково-пізнавальні книги.

1. Скільки науково-пізнавальних книг розміщено на полиці?
2. Яку частину від загальної кількості книг становить кількість інших книг?

977. Довжина тіла меч-риби сягає 4 м 50 см. При цьому довжина са-

мого її меча становить $\frac{1}{3}$ від дов-

жини тіла. Своім мечем меч-риба пробиває стінки дерев'яних палуб рибальських шхун. Середня тов-

щина стінки палуби становить $\frac{1}{5}$ від довжини меча риби.

1. Яка довжина меча цієї меч-риби?
2. Яку товщину дерев'яної палуби шхуни здатна пробити меч-риба?



978. Петрик допомагав бабусі ліпити вареники. Усього вони зліпили 50 вареників. Петрик зліпив $\frac{2}{5}$ від усіх вареників.

1. Скільки вареників зліпив Петрик?
2. Яку частину вареників зліпила бабуся?

979. Скільки градусів має сектор, який становить:

- 1) $\frac{3}{4}$ від усього круга;
- 2) $\frac{5}{18}$ від усього круга;
- 3) $\frac{2}{3}$ від чверті круга;
- 4) $\frac{4}{9}$ від чверті круга.

980. Скільки градусів становлять:

- 1) $\frac{4}{90}$ від розгорнутого кута;
- 2) $\frac{5}{18}$ від прямого кута?

981. У таблиці наведені площі деяких міст України.

Місто	Площа, км ²
Київ	836
Дніпро	405
Кривий Ріг	430
Львів	150
Суми	95
Житомир	65

1. Запишіть у вигляді неправильного дроби, яку частину від площі Дніпра становить площа Житомира. Виділіть цілу частину цього дроби.
2. Зробіть те саме для площ Києва та Сум.
3. Повторіть те саме для площ Кривого Рогу та Львова.

982. Мандрівник Тревелер за три дні подолав 360 км. Першого дня він подолав третину всієї цієї відстані, другого дня — $\frac{2}{5}$, а третього — решту.

1. Яку відстань подолав мандрівник першого дня?
2. Яку відстань подолав мандрівник другого дня?
3. Яку відстань подолав мандрівник третього дня?

983. Робот-землекоп за три дні прокопав 98 м підземного тунелю. Першого дня він прокопав $\frac{2}{7}$ тунелю, другого дня — $\frac{3}{7}$, а третього дня — решту.

1. Скільки метрів тунелю прокопав робот-землекоп першого дня?
2. Скільки метрів тунелю прокопав робот-землекоп другого дня?
3. Яку частину становить довжина тунелю, прокопаного роботом третього дня, від загальної довжини тунелю, прокопаного за три дні?

984. У науковій лабораторії біологи навчили папугу Коко добре розмовляти. Вони записали 252 розповіді папуги. Третю ча-



стину з них Коко розповідав, що він їв, шосту частину — про що мріяв, а в решті навчав науковців, як їм жити.

1. Скільки розповідей Коко були про їжу?
2. У скількох розповідях папуга ділився своїми мріями?
3. У скількох розповідях Коко навчав науковців, як їм жити?


985.

Пасажирка Сонлива їхала у поїзді. Половину дороги вона спала, четверту частину розмовляла із сусідами про погоду, а решту дороги мовчки замріяно дивилася у вікно або щось жувала. Увесь шлях Сонливої становив 480 км.

1. Скільки кілометрів проїхала Сонлива, поки спала?
2. Скільки кілометрів вона проїхала, розмовляючи із сусідами про погоду?
3. Яку частину від усього шляху Сонлива замріяно дивилася у вікно або щось жувала?

986.

У музеї є три коти. Перший кіт — статуетка, другий кіт — живий кіт Муркотило, а третій — статуя. Кіт-статуетка має довжину 19 см, і це становить $\frac{1}{2}$ від довжини Муркотила-кота, а довжина Муркотила-кота дорівнює третині висоти кота-статуї.

1. Яка довжина Муркотила-кота?
2. Яка висота кота-статуї?

§2. ПОРІВНЯННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ ТА МІШАНИХ ЧИСЕЛ

Вивчаємо теорію

Зафарбована частина круга, зображеного на рис. 11, відповідає дробу $\frac{3}{8}$, а незафарбована — дробу $\frac{5}{8}$. Оскільки незафарбована частина більша зафарбованої, то природно вважати, що $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$.

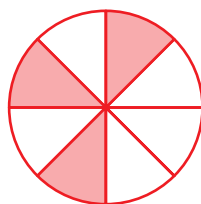


Рис. 11

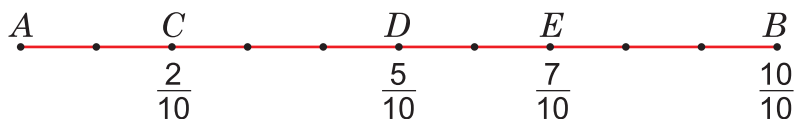


Рис. 12

На відрізку AB завдовжки 10 см (див. рис. 12) позначені такі точки C , D , E , для яких відрізки AC , AD та AE відповідають дробам: $\frac{2}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{10}$. Звісно, що відрізку AB відповідає дріб $\frac{10}{10}$.

При цьому відрізок AD довший за відрізок AC . Тому $\frac{5}{10} > \frac{2}{10}$.

Відрізок AE довший за обидва відрізки AC та AD . Тому

$$\frac{7}{10} > \frac{2}{10} \text{ і } \frac{7}{10} > \frac{5}{10}.$$

Відрізок AB — найдовший. Тому

$$\frac{10}{10} > \frac{2}{10}, \frac{10}{10} > \frac{5}{10}, \frac{10}{10} > \frac{7}{10}.$$

Наведені приклади ілюструють таке правило для порівняння дробів з рівними знаменниками.



Із двох дробів з рівними знаменниками, більший той, у котрого чисельник більший.

Наслідки.

1. Кожний правильний дріб менший від 1.
2. Кожний неправильний дріб більший за 1 або дорівнює 1.
3. Будь-який правильний дріб менший від будь-якого неправильного.

ЗАВДАННЯ

987. (Усно). Порівняйте дроби:

1) $\frac{7}{8}$ і $\frac{5}{8}$; 2) $\frac{12}{13}$ і $\frac{2}{2}$; 3) $\frac{22}{25}$ і $\frac{3}{2}$; 4) $\frac{7}{2}$ і $\frac{5}{4}$.

988. (Усно). Скільки існує неправильних дробів із чисельником 10?

989. (Усно). Скільки існує правильних дробів зі знаменником 9?

990. (Усно). Порівняйте числа:

1) 2 і $\frac{5}{2}$; 2) 23 і $\frac{18}{2}$; 3) 33 і $\frac{36}{4}$; 4) 42 і $\frac{33}{2}$.


991. Порівняйте дроби:

1) $\frac{8}{11}$ і $\frac{6}{11}$; 4) $\frac{99}{100}$ і $\frac{9}{9}$; 7) $\frac{13}{3}$ і $\frac{9}{4}$;
2) $\frac{65}{121}$ і $\frac{95}{121}$; 5) $\frac{17}{21}$ і $\frac{17}{17}$; 8) $\frac{45}{9}$ і $\frac{15}{2}$.
3) $\frac{37}{40}$ і $\frac{27}{40}$; 6) $\frac{8}{3}$ і $\frac{3}{8}$;

 **992.** Порівняйте дроби:

1) $\frac{10}{13}$ і $\frac{9}{13}$; 3) $\frac{7}{8}$ і $\frac{8}{7}$; 5) $\frac{18}{5}$ і $\frac{20}{4}$;
2) $\frac{99}{102}$ і $\frac{3}{3}$; 4) $\frac{8}{3}$ і $\frac{26}{5}$; 6) $\frac{22}{4}$ і $\frac{37}{6}$.

993. Розмістіть дроби в порядку зростання: $\frac{4}{19}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{16}{4}$, $\frac{6}{19}$, $\frac{28}{3}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{15}{5}$.

 **994.** Розмістіть дроби в порядку спадання: $\frac{7}{7}$, $\frac{7}{17}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{15}{17}$, $\frac{18}{3}$, $\frac{6}{17}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{9}{3}$.

995. Накресліть в зошиті три відрізки AB , CD і MN завдовжки по 12 см кожен так, щоб вони розміщувались один під одним. На відрізку AB позначте частини, які відповідають дробам:

$$\frac{2}{12}, \frac{4}{12}, \frac{6}{12}, \frac{10}{12}.$$

На відрізку CD позначте частини, які відповідають дробам:

$$\frac{1}{6}, \frac{5}{6}.$$

На відрізку MN позначте частини, які відповідають дробам:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}.$$

Порівняйте довжини відрізків, що відповідають дробам:

- 1) $\frac{2}{12}$ і $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{6}{12}$ і $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{4}{12}$ і $\frac{5}{6}$;
 2) $\frac{4}{12}$ і $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{10}{12}$ і $\frac{5}{6}$; 6) $\frac{1}{3}$ і $\frac{10}{12}$.

996. На діаграмі, поданій на рис. 13, відображено кількість сонячних, дощових, вітряних та похмурих днів у квітні одного з років.

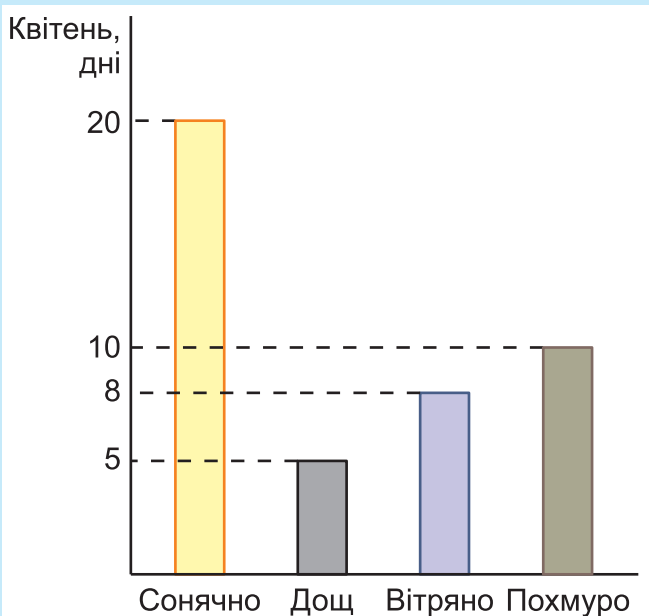



Рис. 13

1. Запишіть дробом, яку частину становили ці дні від загальної кількості днів місяця.
2. Розмістіть записані дроби у порядку зростання.

997. Що більше:

- | | |
|---------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\frac{2}{5}$ м чи 35 см; | 4) $\frac{7}{15}$ год чи 28 хв; |
| 2) $\frac{3}{4}$ км чи 820 м; | 5) $\frac{3}{4}$ кг чи 625 г; |
| 3) $\frac{7}{12}$ год чи 50 хв; | 6) $\frac{17}{125}$ т чи 220 кг? |

 **998.** Що більше:


- | | |
|-------------------------------|---------------------------------|
| 1) $\frac{6}{10}$ м чи 56 см; | 3) $\frac{9}{12}$ год чи 45 хв; |
| 2) $\frac{2}{5}$ км чи 480 м; | 4) $\frac{4}{5}$ т чи 685 кг? |

999. Порівняйте числа:

- | | |
|--|--|
| 1) $\frac{3}{7}$ від 49 та $\frac{4}{5}$ від 30; | 2) $\frac{5}{8}$ від 64 та $\frac{5}{6}$ від 36. |
|--|--|

1000. Порівняйте, що більше:

- | | |
|--|---|
| 1) $\frac{5}{8}$ км чи $\frac{3}{4}$ км; | 4) $\frac{6}{10}$ год чи $\frac{4}{5}$ год; |
| 2) $\frac{1}{2}$ м чи $\frac{3}{5}$ м; | 5) $\frac{2}{5}$ ц чи $\frac{1}{2}$ ц; |
| 3) $\frac{7}{10}$ т чи $\frac{3}{4}$ т; | 6) $\frac{7}{15}$ хв чи $\frac{4}{5}$ хв. |

 **1001.** Порівняйте, що менше:

- | | |
|--|---|
| 1) $\frac{9}{10}$ м чи $\frac{3}{4}$ м; | 3) $\frac{4}{6}$ хв чи $\frac{8}{12}$ хв; |
| 2) $\frac{3}{4}$ год чи $\frac{5}{6}$ год; | 4) $\frac{7}{10}$ т чи $\frac{4}{5}$ т. |

1002. Порівняйте неправильні дроби:

1) $\frac{7}{2}$ і $\frac{9}{4}$;

3) $\frac{27}{4}$ і $\frac{32}{16}$;

5) $\frac{23}{4}$ і $\frac{25}{5}$;

2) $\frac{12}{5}$ і $\frac{16}{3}$;

4) $\frac{33}{9}$ і $\frac{43}{10}$;

6) $\frac{100}{9}$ і $\frac{80}{3}$.

1003. Порівняйте неправильні дроби:

1) $\frac{15}{4}$ і $\frac{21}{6}$;

3) $\frac{81}{27}$ і $\frac{56}{10}$;

2) $\frac{35}{6}$ і $\frac{42}{7}$;

4) $\frac{89}{8}$ і $\frac{140}{10}$.

1004. Сім'я випробувала свої нові електросамокати. Для цього вони вирішили проїхати на них 30 км. За перші тридцять хвилин руху дочка пододала $\frac{1}{2}$ цієї відстані, мати — $\frac{3}{5}$, батько — $\frac{2}{3}$, а син — $\frac{8}{15}$.



1. Знайдіть відстані, які подолав кожен член сім'ї за перші тридцять хвилин руху.
2. Розмістіть указані дроби в порядку зростання.


1005. Оленка на новому гіроскутері за годину пододала відстань 15 км. За перші 15 хв руху вона проїхала $\frac{3}{15}$ від усієї відстані. Далі за кожні наступні 15 хв вона додала $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ і $\frac{1}{15}$ від усієї відстані.

1. Визначте відстані, які додала Оленка за кожні 15 хвилин руху.
2. Розмістіть указані дроби в порядку зростання.

1006. При яких натуральних числах a дріб $\frac{11}{a}$ буде неправильним?


 **1007.** При яких натуральних числах a дріб $\frac{15}{a}$ буде неправильним?

1008. При яких натуральних числах b дріб $\frac{b}{10}$ буде правильним?

 **1009.** При яких натуральних числах b дріб $\frac{b}{8}$ буде правильним?

1010. При яких натуральних числах x буде виконуватися нерівність:


1) $\frac{x}{10} < \frac{6}{10}$; 2) $\frac{x}{13} < \frac{7}{13}$; 3) $\frac{8}{9} < \frac{8}{x}$; 4) $\frac{7}{x} > \frac{7}{6}$?

 **1011.** При яких натуральних числах y буде виконуватися нерівність:

1) $\frac{y}{11} < \frac{7}{11}$; 2) $\frac{9}{y} > \frac{9}{7}$?

1012. При якому значенні числа x виконується рівність:

1) $\frac{16}{x+1} = 2$; 2) $\frac{24}{x-3} = 6$; 3) $\frac{x-4}{6} = 7$; 4) $\frac{x+7}{7} = 9$.

 **1013.** При якому значенні числа x виконується рівність:

1) $\frac{20}{x-4} = 5$; 2) $\frac{x+7}{9} = 10$.

1014. Автомобіль з електричним приводом (електрокар) мав подолати за годину руху 90 км, але подолав $\frac{10}{9}$ запланованої відстані.

1. Яку відстань подолав електрокар?
2. На скільки кілометрів він проїхав більше від запланованої відстані?
3. Яку частину становить ця різниця від усієї відстані, яку подолав електрокар?

1015. У зоопарку влаштували змагання мавпочок з оббирання бананів. У змаганні взяли участь мавпочки Коко, Куку та Кікі. Щоби пройти «кваліфікацію», кожній із мавпочок виділили по 64 банани, а тій, котра впорається із завданням достроково, дозволялося добирати банани й оббирати їх до кінця відведеного часу. Виграє та мавпочка, котра встигне

обібрати найбільше бананів. Звісно, всі три мавпочки добирали банани. У підсумку з'ясувалося, що Коко обібрала $\frac{11}{8}$ від «кваліфікаційної» норми бананів, Куку — $\frac{21}{16}$, а Кікі — $\frac{6}{4}$.



1. Котра із мавпочок перемогла у цьому змаганні?
2. Розмістіть дроби $\frac{11}{8}$, $\frac{21}{16}$, $\frac{6}{4}$ у порядку зростання.

1016.

У школі провели змагання п'ятикласниць на швидкість читання. У фінальній частині змагань узяли участь по одній учениці з 5-А, 5-Б та 5-В класів. Потрібно було за певний час прочитати 35 сторінок. Однак, якщо за виділений час учениця встигала прочитати всі 35 сторінок, то можна було читати ще у межах виділеного часу. Усі три учасниці змагань успішно впоралися зі своїм завданням, і при цьому учениця з 5-А класу прочитала $\frac{7}{5}$ від початкової норми сторінок, учениця з 5-Б класу — $\frac{9}{7}$, а учениця з 5-В класу — $\frac{44}{35}$.

1. Котра з учениць прочитала найбільшу кількість сторінок?
2. Розмістіть дроби $\frac{7}{5}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{44}{35}$ у порядку спадання.

1017.

Пішохід Швидкий здолав певну відстань за 10 год, а велосипедист Байцикл цю ж відстань — за 2 години.

1. Яку частину відстані подолав кожен з них за 1 год?
2. У скільки разів швидкість Байцикла більша за швидкість пішохода?


1018. Робітник може викопати канаву за 12 год, а робот-землекоп викопав за 2 години.

1. Яку частину канави викопують робітник і робот за 1 год?

2. Яку частину канави викопують робітник і робот за 4 год?

1019. При яких натуральних значеннях a дріб $\frac{2a+1}{15}$ буде правильним?

1020. При яких натуральних значеннях b дріб $\frac{32}{8+3b}$ буде неправильним?

 **1021.** При яких натуральних значеннях a дріб $\frac{3a+2}{24}$ буде правильним?

§ 3. ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДРОБІВ З ОДНАКОВИМИ ЗНАМЕННИКАМИ

Повторюємо теорію

При повторенні вивченого з математики у початковій школі в розділі 1 ви згадували таке правило.



Щоб додати два дроби з однаковими знаменниками, потрібно додати їхні чисельники, а знаменник залишити без змін.

Використовуючи буквені позначення, це можна записати так:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}.$$

Наприклад,

$$\frac{5}{11} + \frac{4}{11} = \frac{5+4}{11} = \frac{9}{11}, \quad \frac{3}{10} + \frac{7}{10} = \frac{3+7}{10} = \frac{10}{10} = 1.$$

За аналогічним правилом виконується віднімання.



Щоб відняти два дроби з однаковими знаменниками, потрібно від чисельника зменшуваного відняти чисельник від'ємника, а знаменник залишити без змін.

У буквених позначеннях:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}.$$

Наприклад,

$$\frac{5}{11} - \frac{4}{11} = \frac{5-4}{11} = \frac{1}{11}, \quad \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{5-3}{6} = \frac{2}{6}.$$

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Обчислити значення виразу та виділити цілу частину отриманого дроби:

$$\frac{11}{33} - \frac{5}{33} + \frac{21}{33} + 1.$$

Розв'язання. Одиницю можна записати як $\frac{33}{33}$. Тоді всі дробы матимуть однакові знаменники і за правилами додавання та віднімання,

$$\begin{aligned} \frac{11}{33} - \frac{5}{33} + \frac{21}{33} + \frac{33}{33} &= \frac{11 - 5 + 21 + 33}{33} = \frac{6 + 21 + 33}{33} = \\ &= \frac{60}{33} = \frac{33 + 27}{33} = \frac{33}{33} + \frac{27}{33} = 1\frac{27}{33}. \end{aligned}$$

Відповідь. $1\frac{27}{33}$.

Приклад 2. Розв'язати рівняння $\left(x - \frac{7}{15}\right) + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$.

Розв'язання. Вираз, записаний у дужках, уважатимемо невідомим доданком. Тоді

$$\left(x - \frac{7}{15}\right) = \frac{8}{15} - \frac{3}{15}.$$

Звідси $x - \frac{7}{15} = \frac{5}{15}$, $x = \frac{5}{15} + \frac{7}{15}$, $x = \frac{12}{15}$.

Відповідь. $x = \frac{12}{15}$.

ЗАВДАННЯ

1022. (Усно). Обчисліть:

1) $\frac{5}{9} + \frac{1}{9}$; 2) $\frac{11}{21} + \frac{3}{21}$; 3) $\frac{11}{21} - \frac{7}{21}$; 4) $\frac{9}{10} - \frac{5}{10}$.

1023. (Усно). Уставте пропущені числа так, щоб рівності були правильними:

1) $\frac{\square}{9} + \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$; 2) $\frac{12}{15} - \frac{\square}{15} = \frac{3}{15}$;
3) $\frac{6}{10} + \frac{\square}{10} = 1$; 4) $1 - \frac{\square}{8} = \frac{3}{8}$.

1024. (Усно). Порівняйте дроби:

1) $\frac{8}{10}$ і $\frac{10}{10}$; 2) $\frac{5}{6}$ і $\frac{6}{5}$; 3) $\frac{12}{15}$ і $\frac{3}{2}$; 4) $\frac{5}{4}$ і $\frac{8}{3}$.

1025. (Усно). Знайдіть:

1) $\frac{3}{4}$ від 1 м; 2) $\frac{3}{10}$ від 1 кг;
3) $\frac{1}{12}$ від 1 год; 4) $\frac{5}{6}$ від доби.

1026. Обчисліть:


1) $\frac{8}{25} + \frac{11}{25}$; 3) $\frac{17}{28} - \frac{9}{28}$; 5) $\frac{19}{32} + \frac{7}{32} - \frac{8}{32}$;
2) $\frac{13}{20} - \frac{5}{20}$; 4) $\frac{4}{13} + \frac{8}{13} - \frac{2}{13}$; 6) $\frac{23}{35} - \frac{17}{35} - \frac{2}{35}$.

 **1027.** Обчисліть:

1) $\frac{12}{33} + \frac{13}{33}$; 3) $\frac{18}{42} + \frac{5}{42} - \frac{7}{42}$;
2) $\frac{19}{37} - \frac{10}{37}$; 4) $\frac{24}{51} - \frac{8}{51} - \frac{10}{51}$.

1028. Обчисліть значення виразу та виділіть цілу частину отриманих неправильних дробів:

1) $\frac{8}{13} - \frac{5}{13} + \frac{11}{13}$; 3) $\frac{25}{4} - \frac{21}{4} + \frac{9}{4}$; 5) $\frac{9}{19} - \frac{5}{19} + 1 + \frac{10}{19}$;
2) $\frac{13}{17} + \frac{11}{17} + 1$; 4) $1 - \frac{18}{25} + \frac{24}{25}$; 6) $\frac{11}{29} - \frac{5}{29} + \frac{10}{29} + 1$.

 **1029.** Обчисліть значення виразу та виділіть цілу частину отриманих неправильних дробів:

1) $\frac{13}{19} + \frac{10}{19} + 1$; 3) $\frac{14}{29} - \frac{3}{29} + 1 + \frac{25}{29}$;
2) $1 - \frac{8}{27} + \frac{21}{27}$; 4) $1 + \frac{16}{17} + \frac{9}{17} - \frac{3}{17}$.

1030. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{12}{35} - x = \frac{7}{35}$;


2) $\frac{18}{41} + x = \frac{27}{41}$;

3) $y - \frac{12}{18} = \frac{7}{18}$;

4) $\frac{11}{16} - \left(x + \frac{7}{16}\right) = \frac{1}{16}$;

6) $1 - \left(t - \frac{8}{42}\right) = \frac{13}{42}$.

5) $\left(\frac{5}{27} + y\right) - \frac{4}{27} = \frac{15}{27}$;

 **1031.** Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{16}{29} - x = \frac{4}{29}$;


3) $\frac{13}{36} - \left(x + \frac{7}{36}\right) = \frac{3}{36}$;

2) $y - \frac{12}{39} = \frac{17}{39}$;

4) $1 - \left(y + \frac{7}{51}\right) = \frac{13}{51}$.

1032. Периметр трикутника дорівнює 1 м. Одна з його сторін дорівнює $\frac{7}{15}$ м, а інша — $\frac{6}{15}$ м. Знайдіть невідому сторону трикутника.

1033. Сторона квадрата дорівнює $\frac{7}{21}$ м. Знайдіть периметр квадрата. Виділіть цілу частину отриманого неправильного дробу.

 **1034.** Виміри прямокутника дорівнюють $\frac{11}{31}$ м та $\frac{7}{31}$ м. Обчисліть його периметр. Виділіть цілу частину отриманого неправильного дробу.

1035. Накресліть у зошиті прямокутник, довжини сторін якого дорівнюють $\frac{2}{5}$ дм та $\frac{3}{5}$ дм. Обчисліть периметр прямокутника.

1036. Накресліть у зошиті прямокутний трикутник. Довжини сторін трикутника, що утворюють прямий кут, дорівнюють $\frac{3}{10}$ дм та $\frac{4}{10}$ дм. Виміряйте довжину третьої його сторони та обчисліть периметр трикутника.



1037. Накресліть у зошиті відрізок AB завдовжки 10 см. Від точки A відкладіть відрізки AC та AD , довжини яких дорівнюють $\frac{3}{10}$ і $\frac{6}{10}$ від довжини відрізка AB . Знайдіть суму довжин відрізків AC та AD у частинах від AB та в сантиметрах.

1038. Першого дня Іванко прочитав $\frac{4}{17}$ книжки про мандрівників, другого дня він прочитав $\frac{5}{17}$ цієї книжки.

1. Яку частину книжки прочитав Іванко за два дні?
2. Яку частину книжки йому залишилося прочитати?

1039. Бабуся Садівниця за три дні продала 640 кг яблук. Першого дня було продано $\frac{5}{16}$ від усіх яблук, другого дня — $\frac{7}{16}$ від усіх яблук, а третього дня — решту.

1. Скільки кілограмів яблук було продано бабусею за перші два дні?
2. Скільки кілограмів яблук продала бабуся третього дня?

1040. Найвужча частина протоки Ла-Манш, між Францією та Великобританією, становить 31 км. Багато спортсменів-плавців намагаються перепливати протоку саме в цьому місці. У 2019 році український паролімпієць Олег Іваненко здійснив це лише за допомогою рук, оскільки ноги в нього травмовані.

Сильна течія зносила спортсмена, і тому загалом йому довелося пропливати 62 км. На це він витратив $\frac{3}{4}$ доби. Температура води протягом доби змінювалася. Найнижча температура становила $\frac{2}{3}$ від найвищої, а найвища — $2\frac{1}{4}$ від 8°C .



Протока Ла-Манш.
Вигляд з літака

1. Скільки часу плив український спортсмен?
2. У скільки разів більшу відстань проплив спортсмен від ширини протоки?
3. Якою була найвища температура та найнижча температура води у протоці?

1041.

За три години робот-всюдихід подолав 126 км. За першу годину він проїхав $\frac{8}{21}$ всієї відстані на скейті, а за другу — $\frac{9}{21}$ цієї відстані на моноколесі. Третю годину робот рухався на гіроскутері.

1. Яку частину відстані робот подолав за дві години?
2. Яка частина відстані йому залишилася на третю годину?
3. Скільки кілометрів проїхав робот на гіроскутері?

1042. Неслухняний Колобок викотився з хати й подався у мандри.

За три дні подолав 12 км. Першого дня він прокотився $\frac{1}{3}$ всієї цієї відстані, а другого дня — $\frac{3}{4}$ від того, що залишилося. На жаль, на третій день Колобка з'їла Лисиця. Яку відстань подолав Колобок третього дня до зустрічі з Лисицею?



§ 4. ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ МІШАНИХ ЧИСЕЛ

Вивчаємо теорію



Щоб додати два мішаних числа, потрібно окремо додати їхні цілі та дробові частини.

$$\text{Наприклад, } 2\frac{4}{9} + 5\frac{1}{9} = (2 + 5) + \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9}\right) = 7 + \frac{5}{9} = 7\frac{5}{9}.$$

Для віднімання мішаних чисел можна застосувати аналогічне правило.



Щоб відняти два мішаних числа, потрібно від цілої і дробової частин зменшуваного відняти відповідно цілу та дробову частини від'ємника та знайдені результати додати.

$$\text{Наприклад, } 8\frac{7}{12} - 4\frac{5}{12} = (8 - 4) + \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{12}\right) = 4 + \frac{2}{12} = 4\frac{2}{12}.$$

Але це правило можна застосувати лише тоді, коли дробова частина зменшуваного більша за дробову частину від'ємника або дорівнює їй (само собою зрозуміло, що для цілих частин ця умова обов'язкова).

Якщо ж дробова частина зменшуваного менша від дробової частини від'ємника, то її потрібно збільшити, забравши одиницю від цілої частини.

$$\text{Нехай, наприклад, потрібно знайти різницю } 7\frac{4}{13} - 5\frac{9}{13}.$$

Тут дробова частина $\frac{4}{13}$ зменшуваного менша від дробової частини $\frac{9}{13}$ від'ємника. Тому збільшимо її, додавши з цілої частини одиницю, або $\frac{13}{13}$. Тоді матимемо:

$$\begin{aligned} 7\frac{4}{13} - 5\frac{9}{13} &= \left(6 + \frac{13}{13} + \frac{4}{13}\right) - 5\frac{9}{13} = 6\frac{17}{13} - 5\frac{9}{13} = \\ &= 6 - 5 + \frac{17}{13} - \frac{9}{13} = 1 + \frac{8}{13} = 1\frac{8}{13}. \end{aligned}$$

ЗАВДАННЯ**1043.** (Усно). Обчисліть:

1) $2 + 2\frac{1}{3}$; 2) $2\frac{7}{8} - 2$; 3) $1 - \frac{5}{6}$; 4) $2 - \frac{5}{6}$.

1044. (Усно). Обчисліть:

1) $3 + 1\frac{2}{9}$; 2) $1\frac{2}{7} + 2\frac{1}{7}$; 3) $5\frac{2}{6} - 3\frac{1}{6}$; 4) $7\frac{5}{7} - 2\frac{2}{7}$.

1045. (Усно). Уставте пропущені числа так, щоб нерівність була правильною:

1) $\frac{\square}{5} < 1$; 2) $\frac{\square}{9} < \frac{5}{9}$; 3) $\frac{3}{\square} > \frac{3}{4}$; 4) $\frac{5}{\square} > 1$.

1046. (Усно). Обчисліть.

1) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$; 3) $\frac{3}{7} + \frac{1}{7} - \frac{2}{7}$;
2) $\frac{11}{25} + \frac{9}{25} - \frac{7}{25}$; 4) $\frac{33}{50} - \frac{17}{50} - \frac{7}{50}$.

1047. Перетворіть неправильні дроби на мішані числа:


1) $\frac{11}{4}$; 3) $\frac{31}{6}$; 5) $\frac{88}{9}$;
2) $\frac{26}{3}$; 4) $\frac{45}{7}$; 6) $\frac{126}{12}$.

 **1048.** Перетворіть неправильні дроби на мішані числа:

1) $\frac{29}{7}$; 2) $\frac{43}{8}$; 3) $\frac{78}{10}$; 4) $\frac{153}{20}$.

1049. Перетворіть мішані числа на неправильні дроби:

1) $2\frac{3}{7}$; 3) $4\frac{9}{10}$; 5) $9\frac{1}{14}$;
2) $3\frac{7}{9}$; 4) $7\frac{5}{12}$; 6) $10\frac{8}{15}$.

 **1050.** Перетворіть мішані числа на неправильні дроби:

1) $7\frac{5}{7}$; 2) $5\frac{7}{12}$; 3) $8\frac{4}{9}$; 4) $10\frac{9}{13}$.

1051. Обчисліть:

1) $6 + 5\frac{5}{9}$;


3) $8\frac{7}{9} + 7\frac{2}{9}$;

5) $5 - 3\frac{7}{10}$;

2) $11\frac{5}{12} + 7$;

4) $1 - \frac{5}{9} + 2\frac{7}{9}$;

6) $7\frac{8}{12} - 4\frac{8}{12}$.

 **1052.** Обчисліть:

1) $7\frac{4}{17} + 8$;

2) $5 - 3\frac{9}{13}$;

3) $12\frac{3}{7} - 4\frac{3}{7}$;

4) $1 - \frac{9}{14} + 3\frac{7}{14}$.

1053. Обчисліть:

1) $1 - \frac{15}{89}$;

4) $5 - 3\frac{7}{19}$;

7) $6\frac{4}{15} - 3\frac{11}{15}$;

2) $1 - \frac{150}{158}$;

5) $8\frac{2}{18} - 4\frac{9}{18}$;

8) $12\frac{7}{22} + 8\frac{15}{22} - 15\frac{5}{7}$.

3) $11 - 10\frac{5}{11}$;

6) $8\frac{2}{7} - 3\frac{6}{7}$;

1054. Знайдіть значення виразу:

1) $\left(8\frac{4}{10} - 5\frac{8}{10}\right) + 4\frac{1}{10}$;

4) $17\frac{7}{8} - \left(8\frac{3}{8} + 7\frac{7}{8}\right)$;

2) $6 - 3\frac{9}{11} + 4\frac{3}{11}$;

5) $\left(4\frac{5}{6} - 1\frac{1}{6}\right) - \left(2\frac{4}{5} + \frac{1}{5}\right)$;

3) $\left(5\frac{1}{7} + 3\frac{6}{7}\right) - 8\frac{1}{2}$;

6) $\left(35\frac{7}{13} - 3\frac{2}{13}\right) + \left(1\frac{8}{13} - \frac{7}{13}\right)$.

 **1055.** Знайдіть значення виразу:

1) $7\frac{6}{17} - 5\frac{11}{17}$;

4) $\left(4\frac{7}{12} - 3\frac{11}{12}\right) + 7\frac{11}{12}$;

2) $12\frac{7}{20} - 9\frac{13}{20}$;

5) $11\frac{13}{15} - \left(8\frac{13}{15} + 1\frac{2}{15}\right)$;

3) $8\frac{12}{15} - 4\frac{7}{15} + 2$;

6) $\left(3\frac{5}{8} - \frac{3}{8}\right) - \left(1\frac{7}{8} + \frac{1}{8}\right)$.

1056. Розв'яжіть рівняння:

1) $9\frac{3}{8} - x = 5\frac{7}{8}$;


4) $5\frac{5}{7} - \left(x - 5\frac{3}{7}\right) = 2\frac{6}{7}$;

2) $y - 6\frac{6}{21} = 3\frac{15}{21}$;

5) $\left(y + 2\frac{6}{10}\right) + 4\frac{1}{10} = 10$;

3) $\left(x - \frac{4}{5}\right) - 5\frac{2}{5} = 2\frac{3}{5}$;

6) $\left(y - 2\frac{9}{21}\right) + 2\frac{13}{21} = 8\frac{5}{21}$.

 **1057.** Розв'яжіть рівняння:

1) $y - 4\frac{7}{11} = 5\frac{4}{11}$;

3) $\left(x - \frac{5}{6}\right) - 6\frac{2}{6} = 2\frac{4}{6}$;

2) $\left(x + 5\frac{1}{13}\right) + 6\frac{8}{13} = 13$;

4) $8\frac{6}{8} - \left(x - 5\frac{3}{8}\right) = 1\frac{5}{8}$.


1058. Яке найбільше натуральне число, позначене буквою, задовольняє нерівність:

1) $a < \frac{89}{4}$;

2) $\frac{39}{5} > b$;

3) $n < \frac{200}{17}$;

4) $\frac{126}{10} > m$?

 **1059.** Яке найменше натуральне число, позначене буквою, задовольняє нерівність:

1) $m > \frac{56}{3}$;

2) $\frac{233}{15} < n$?

1060. Знайдіть усі натуральні значення y , при яких виконується нерівність:

1) $2\frac{3}{7} < \frac{y}{7} < 4$;

2) $3\frac{2}{7} < \frac{23}{y} < 7\frac{2}{3}$.

1061. Заповніть порожні клітинки квадратів так, щоб суми чисел кожного стовпчика, рядка і кожної діагоналі були рівними.

1		3
	$2\frac{1}{2}$	
2		

$\frac{2}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{2}{4}$
1		

1062.

Заповніть порожні клітинки квадрата так, щоб суми чисел кожного стовпчика, рядка і кожної діагоналі дорівнювали 5.

	$\frac{7}{3}$	2
3		
	1	

1063.

Із міста до села виїхав велосипедист зі швидкістю 18 км/год. Одночасно з ним назустріч із села до міста вийшов пішохід зі швидкістю 6 км/год. Яка відстань від міста до села, якщо вони

рухалися без зупинок і через $\frac{3}{6}$ год зустрілися?

1064.

З одного мікрорайону міста в інший виїхав на моноколесі Андрійко зі швидкістю 16 км/год. Одночасно з ним йому назустріч з іншого мікрорайону виїхала на гіроскутері Софійка зі швидкістю 12 км/год. Яка відстань між мікрорайонами, якщо Андрійко та Софійка рухалися без зупинок і через $\frac{1}{4}$ год зустрілися?

1065.

Бабуся Ганна планує навесні садити городину. На $\frac{3}{15}$ усієї ділянки вона хоче посадити цибулю, на $\frac{6}{15}$ — посіяти моркву, на $\frac{4}{15}$ — буряки, а на $\frac{5}{15}$ — огірки.

1. Чи зможе Ганна втілити такий план?
2. Якщо ні, то як їй можна його змінити?

1066.

П'ятикласниця Аліна вирішила роздати всі свої наклейки чотирьом подругам так, щоб $\frac{5}{19}$ наклейок отримала одна з них, $\frac{7}{19}$ — друга, $\frac{6}{19}$ — третя, $\frac{3}{19}$ — четверта.

1. Чи зможе Аліна реалізувати такий благодійницький план?
2. Якщо ні, то як їй можна його змінити?

1067.


Око мухи влаштовано дивовижним чином. Воно складається з великої кількості маленьких очей — фасеток. На правому оці й на лівому по 4350 фасеток. $\frac{2}{5}$ фасеток лівого ока



та $\frac{2}{3}$ фасеток правого ока помітили загрозу. Скількома фасетками муха помітила загрозу?

1068. Робот-рятувальник може на одній зарядці акумуляторних батарей пролетіти 1200 м або пробігти 18 км 600 м. Під час рятувальних робіт робот пролетів відстань, на яку витратив $\frac{2}{3}$ зарядки акумуляторів.

1. Яку відстань він зможе ще пробігти на тій зарядці, яка залишилася?
2. Якщо до потерпілого, якому потрібна допомога робота-рятувальника, залишається ще 6 км 400 м, то чи зможе він на цій зарядці добратись до нього?

 **1069.** У супермаркеті в контейнері було 270 кг мандаринів. Першого дня покупці відібрали з контейнера $\frac{4}{9}$ від усіх мандаринів, а другого дня — третину. Мандарини, що залишилися, продавали зі знижкою, що становила $\frac{1}{6}$ від початкової ціни 30 грн за кілограм.

1. Скільки кілограмів мандаринів було продано першого та другого дня разом?
2. Яка вартість усіх мандаринів, проданих зі знижкою?

1070. Водій-дальнобійник Драйвер виїхав у рейс з 38 тоннами і 100 кг вантажу. На першому складі було розвантажено $\frac{2}{6}$ маси вантажу, на другому складі — четверту частину. На третьому складі на вантажівку довантажили $\frac{2}{5}$ того вантажу, що залишався після обох попередніх розвантажувальних. Скільки вантажу (у тоннах і кілограмах) привіз Драйвер на четвертий склад?

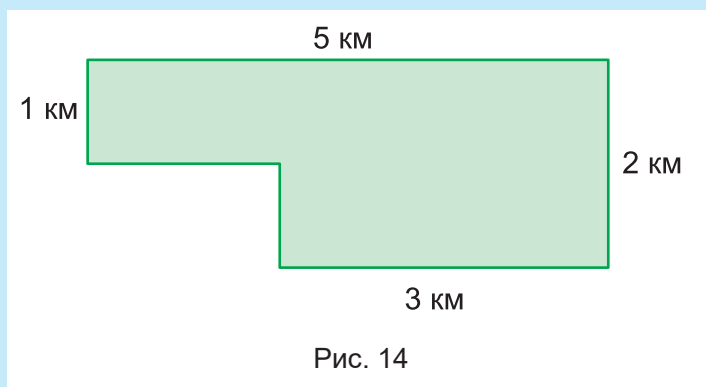
1071. На новозбудованій станції метро виклали мозаїкою картину, на якій зображена гора Говерла. Картина викладена з круглих, трикутних, прямокутних та шестикутних скелець.

Загальна кількість усіх скелець — 12320. $\frac{2}{8}$ від цієї кількості становлять круглі скельця, $\frac{2}{7}$ — трикутні, $\frac{1}{5}$ — шестикутні.



1. Скільки всього круглих та трикутних скелець у мозаїці?
2. Скільки прямокутних скелець у мозаїці?

1072. На *рис. 14* зображено план ділянки лісу, на якій ростуть буки, дуби та клени. Буки займають $\frac{2}{8}$ площі всієї ділянки, дуби — $\frac{3}{8}$ всієї площі. Визначте площі ділянок, на яких ростуть буки, дуби та клени.



1073. Коли черепаха пододала половину наміченої відстані, та ще четвертину, то їй залишилося ще 250 м. Яким був увесь шлях мандрівниці-черепахи?

1074. Практичне завдання: мій інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та проілюструйте кілька задач на тему «Мова алгебри».



УКРАЇНСЬКІ ВЧЕНІ-МАТЕМАТИКИ ЗІ СВІТОВИМИ ІМЕНАМИ

Навіть навчаючись вже у 5 класі, ви все одно оволоділи ще тільки початками математичних знань, а тому не зможете досягнути проблем, які вирішуються в цій науці на її високих щаблях. До певної міри це стане вам до снаги у старших класах. Однак уже й зараз варто знати, що до цієї світової скарбниці знань зробили свій вагомий внесок і українські вчені.



Михайло Остроградський

Першим серед великих українських математиків слід назвати Михайла Остроградського (1801–1862). Він народився на хуторі на Полтавщині, закінчив Полтавську гімназію і Харківський університет, а потім упродовж шести років слухав лекції та відвідував наукові зібрання провідних європейських учених-математиків у Парижі. Пізніше переїхав до Петербурга і довгі роки працював в науці та освіті в ранзі академіка Академії наук. Користувався беззаперечним авторитетом в наукових та освітніх колах, мав численних учнів та послідовників. Працюючи довгі роки на чужині, він ніколи не поривав зв'язків з Україною, часто приїздив на батьківщину на літні вакації, всіляко підтримував вихідців з України, а по смерті заповів похоронити його на рідному хуторі.

Наступним із грандів української математики згадаємо Георгія Вороного (1868–1908). Він теж народився в селі — на Чернігівщині, і теж досяг найбільших вершин світової науки. А термін діаграма Вороного з 1970-х років став одним із найважливіших

понять у комп'ютерній геометрії, теорії штучного інтелекту, в сучасній молекулярній біології.

Ще одним видатним математиком, вихідцем із села (що на Волині), був Михайло Кравчук (1892–1942). У 1914 р. він закінчив Київський університет і вже через кілька років став його професором, а пізніше — й академіком Всеукраїнської Академії наук. У 1920–30-х роках за свої наукові праці здобув визнання світової наукової спільноти, зокрема виступав з доповідями на кількох міжнародних математичних конгресах. Водночас, надавав величезного значення математичній освіті школярів і попри неймовірну академічну й викладацьку зайнятість з ентузіазмом працював над її розбудовою. Навіть писав з колективом однодумців шкільні підручники для 5–7 класів тодішньої семирічної школи. А ще — у 1934 р. організував першу математичну олімпіаду для школярів. На жаль, у 1938 р. Михайло Кравчук був репресований комуністичним режимом і в розквіті життєвих та творчих сил загинув у сталінських таборах.



Георгій Вороний

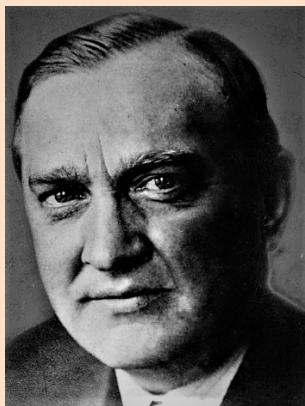


Михайло Кравчук

У той самий час у Львові, в політехнічному інституті та в університеті працював і створював свої математичні простори Стефан Банах (1892–1945). Простір Банаха, теорема Банаха, решітка Банаха, алгебра Банаха — ось далеко не повний перелік понять сучасної математики, введених Банахом, а потім названих на його честь. Як і Михайло Кравчук, Стефан Банах теж активно працював в освіті і теж створював шкільні підручники.

У ближчі до нас часи в Харківському університеті працював видатний геометр Олексій Погорелов (1919–2002). Світового визнання набули його теоретичні дослідження безпечного згинан-

ня поверхонь і тонких оболонок. А широкому загалу він відомий як автор підручника з геометрії для 7–11 класів, за яким з 1980-х по 2000-і роки навчалися сотні тисяч школярів.



Степан Банах



Олексій Погорелов

Традиції великих попередників гідно продовжують сучасні українські вчені-математики. Зокрема, зовсім недавно — у 2016 р., — розв'язала давню математичну проблему випускниця механіко-математичного факультету Київського університету (2005 р.) Марина В'язовська. Ця проблема стосується раціонального упакування куль у 8-вимірному просторі, а її розв'язання має істотне значення для теорії кодування й декодування інформації та оптимізації цифрових середовищ.



Марина В'язовська

За це відкриття Марині В'язовській у 2019 р. було присуджено престижну премію Ферма — міжнародну математичну премію для молодих учених.

Попри безсумнівні здобутки окремих науковців, вирішальна роль у сучасному поступі математичної науки, особливо прикладного спрямування, належить великим науковим центрам. Визнаним у світі дослідницьким центром є Інститут математики національної Академії наук у Києві. Роблять свій помітний внесок і наукові школи з давніми традиціями у провідних українських університетах — Київському, Харківському, Львівському, Одеському.



§ 5. Урок-практикум «Екологічний катамаран «Манта»»

Задача 1. Французький яхтсмен Ів Бурньон запропонував створити екологічний катамаран для очищення води океанів від пластикового сміття і назвати його «Мантою» — від назви найбільшого морського ската. Над проектом працюють 20 компаній та кілька лабораторій. Кіль-



кість лабораторій становить $\frac{1}{4}$ від кількості компаній. Скільки лабораторій створюють проект катамарана «Манта»?

Задача 2. У кожній із 20 компаній працюють по 25 людей, а кількість людей в одній лабораторії становить $\frac{2}{5}$ від кількості співробітників та співробітниць однієї компанії. Скільки всього людей працюють у всіх компаніях та лабораторіях над проектом цього катамарана?

Задача 3. Пластикові відходи будуть подавати на борт катамарана за допомогою двох конвеєрних стрічок. Після цього відходи перероблятимуть на газ, який спрямують на турбіни, що виробляють електрику. Із кожної тонни пластикових відходів $\frac{2}{8}$ ча-



стини цієї маси перетворюються на газ. Під час згорання газу виробляється стільки одиниць електричної енергії, скільки становить десята частина маси від цього газу. Одиницю електричної енергії називають кіловат-годиною.

1. Скільки кілограмів газу утворюється під час переробки однієї тонни пластику?
2. Скільки кіловат-годин електричної енергії виробляється з однієї тонни пластику?

Задача 4. Скільки кілограмів газу можна отримати та скільки кіловат-годин електричної енергії при цьому виробити, якщо переробити 10 т пластику?

Задача 5. Катамаран може збирати пластикові відходи на глибині до 1 м, а найменший за розмірами пластик становить $\frac{1}{100}$ ча-

стину від максимальної глибини, на якій катамаран може працювати. Які найменші шматочки пластику (в мм) може збирати катамаран?

Задача 6. Довжина катамарана 56 м, а ширина — 26 м. На катамарані розміщена сонячна електростанція, площа панелей якої становить $\frac{3}{8}$ від

площі катамарана. Обчисліть площу панелей сонячної електростанції.



Задача 7. Для переміщення катамарана використовують два однакові вітрила прямокутної форми та електричні двигуни. Площа обох вітрил становить 620 м^2 . Ширина вітрила дорівнює $\frac{1}{62}$ від площі обох вітрил. Які розміри мають вітрила катамарана?

Задача 8. Передбачено, що максимальна маса одного катамарана разом із відходами становитиме 1800 т, а без відходів — $\frac{6}{9}$ від цієї маси. Маса морського ската манта становить $\frac{1}{900}$ частину від маси ка-



тамарана. На одному катамарані працюватимуть 34 робітники.

1. Скільки тонн пластикових відходів зможуть перевозити одночасно 100 катамаранів?
2. Скільки робітників працюватиме на цих катамаранах?
3. Яка маса морського ската манта?

Задача 9. Швидкість катамарана під час збору пластику дорівнює 2 вузли, що становить $\frac{1}{26}$ частину від максимальної швидкості руху катамарана.

1. Яка максимальна швидкість руху катамарана?
2. Чому швидкість руху морських суден вимірюють вузлами? Знайдіть інформацію про це в Інтернеті та запишіть кілька реченнями в зошит.

Задача 10. За підрахунками науковців, 400 катамаранів зможуть зібрати третину пластикового сміття Світового океану.

1. Скільки потрібно катамаранів, щоб зібрати все сміття Світового океану?
2. Що називають Світовим океаном?
3. Яку площу займає Світовий океан від площі поверхні нашої планети?



Контрольна робота №8 Звичайні дроби

1. Знайдіть $\frac{3}{8}$ від 48.

А	Б	В	Г
6	12	18	24

2. Розмістіть числа $a = \frac{9}{16}$, $b = 1$, $c = \frac{16}{9}$ у порядку зростання.

А	Б	В	Г
c, a, b	b, c, a	a, c, b	a, b, c

3. Виділіть цілі частини неправильних дробів $\frac{15}{4}$, $\frac{19}{6}$, $\frac{27}{6}$ та знайдіть суму цих частин.

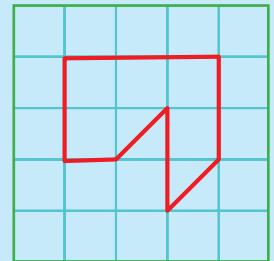
А	Б	В	Г
6	11	10	12

4. Розмістіть числа $a = \frac{27}{6}$, $b = \frac{19}{3}$, $c = \frac{29}{4}$ у порядку спадання.

А	Б	В	Г
c, a, b	c, b, a	a, c, b	a, b, c

5. Яку частину площі великого прямокутника (див. рис.) становить площа обведеної фігури?

А	Б	В	Г
$\frac{5}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{8}{30}$



6. Скільки існує натуральних чисел a , для яких виконується нерівність $\frac{a}{9} < \frac{8}{9}$?

А	Б	В	Г
шість	сім	вісім	п'ять

7. Установіть відповідність між числовим виразом 1) – 3) та його значенням (А – Д).

1 $\frac{9}{11} + \frac{5}{11} - 1$	А $\frac{15}{11}$	Г $\frac{12}{11}$	А	Б	В	Г	Д
2 $\frac{3}{11} + 2\frac{1}{11} - 1$	Б $\frac{3}{11}$	Д $\frac{11}{11}$	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3 $5\frac{7}{11} - 3\frac{6}{11} - 1$	В $\frac{13}{11}$		2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
			3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

8. При якому значенні натурального числа x виконується рівність $\frac{32}{x-3} = 8$?

9. Розв'яжіть рівняння $\left(y - 1\frac{5}{26}\right) + 3\frac{11}{26} = 9\frac{3}{26}$.

10. Мандрівник Невгамовний за три дні подолав 420 км. Першого дня він подолав третину всієї відстані, а другого дня — $\frac{3}{5}$ її. Яку відстань подолав мандрівник третього дня?

11. Обчисліть значення виразу $\left(8\frac{2}{9} - 2\frac{5}{9}\right) - \left(3\frac{7}{8} + \frac{1}{8}\right)$.

12. Конструктори випробовували три моделі безпілотних літальних апаратів — АІ, АІІ і АІІІ. На одній зарядці акумуляторів кожному з безпілотників потрібно було пролетіти відстань 285 км. Кожен апарат пролетів відстань, більшу за нормативну. Безпілотник моделі АІ пролетів $\frac{8}{5}$ від нормативної відстані, безпілотник моделі АІІ — $\frac{5}{3}$, а безпілотник моделі АІІІ — $\frac{22}{15}$.

1. Котрий із безпілотників пролетів найбільшу відстань?

2. Розмістіть дроби $\frac{8}{5}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{22}{15}$ у порядку зростання.



«Арифметика»

Фрагмент гобелену 1520-х років із Паризького «Музею Середньовіччя»

Муза-покровителька арифметики навчає
навігатора основам своєї науки.

Разом з навігатором прийшли купці, один з яких намагається
привернути увагу покровительки до архаїчного мистецтва лічби на
вузліках. Однак та не проявляє до цього жодного інтересу.

Навчальна книга, за якою муза арифметики навчає навігатора,
об'ємна і ґрунтується, як видно з розгорнутої сторінки,
на арабсько-індійській системі числення. Однак у ній, поза всяким
сумнівом, ще немає розділу про десяткові дробі. Ці дробі
набули поширення в Європі лише під кінець 16-го століття.

РОЗДІЛ 9.

ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ. ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Із цього розділу ви довідаєтесь, що десяткові дроби — це окремий вид дробових чисел, запис і читання яких дивовижно схожі на запис і читання натуральних чисел. Ця схожість настільки глибока, що порівняння, округлення, додавання та віднімання десяткових дробів проводяться по суті за тими самими правилами, які застосовуються для натуральних чисел. З дробами — так само, як з цілими числами! Хіба не дивовижа? Цим і пояснюється пріоритет десяткових дробів над іншими дробовими числами. А в сучасній комп'ютерній математиці, прикладній механіці та економіці інші дроби майже й не використовуються.

Опанувавши цей розділ, ви вмітимете записувати й читати десяткові дроби, порівнювати та округлювати їх, а також письмово додавати та віднімати.

§ 1. ЩО ТАКЕ ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ. ЗАПИС І ЧИТАННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ

Вивчаємо теорію

З усіх дробових чисел у практиці найчастіше використовуються такі дроби, які мають у знаменнику круглі числа 10, 100, 1000 тощо. Це пов'язано з тим, що такі дроби найбільше узгоджуються із загальноприйнятою тепер метричною системою вимірювання величин. Наприклад, оскільки $1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} = 1000 \text{ мм}$, то

$$1 \text{ дм} = \frac{1}{10} \text{ м}, 1 \text{ см} = \frac{1}{100} \text{ м}, 1 \text{ мм} = \frac{1}{1000} \text{ м};$$

$$1 \text{ см} = \frac{1}{10} \text{ дм}, 1 \text{ мм} = \frac{1}{100} \text{ дм};$$

$$1 \text{ мм} = \frac{1}{10} \text{ см}.$$

Узгоджуються такі дробові числа і з грошовими системами, оскільки, наприклад, $1 \text{ коп.} = \frac{1}{100} \text{ грн}$, а $1 \text{ цент} = \frac{1}{100} \text{ долара}$.

Але головною перевагою таких дробових чисел є те, що для них можна застосувати таку систему запису і читання, яка повністю аналогічна системі запису і читання цілих натуральних чисел. І тоді основні дії з дробовими числами, їхнє порівняння та округлення можна проводити за тими самими правилами, що й для цілих чисел.

Нагадаємо, що сучасна система запису натуральних чисел є десятковою і позиційною. Це означає, зокрема, що одиниця кожного нижчого розряду в 10 разів менша від одиниці наступного вищого розряду. Виявляється, що дробові числа зі знаменниками 10, 100, 1 000, 10 000, ... теж можна записувати за таким самим принципом, долучивши до цілих розрядних одиниць дробові — $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$, Це впливає з того, що кожна наступна така розрядна одиниця теж у 10 разів менша від попередньої.

Наприклад, дробове число $\frac{349}{100}$, яке дорівнює $3\frac{49}{100}$, можна за-

писати у формі:

3,49,

відділивши для зручності цілу частину від дробової комою. Тоді цифра 4 позначатиме кількість десятих частин, цифра 9 — кількість сотих частин, а разом 4 десятих і 9 сотих якраз і даватиме 49 сотих.



Запис дробового числа у формі:

$a, bcde\dots$,

в якій буквою a позначена ціла частина, а буквами b, c, d, e, f, \dots — цифри дробової частини, називається **десятковим дробом**.

При цьому перша цифра a дробової частини вказує кількість десятих частин у числі, друга b — кількість сотих частин, третя c — тисячних, четверта d — десятитисячних тощо. Усі разом ці цифри називаються **десятковими знаками** числа.

Якщо в дробовому числі відсутня ціла частина, то перед комою пишуть цифру 0 і читають: «нуль цілих».

Дробову частину завжди читають як звичайне ціле число, але в кінці додають назву виражених ним частин цілого — «десятих», «сотих», «тисячних», «десятитисячних» тощо.

Наприклад, десяткове число 54,18 читається так: «п'ятдесят чотири цілих і вісімнадцять сотих», а десяткове число 0,8365 — як: «нуль цілих і вісім тисяч триста шістьдесят п'ять десятитисячних».

Навпаки, десяткові дроби можна записувати у вигляді мішаних чисел. Наприклад, десятковий дріб 54,18 можна записати у формі такого мішаного числа: $54\frac{18}{100}$. Зауважте, обидві форми

записуються по-різному, але читаються однаково.



Щоб записати десятковий дріб у вигляді мішаного числа, потрібно цілу частину залишити ту саму, дробову частину десяткового дроби записати в чисельнику дробової частини мішаного числа, а в знаменнику мішаного числа записати одиницю зі стількома нулями, скільки цифр містить дробова частина десяткового дроби.

Ще кілька прикладів: $8,3 = 8\frac{3}{10}$; $0,94 = \frac{94}{100}$; $5,002 = 5\frac{2}{1\,000}$.

Як і натуральні числа, десяткові дроби теж можна записувати у вигляді суми розрядних доданків.

Наприклад,

$$1) 32,1375 = 30 + 2 + \frac{1}{10} + \frac{3}{100} + \frac{7}{1\,000} + \frac{5}{10\,000};$$

$$2) 104,508 = 100 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{8}{1\,000}.$$

Нулі у розрядах десятків і сотих для числа 104,508 позначають відсутність у ньому відповідних розрядних одиниць.



З аналогічної причини, до дробової частини будь-якого десяткового дроби справа можна дописати один, два або й будь-яку іншу кількість нулів; значення дроби від цього не зміниться.



Більше того, навіть ціле натуральне число можна записати у вигляді десяткового дроби, дописавши до нього дробову частину, що складається з одного або кількох нулів.

Наприклад, $25 = 25,0 = 25,00 = 25,000$.



Навпаки, якщо дробова частина десяткового дроби складається лише з нулів, то її можна відкинути і в такий спосіб записати дріб у вигляді цілого числа.

Попри те, нулі всередині дробової частини відкидати не можна (!), оскільки при цьому наступні розряди змістяться вліво і тому дріб збільшиться. Наприклад, $14,306 < 14,36$.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклади. За допомогою десяткових дроби, записати:

- 1) у гривнях 85 грн 70 коп.;
- 2) у метрах 2 м 3 дм 9 см;
- 3) у кілограмах 15 кг 37 г;
- 4) у тонах 5 т 8 ц 3 кг.

Розв'язання. 1) $86 \text{ грн } 75 \text{ коп.} = 86 \text{ грн} + \frac{75}{100} \text{ грн} = 86\frac{75}{100} \text{ грн} = 86,75 \text{ грн.}$

$$2) 2 \text{ м } 3 \text{ дм } 9 \text{ см} = 2 \text{ м } 39 \text{ см} = 2 \text{ м} + \frac{39}{100} \text{ м} = 2\frac{39}{100} \text{ м} = 2,39 \text{ м}.$$

$$3) 15 \text{ кг } 37 \text{ г} = 15 \text{ кг} + \frac{37}{1000} \text{ кг} = 15\frac{37}{1000} \text{ кг} = 15,037 \text{ кг}.$$

$$4) 5 \text{ т } 8 \text{ ц } 3 \text{ кг} = 5 \text{ т } 803 \text{ кг} = 5 \text{ т} + \frac{803}{1000} \text{ т} = 5\frac{803}{1000} \text{ т} = 5,803 \text{ т}.$$



Перевірте себе

1. Наведіть приклади застосування десяткових дробів для запису співвідношень між одиницями довжини і маси.
2. У якій формі записують десяткові дроби?
3. Як називають частини в записі десяткового дробу?
4. Як записати десятковий дріб у вигляді мішаного числа?

ЦІКАВО ПРОЧИТАТИ

Першим використовувати десяткові дроби для практичних обчислень почав на початку 15 століття перський астроном і математик Джемшид аль-Каші. Цілу і дробову частини десяткового дробу він записував в один ряд і відокремлював їх одну від одної або вертикальною рисою, або записував чорнилом різного кольору.



Джемшид аль-Каші



Медресе в Самарканді
(рік заснування 1417)

Аль-Каші народився у місті Кашан на території сучасного Ірану, а в зрілі роки працював у медресе (вищій релігійно-науковій школі) та проводив астрономічні спостереження у знаменитій обсерваторії в Самарканді (тепер Узбекистан).

Першим у Європі ввів в ужиток десяткові дроби нідерландський математик та інженер Симон Стевін (1548–1620). Він для відокремлення цілої і дробової частин ставив між ними нуль у кружечку. Прийняту в наш час кому для цього запропонував видатний німецький астроном Йоганн Кеплер (1571–1630). Проте в США, Великій Британії та деяких інших країнах замість коми використовують крапку. Тому, прикладом, десятковий дріб 2,35 записують так: 2.35. Такий запис використовують і в комп'ютерних науках.



Симон Стевін



Йоганн Кеплер

ЗАВДАННЯ

- 1075.** Запишіть цілу і дробову частини десяткових дробів:
- 1) 8,102; 30,016; 102,3014; 1,00002;
 - 2) 0,0203; 7,00007; 300,012; 1001,01.
- 1076.** Запишіть десятковим дробом:
- 1) дві цілих триста п'ятдесят чотири тисячних;
 - 2) нуль цілих три сотих;
 - 3) шістнадцять цілих три тисячі сімсот п'ять десятитисячних;
 - 4) сто дві цілих вісімсот п'ять сот тисячних.
 - 5) нуль цілих вісім сотих;
 - 6) п'ять цілих сім тисячних;
 - 7) вісімдесят вісім цілих вісімдесят вісім тисячних;
 - 8) шістнадцять цілих шістнадцять тисячних.
- 1077.** Запишіть десятковим дробом:
- 1) 27 цілих 6 десятих;
 - 2) 5 цілих 6 десятих 3 сотих;
 - 3) 28 цілих 7 десятих 4 сотих 8 тисячних.
 - 4) 20 цілих 3 десятих 5 тисячних;
 - 5) 324 цілих 3 сотих 2 тисячних 4 десятитисячних;
 - 6) 9 цілих 9 тисячних;
 - 7) 0 цілих 5 сотих 2 тисячних;
 - 8) 0 цілих 9 десятих 5 тисячних.

1078. Запишіть десятковим дробом:

1) $\frac{4}{10}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{11}{10}$; $\frac{23}{10}$; $4\frac{3}{10}$; $5\frac{6}{10}$;

2) $\frac{23}{100}$; $\frac{48}{100}$; $\frac{124}{100}$; $\frac{236}{100}$; $\frac{7}{100}$; $4\frac{17}{100}$; $6\frac{8}{100}$;

3) $\frac{124}{1000}$; $\frac{34}{1000}$; $\frac{57}{1000}$; $\frac{8}{1000}$; $1\frac{73}{1000}$; $9\frac{3}{1000}$;

4) $\frac{4}{10}$; $\frac{40}{100}$; $\frac{400}{1000}$; $\frac{4000}{10\,000}$.

1079. Запишіть кожне число у вигляді суми розрядних одиниць: 1687; 26,79; 3,759; 50,05; 5,906; 23,56701.

1080. Виділіть цілу і дробову частини та запишіть десятковим дробом:

$\frac{29}{10}$; $\frac{203}{10}$; $\frac{259}{100}$; $\frac{854}{100}$; $\frac{267}{100}$; $\frac{5483}{1000}$; $\frac{45\,638}{10\,000}$.


1081. Запишіть звичайним або мішаним дробом: 0,7; 0,13; 0,109; 5,004; 5,3; 3,14; 8,03.

1082. Виразіть у гривнях і запишіть десятковим дробом:

1) 45 коп., 75 коп., 92 коп., 51 коп., 25 коп.;

2) 5 коп., 8 коп., 2 коп., 9 коп., 6 коп.;

3) 98 коп., 102 коп., 105 коп., 120 коп., 235 коп., 230 коп.

 **1083.** Виразіть у дециметрах і запишіть десятковим дробом: 53 см; 329 см; 8 см; 5 см 7 мм; 4 дм 9 см 5 мм.


1084. Виразіть у метрах і запишіть десятковим дробом:

1) 3 м 5 дм 4 см;

3) 3 м 4 мм;

2) 1 м 3 дм 8 мм;

4) 14 м 1 дм 4 см 6 мм.

 **1085.** Виразіть у метрах і запишіть десятковим дробом:

1) 4 м 4 мм;


3) 6 см 8 мм;

2) 4 дм 2 см 9 мм;

4) 6 мм.


1086. Виразіть у кілометрах і запишіть десятковим дробом:

4 км 249 м; 2053 м; 875 м; 46 м; 7 м; 20 042 м.

 **1087.** Виразіть у кілограмах:

1248 г; 1048 г; 869 г; 78 г; 5 г; 5 кг 246 г; 3 кг 209 г; 6 кг 48 г; 5 кг 8 г.

1088. Виразіть у квадратних метрах: 4 дм²; 37 см²; 4 дм² 5 см².

- 1089.** Виразіть у тоннах: 3546 кг; 547 кг; 57 кг; 8 кг; 0,6 кг.
-  **1090.** Найбільша глибина Чорного моря 2,210 км. Виразіть глибину моря в метрах.
- 1091.** Переставте у кожному з чисел: 4,7; 0,43; 43,7; 489,7; 0,041; 0,0041 кому так, щоб кожне число містило 4 цілих. Запишіть ці числа.
- 1092.** Між якими двома натуральними числами міститься число, записане цифрами 5 і 6 та комою між ними?
- 1093.** Запишіть десятковим дробом частки:
1328 : 100; 72 : 1000; 9 : 100; 4567 : 1000.

§ 2. ПОРІВНЯННЯ ТА ОКРУГЛЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ

Вивчаємо теорію

Як з'ясовано у попередньому параграфі, система запису десяткових дробів повністю аналогічна системі запису цілих натуральних чисел. Особливо наголосимо на тому, що розрядні одиниці дробових і цілих частин десяткових дробів утворюють **нерозривний** ряд:

$$\dots, 10\,000, 1\,000, 100, 10, 1, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1\,000}, \frac{1}{10\,000}, \dots$$

члени якого при русі з будь-якого місця справа наліво підпорядковані тій самій закономірності, що й розрядні одиниці лише натуральних чисел: з кожним кроком вони збільшуються в 10 разів. Винятку немає навіть при переході від першого дробової одиниці $\frac{1}{10}$ до першої цілої одиниці 1. Як наслідок, порівняння та округ-

лення десяткових дробів проводиться за тими самими правилами, що й порівняння та округлення натуральних чисел.

Отже, десяткові дроби, як і натуральні числа, порівнюють порозрядно, починаючи з найвищого розряду.



Із двох десяткових дробів більший той, у якого ціла частина більша; якщо цілі частини рівні, тоді той дріб більший, у якого число десятих більше; якщо рівні цілі і десяті, тоді той дріб більший, у якого число сотих більше, і т. д.

Порівняємо, наприклад, десяткові дроби 12,23 і 12,204.

Цілі частини цих дробів рівні, порівну в них і десятих, а сотих у першому числі більше, ніж у другому ($3 > 0$). Тому $12,23 > 12,204$.

Округлюють десяткові дроби теж так само, як і натуральні числа.



Щоб округлити десятковий дріб до певного розряду, потрібно всі цифри справа від цього розряду замінити нулями (а в дробовій частині — просто відкинути). Якщо перша замінена або відкинута цифра 0, 1, 2, 3, 4, то цифру в розряді, до якого округлюють, не змінюють, а якщо 5, 6, 7, 8, 9, — то збільшують на 1.

Округлимо, наприклад, десятковий дріб 593,2804 до низки розрядів:

- а) до тисячних: $593,2804 \approx 593,280$ (перша відкинута цифра 4, тому попередньої цифри 0 не змінюємо);
- б) до сотих: $593,2804 \approx 593,28$ (перша відкинута цифра 0, тому попередньої цифри 8 не змінюємо);
- в) до десятих: $593,2804 \approx 593,3$ (перша відкинута цифра 8, тому попередню цифру 2 збільшуємо на одиницю);
- г) до одиниць: $593,2804 \approx 593$ (дробову частину відкидаємо; перша відкинута цифра 2, тому попередньої цифри 3 не змінюємо);
- ґ) до десятків: $593,284 \approx 590$; (перша відкинута цифра 3, тому попередньої цифри 9 не змінюємо)
- д) до сотень: $593,284 \approx 600$ (перша відкинута цифра 9, тому попередню цифру 5 збільшуємо на одиницю).

Зауважте, що в кінці дробових частин округлених чисел нулів не відкидають. Наприклад, якби в округленні числа 593,2804 до тисячних відкинути останній нуль, тобто замість 593,280 записати 593,28, то це можна було б розуміти й так, що округлення виконано до сотих.



Перевірте себе

1. Яку властивість має ряд із послідовних розрядних одиниць цілих і дробових частин десяткових дробів?
2. За яким правилом порівнюють десяткові дробі?
3. За яким правилом округлюють десяткові дробі?





ЗАВДАННЯ

1094. Порівняйте величини: 0,6 дм і 0,7 дм; 1,2 дм і 0,9 дм; 1,1 дм і 1,2 дм; 1,9 см і 2 см; 7 см і 7,1 см.

1095. Порівняйте дробі (1095–1098).

- | | |
|-------------------|--------------------|
| 1) 0,4 і 0,6; | 4) 1,2300 і 1,164; |
| 2) 14,30 і 14,27; | 5) 1,5 і 1,52; |
| 3) 43,04 і 43,1; | 6) 14,3 і 14,29. |

- 1096.**
- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) 4,568 і 4,570; | 4) 43,04 і 43,10; |
| 2) 1,23 і 1,2164; | 5) 4,568 і 4,57; |
| 3) 0,5 і 0,49; | 6) 40,05 і 41. |


- 1097.** 1) 4,3 і 3,2; 3) 4,24 і 4,250;
2) 4,2 і 4,13; 4) 4,2 і 4,10.
-  **1098.** 1) 4,241 і 4,25; 3) 4,241 і 4,240;
2) 4,20 і 4,13; 4) 4,240 і 4,24.
- 1099.** Між якими двома сусідніми натуральними числами знаходиться дріб:
1) 3,8; 2) 12,48; 3) 10,4; 4) 7,22?
Знайдіть помилки і виправте їх (1100, 1001).
- 1100.** 1) $14,7 < 14,70$; 3) $1,45 > 1,43$;
2) $0,3040 > 0,34$; 4) $3,45 < 3,46$.
-  **1101.** 1) $3,00304 > 3,034$; 3) $6,307 > 6,037$;
2) $0,004 > 0,04$; 4) $4,44 < 4,444$.
Порівняйте величини (1102, 1103).
- 1102.** 1) 0,7 дм і 7 см; 3) 0,7 дм і 0,7 м;
2) 7 дм і 70 мм; 4) 0,7 дм і 0,70 дм.
-  **1103.** 1) 0,7 дм і 7,5 см; 3) 0,7 дм і 0,08 м;
2) 0,7 дм і 68 см; 4) 0,7 дм і 7 10 дм.
- 1104.** При яких натуральних значеннях букв є правильною нерівність:
1) $2,41 < x < 7,23$; 4) $3,7 < y < 5,4$;
2) $0,1 < a < 2,1$; 5) $39 < b < 40$;
3) $23,6 < c < 31,4$; 6) $4,8 < k < 5,1$?
- 1105.** Знайдіть хоч одне значення x , яке є розв'язком нерівності:
1) $7 < x < 8$; 4) $0,1 < x < 0,2$;
2) $0,12 < x < 0,13$; 5) $3,9 < x < 4$;
3) $8 < x < 8,001$; 6) $8,01 < x < 8,011$.
- 1106.** Прочитайте дроби: 0,7; 0,70; 0,700; 0,7000; 0,70000. Що можна сказати про ці дроби?
- 1107.** Чи зміниться десятковий дріб, якщо справа до нього приписати кілька нулів? Перевірте відповідь на прикладах.
- 1108.** Прочитайте дроби: 0,00043; 0,0043; 0,043; 0,43; 4,3. Який з них найбільший і який — найменший?
- 1109.** Розмістіть дроби в порядку їхнього спадання: 0,36; 0,498; 0,473; 0,36009; 0,0592; 0,92; 0,372.
-  **1110.** Розмістіть дроби в порядку їхнього зростання: 0,25; 0,387; 0,362; 0,25998; 0,0489; 0,81; 0,7; 0,261.

ниць кілометра. Скільком кілометрам приблизно дорівнює 1 морська миля?

- 1122.** У поданій таблиці записані одиниці маси, які використовували в Україні у XIX та на початку XX століть.

Одиниці довжини
Берковець = 10 пудів = 163, 8 кг
Пуд = 40 футів = 16,3805 кг
Фунт = 409,51 г = 32 лоти = 96 золотників
Лот = 3 золотники = 12,797 г
Золотник = 96 долей = 4,2657 г
Доля = 44,435 мг

- а) Округліть значення берковця і пуда до сотих кілограма; до десятих кілограма; до цілого кілограма. Скільки кілограмів приблизно містив 1 пуд?
- б) Округліть значення фунта, лота і золотника до десятих грама; до цілого грама. Скільки грамів приблизно містив 1 фунт? А яку частину кілограма мав 1 фунт?
- в) Округліть значення долі до сотих міліграма; до десятих міліграма; до цілого грама.

-  **1123.** В англійській системі мір досі використовують одиницю маси 1 фунт. 1 фунт = 0,45359237 кг. Округліть це число до десятих кілограма; до сотих кілограма; до тисячних кілограма. Скільки наближено грамів містить 1 фунт?

- 1124.** Запишіть замість зірочок усі можливі цифри, при яких є правильними такі наближені рівності:

- 1) $2,26^* \approx 2,26$; 3) $17,* \approx 18$;
2) $2,26^* \approx 2,27$; 4) $17,* \approx 17$.

§ 3. ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ

Вивчаємо теорію

Зазначена в попередньому параграфі **нерозривність** ряду розрядних одиниць дробових і цілих частин десяткових дробів має своїм наслідком те, що додавання та віднімання десяткових дробів теж можна проводити «у стовпчик» і за тими самими правилами, що й для натуральних чисел. Потрібно тільки уважно стежити за тим, щоб однойменні розряди доданків (зменшуваного та від'ємника) були записані один під одним, а кома під комою. При цьому положення коми в сумі або в різниці не змінюється.



Щоб додати (відняти) десяткові дроби, потрібно записати їх один під одним так, щоб однойменні розряди доданків (зменшуваного та від'ємника) і коми були розміщені одні під одними. Додавання (віднімання) виконують порозрядно, починаючи з найменшого розряду, і зберігаючи в результаті дії місце коми під комою у її компонентах.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} + 2,195 \\ + 0,276 \\ \hline 2,471 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 27,7038 \\ + 6,3421 \\ \hline 34,0459 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 26,194 \\ - 9,265 \\ \hline 16,929 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 4,0274 \\ - 3,2086 \\ \hline 0,8188 \end{array}$$

Якщо доданки (або зменшуване та від'ємник) мають різну кількість десяткових знаків, то там, де їх менше, дописують або уявляють дописаними необхідну кількість нулів. Наприклад, додавання $4,2 + 18,135$ можна записати одним із таких способів:

$$\begin{array}{r} + 4,200 \\ + 18,135 \\ \hline 22,335 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 4,2 \\ + 18,135 \\ \hline 22,335 \end{array}$$

а віднімання $15,13 - 9,6278$ — одним із таких:

$$\begin{array}{r} - 15,1300 \\ - 9,6278 \\ \hline 5,5022 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 15,13 \\ - 9,6278 \\ \hline 5,5022 \end{array}$$

Додавати можна й по декілька чисел відразу. Наприклад:

$$\begin{array}{r} 3,18000 \\ + 81,07392 \\ + 0,60800 \\ \hline 13,70000 \\ \hline 98,56192 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,18 \\ + 81,07392 \\ + 0,608 \\ \hline 13,7 \\ \hline 98,56192 \end{array}$$

Для додавання та віднімання десяткових дробів виконуються ті самі властивості, що й для додавання та віднімання натуральних чисел. А саме — переставна і сполучна властивості додавання та властивості віднімання суми від числа і числа від суми (див. розд. 3). Вони часто використовуються для спрощення обчислень. Наприклад:

$$3,73 + 21,19 + 6,27 + 8,81 = (3,73 + 6,27) + (21,19 + 8,81) = 10 + 30 = 40.$$

$$9,42 + 7,28 - 5,42 + 3,72 = (9,42 - 5,42) + (7,28 + 3,72) = 4 + 11 = 15.$$

Віднімання десяткових дробів так само є оберненою дією до додавання. Тому правильність її виконання теж можна перевірити додаванням. А саме, якщо знайдена різниця у сумі з від'ємником дасть зменшуване, то віднімання виконане правильно.



Перевірте себе

1. Як називаються компоненти дії додавання?
2. Як називаються компоненти дії віднімання?
3. За яким правилом знаходять суму або різницю десяткових дробів? На чому ґрунтується істинність цього правила?
4. Які властивості мають операції додавання та віднімання десяткових дробів? Як їх можна записати за допомогою буквених позначень?
5. Як можна перевірити правильність виконання дії віднімання десяткових дробів?

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Задача. Сталеві трубчасті палі завдовжки 15,75 м забивають у морське дно до висоти 1,2 м над рівнем води. Глибина моря в цьому місці становить 6,7 м. На яку глибину палі забивають у ґрунт?

Розв'язання. Висота палі над водою разом із тією її частиною, яка перебуває у воді, дає в сумі довжину $1,2 \text{ м} + 6,7 \text{ м} = 7,9 \text{ м}$. Тому довжина тієї частини, яка розміщується у ґрунті, дорівнює $15,75 \text{ м} - 7,9 \text{ м} = 7,85 \text{ м}$.

Відповідь. На 7,85 м.



ЗАВДАННЯ**1125.** Знайдіть суму:

1)
$$\begin{array}{r} + 2,45 \\ 0,312 \\ \hline \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} + 18,509 \\ 3,912 \\ \hline \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} + 32,405 \\ 4,097 \\ \hline \end{array}$$

1126. Знайдіть різницю:

1)
$$\begin{array}{r} - 45,327 \\ 18,043 \\ \hline \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} - 137,024 \\ 108,916 \\ \hline \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} - 68,2 \\ 49,763 \\ \hline \end{array}$$

1127. Виконайте дії:

1) $6 + 5,04;$

6) $12,8 - 8,7;$

2) $3,05 + 4,73;$

7) $15,1 - 13,273;$

3) $7,14 - 0,98;$

8) $15,04 - 9,8;$

4) $4,32 + 0,768;$

9) $28,3 - 9,48;$

5) $8,2 - 3,3;$

10) $43,4 - 31,7.$

1128. Обчисліть зручним способом:

1) $6,27 + 4,83 + 3,73;$

4) $3,28 - (0,75 - 0,72);$

2) $7,49 + (4,56 - 2,49);$

5) $0,248 + 7,91 + 2,09 + 0,752;$

3) $17,248 - (7,4 + 2,248);$

6) $24,07 - 21,48 - (4,07 - 1,48).$

1129*. Поставте у числах кому так, щоб була правильною рівність:

1) $42 + 18 = 6;$

4) $62 + 17 = 232;$

2) $63 - 27 = 603;$

5) $67 - 4 = 27;$

3) $736 - 236 = 5;$

6) $69 - 23 = 667.$

1130*. Поставте замість зірочок цифри:

1)
$$\begin{array}{r} + 7,1^* \\ *,*9 \\ \hline 12,42 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} + 5,**3 \\ *,72^* \\ \hline 5,954 \end{array}$$

5)
$$\begin{array}{r} + 4,*75 \\ *,3** \\ \hline 11,721 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} - 4,*9 \\ *,3^* \\ \hline 2,26 \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} - 12,** \\ *,74 \\ \hline 6,45 \end{array}$$

6)
$$\begin{array}{r} - **,4*8 \\ 8,*73 \\ \hline 4,24^* \end{array}$$

1131. Виконайте дії:

1) $(27,428 - 16,507) - (2,946 + 3,063);$

2) $(1,2543 + 3,7457) + (14,04 - 11,906);$

3) $23 + (19,57 - 12,04) + 16,04;$

4) $5 - 3,2 + 0,09 - 0,0835;$

5) $5 - (3,2 + 0,09 - 0,0835);$

6) $5 - 3,2 + (0,09 - 0,0835).$

1132. Обчисліть двома способами:

1) $(6,25 + 3,402) - 3,25;$

4) $(14,07 + 3,1) - 2,1;$

2) $182,46 - (35,2 + 40,46);$

5) $4,29 - (1,28 + 3,01);$

3) $62,7 - (50,7 - 10,11);$

6) $123,29 - (40,29 + 80,71).$

1133. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x + 12,4 = 15,83$; 5) $21,7 + x = 23,04$;
2) $20 - x = 12,3$; 6) $x - 16,53 = 14,47$;
3) $28,4 - x = 27,93$; 7) $x - (3,2 - 2,1) = 5,7$;
4) $10,5 + x = 18$; 8) $(16 - 3,08) - x = 11,42$.

 **1134.** Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x + 2,3 = 4,7$; 6) $x - 0,21 = 0,12$;
2) $x + 4,6 = 5,8$; 7) $28 - x = 13,4$;
3) $6,9 + x = 8,2$; 8) $0,0156 + x = 13,4$;
4) $1 - x = 0,998$; 9) $x - 0,5971 = 1,0089$;
5) $8,6 - x = 1,85$; 10) $93 + 71,8 - y = 22,48$.

1135. Запишіть відповідь у гривнях:

- 1) 0,3 грн + 3 коп. – 0,2 грн;
2) 0,02 грн + 30 коп. – 0,1 грн;
3) 2,02 грн + 50 коп. – 230 коп.;
4) 153 коп. – 58 коп. – 0,3 грн.

1136. Запишіть відповідь у метрах:

- 1) $\frac{3}{4}$ км + 250 м + 28 дм; 3) 1,2 км – 805 м + 9 дм.
2) 0,51 км + 220 м – 48 дм;

1137. Запишіть відповідь у центнерах:

- 1) 0,2 т + 4 ц + 60 кг; 3) 1,4 т – (8,5 ц + 80 кг);
2) 1,4 т – 8,5 ц – 80 кг; 4) 1,4 т – (8,5 ц – 80 кг).

 **1138.** Запишіть відповідь у сантиметрах:

- 1) 4,4 м – 87 см; 3) 18,6 см – 0,25 дм.
2) 1 м 15 дм 3 см – 7,8 см;

 **1139.** Виразіть в кілометрах суму:

- 1) 15,6 км + 525 м + 33 см; 3) 0,04 км + 580 м + 90 дм.
2) 0,34 км + 58 м + 95 дм;

1140. Виразіть в кілограмах суму:


- 1) 1,2 т + 28 ц + 4 кг; 3) 0,06 т + 0,8 ц + 42 кг.
2) 0,6 т + 8 ц + 8 кг;



1141. Виразіть в квадратних метрах суму:

- 1) $3,2 \text{ а} + 342 \text{ м}^2 + 34 \text{ дм}^2 + 34 \text{ см}^2$;
2) $0,4 \text{ а} + 34 \text{ м}^2 + 30 \text{ дм}^2 + 30 \text{ см}^2$;
3) $0,06 \text{ а} + 3,4 \text{ м}^2 + 25 \text{ дм}^2$.

1142. Виразіть в арах суму:

- 1) 4,2 га + 2,6 а + 68 м²; 3) 0,04 га + 0,8 а + 90 м².
2) 0,4 га + 0,6 а + 60 м²;

- 1149.** Користуючись цифрами 0, 7 і 9, запишіть усі можливі десяткові дроби, до яких ці цифри входять лише один раз. Знайдіть їхню суму.
- 1150.** Користуючись цифрами 1, 2 і 4, запишіть усі можливі десяткові дроби, що містять розряд десятків, а цифри входять до запису лише один раз. Запишіть їх у порядку спадання.
- 1151.** Користуючись цифрами 6, 7 і 8, запишіть усі можливі десяткові дроби, до запису яких вони входять лише один раз. Запишіть їх у порядку зростання.
- 1152.** Як зміниться сума, якщо один доданок збільшити на 8,6, а другий зменшити на 2,3? Перевірте відповідь на прикладі.
- 1153.** Як зміниться різниця, якщо:
- 1) зменшуване збільшити на 41,27; зменшити на 34,5;
 - 2) зменшуване зменшити на 0,7; збільшити на 9,7;
 - 3) від'ємник збільшити на 97,2; зменшити на 23,5;
 - 4) зменшуване і від'ємник зменшити на 0,4; збільшити на 0,7;
 - 5) зменшуване збільшити, а від'ємник зменшити на 0,4;
 - 6) зменшуване зменшити, а від'ємник збільшити на 1,75?
- 1154*.** Різниця двох чисел дорівнює 0,756. Чому дорівнюватиме нова різниця, якщо зменшуване збільшити на 5,3, а від'ємник — на 0,9?
- 1155.** У 2001 р. населення Києва становило 2611 тис., Харкова — 1470 тис., Дніпра — 1065 тис., Донецька — 1016 тис. осіб. Скільки мільйонів населення проживало тоді в цих чотирьох містах разом?
-  **1156.** Глибина Чорного моря 2,21 км, Азовського моря — на 2,195 км менша. Яка глибина Азовського моря?
- 1157.** Площа озера Сасик (на узбережжі Чорного моря) — 210 км², площа озера Світязь (на Волині) — на 185,8 км² менша, ніж площа озера Сасик, а площа озера Сиваш (Крим) — на 2475,8 км² більша, ніж площа озера Світязь. Обчисліть площу озера Сиваш.
- 1158.** Київська область займає 28,1 тис. км². Площа Чернівецької області менша від площі Київської області на 20 тис. км², а від площі Одеської області — на 25,2 тис. км². Яку площу займає Чернівецька область і яку — Одеська область?


- 1159.** У 2001 р. населення Львівської області становило 2,63 млн. Це менше від населення Донецької області на 2,21 млн осіб, але більше від населення Чернівецької області на 1,71 млн осіб. Скільки людей проживало в Донецькій і Чернівецькій областях разом у 2001 р.?
- 1160.** Найбільші у світі гіпсові печери Оптимістична й Озерна знаходяться в Україні на Тернопільщині. Довжина всіх ходів першої печери 165 км, а другої — на 58 км менша. У цьому ж краї є печери Вертеба і Кришталева. Довжина ходів першої з них на 99,18 км менша від довжини ходів Озерної і на 14,18 км менша від довжини ходів Кришталевої. Обчисліть довжину всіх ходів кожної печери.
-  **1161.** Одна сторона прямокутника дорівнює 8,4 см, а інша — на 2,2 см коротша. Знайдіть периметр прямокутника.
- 1162.** Перша сторона трикутника 47,6 см, друга — на 5,9 см коротша від першої, а третя — на 3,7 см коротша від другої. Знайдіть периметр трикутника.
-  **1163.** Троє робітників одержали за роботу певну суму грошей. Перший одержав 454,5 грн, другий — на 45 грн менше, ніж перший, і на 25,4 грн більше, ніж третій. Скільки грошей одержали три робітники разом?
- 1164.** Перша сторона трикутника 8,1 см, друга — на 1,9 см довша від першої. Чи може третя сторона трикутника дорівнювати 8 см; 10,2 см; 18,1 см; 1,5 см? Що можна сказати про довжину третьої сторони трикутника?
- 1165.** Яка довжина третьої сторони трикутника, якщо перша сторона 16,7 см, друга — на 1,9 см менша від першої, а периметр дорівнює 40,9 см?
- 1166.** Знайдіть довжину трипрогонного залізничного моста, якщо довжина його середнього прогону 86,8 м, а кожний крайній прогін менший від середнього на 12,2 м.
- 1167*.** Із пунктів A та B на мопедах в пункт M вирушили два кур'єри. Відстань AM , яку подолав перший кур'єр, становить 2,8 км, відстань BM , яку подолав другий, — 1,4 км. Якою може бути відстань AB ?
- 1168*.** У гострокутному трикутнику ABC сторона $AB = 9$ см, а висота, проведена з вершини C до сторони AB , дорівнює 6 см.

Знайдіть на стороні AB точку, сума відстаней якої від вершин трикутника найменша. Чому вона дорівнює?

1169*. Між якими точками, що лежать на сторонах трикутника ABC , відстань найбільша, якщо $AB = 4,2$ см, $BC = 5,2$ см, $AC = 4,8$ см?


1170. У дно річки забили бетонні палі завдовжки 9,5 м так, що 3,2 м знаходиться в землі, а 1,8 м — над водою. Яка глибина річки у цьому місці?

1171. Швидкість катера за течією річки 18,7 км/год, а швидкість течії річки 2,8 км/год. Обчисліть швидкість катера в стоячій воді і швидкість проти течії.

 **1172.** Швидкість моторного човна в стоячій воді 16,7 км/год, швидкість течії річки 2,3 км/год. Обчисліть швидкість човна за течією і швидкість проти течії.

1173. Цеглина у сирому вигляді має масу 4,5 кг. Після сушіння вона втрачає 0,8 кг маси, а після випалювання — ще 0,6 кг. Яка маса цеглини після сушіння і випалювання?

1174. Перша кімната квартири має площу $20,2$ м², площа другої на $5,8$ м² більша за площу першої, а площа третьої — на $6,3$ м² менша від площі другої кімнати. Яка площа трьох кімнат квартири разом?

 **1175.** У перший бурт заклали 212,9 т картоплі, а в другий — 118,9 т. На насіння було відібрано 77,3 т, на годівлю худоби — 113,8 т, а решту — продали. Скільки тонн картоплі продали?

1176*. У трьох ящиках 148,6 кг шурупів. У першому і другому ящиках разом 98,7 кг, а в другому і третьому — 96,4 кг. Скільки кілограмів шурупів у кожному ящику?

1177. Металеву балку завдовжки 6,75 м розрізали на дві частини. Довжина однієї частини 2,86 м. На скільки метрів одна частина балки довша за іншу?

1178. Трубу завдовжки 8,35 м розрізали на дві частини так, що одна з них на 0,35 м більша за іншу. Яка довжина кожної частини труби?

1179*. Задумайте будь-яке число, помножьте його на 2, до добутку додайте 15. Знайдену суму поділіть на 2 і від частки відніміть задумане число. В результаті буде 7,5. Чому? Складіть формулу для обчислення результату.

1180. Заповніть порожні клітинки квадратів (рис. 3) так, щоб вони стали магічними, тобто, щоб суми чисел кожного рядка, стовпця і кожної діагоналі були однаковими.

1)

1,6	3,6	3,2
2,4		

3)

1,7		
4,5		1,3
2,5		

2)

		3,1
	1,9	
1,7		2,5

4)

1,5		
	2,7	
2,3		3,9

Рис. 3

1181. Практичне завдання: мій інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та проілюструйте кілька математичних ігор.



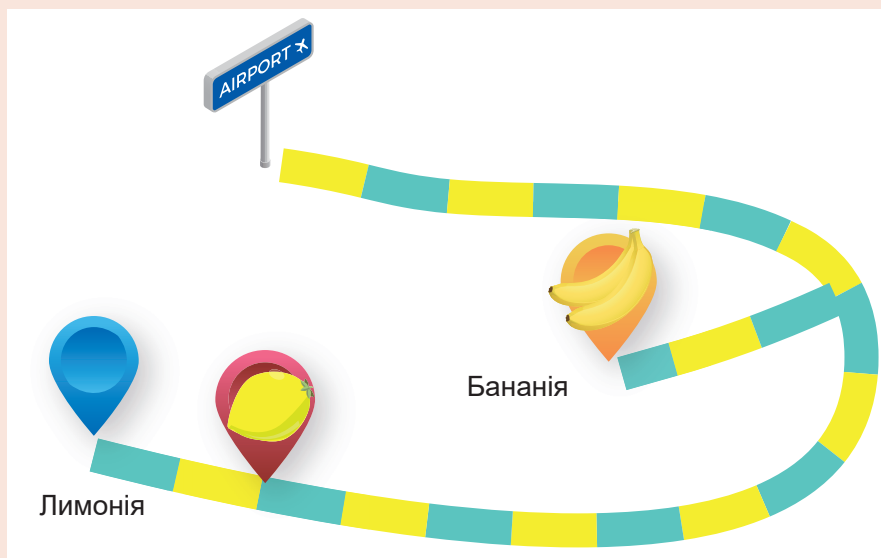
Готуємося до математичних турнірів





§ 4. Урок-практикум «Винахідник Рено»

Задача 1. На черепашачому острові є два курорти: Бананія та Лимонія. Відстань від аеропорту до Бананії — 48 км. Визначте за картою, на скільки кілометрів довша відстань від аеропорту до Лимонії, ніж до Бананії.



Задача 2. У Бананію проїхати простіше, тому заможних туристів там більше. Дослідіть таблицю і з'ясуйте, на скільки більше доларів прибутку отримала за рік Бананія, ніж Лимонія.

Назва курорту	Кількість туристів за рік	Прибуток за рік (у доларах)
Бананія	29 654	4 млн 62 тис. 024
Лимонія	14 207	1 млн 193 тис. 388

Задача 3. Щоб збільшити свої прибутки, Лимонія запросила відомого винахідника Жака Рено. Він привіз пасажирські дрони власної конструкції, завдяки яким шлях від аеропорту до Лимонії тепер можна подолати повітрям у 8 разів швидше. Скільки кілометрів становить цей повітряний шлях, якщо середня швидкість дрона 84 км/год, а швидкість автобуса по шосе 40 км/год?

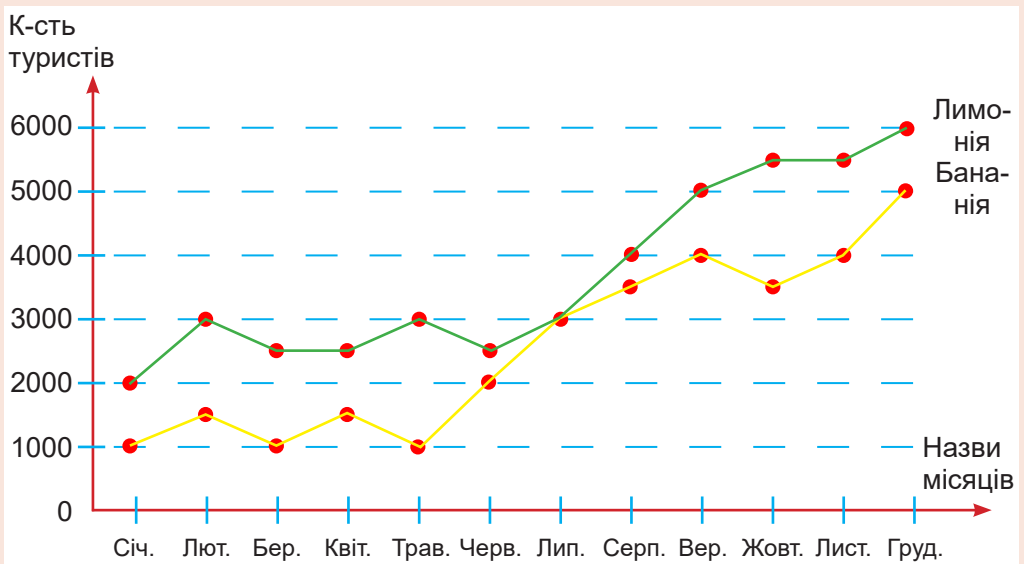
Задача 4. Бананія теж почала возити туристів дронами. Скільки кілометрів має повітряний шлях від аеропорту до Бананії, якщо дрон його долає на 5 хвилин швидше, ніж відстань до Лимонії?

Задача 5. Деякі туристи відмовилися летіти на дронах, і Рено сконструював для них моторні човни на підводних крилах. Визначте швидкість такого човна, якщо вона дорівнює половині суми швидкостей автобуса і дрона.

Задача 6. У Лимонії відбувся чемпіонат зі стрибків у воду з дронів. Жак Рено теж брав участь у змаганнях і посів 20-те місце, що виявилось якраз посередині результатів усіх учасників. Скільки всього учасників змагалось на цьому чемпіонаті?

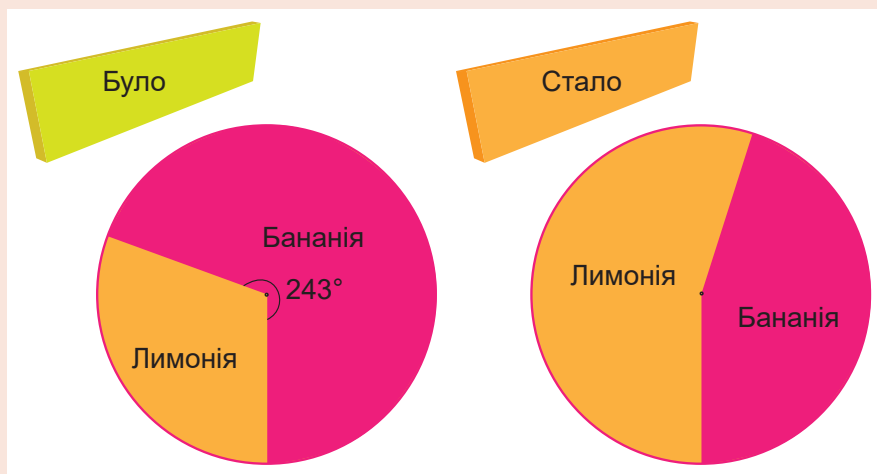
Задача 7. Перше місце завоював відомий блогер, тому трансляцію змагань в Ютубі подивилося 287 000 глядачів, у Тік-Тоці — на 404 000 глядачів більше, ніж в Ютубі, а в Телеграмі — удвічі менше, ніж у Тік-Тоці. Скільки всього глядачів подивилося змагання?

Задача 8. Після такої реклами на черепащачий острів прилетіло багато туристів, які вміють добре плавати. У скільки разів більше туристів приїхало на кожен курорт у грудні, ніж у березні?



Задача 9. У комфортабельних бунгало розмістили 3000 людей на курорті Бананія та 4000 людей на курорті Лимонія, а решту туристів поселили в куренях із пальмового листа. Скільки людей жило в куренях? Визначте за допомогою графіка із попередньої задачі.

Задача 10. Дослідіть кругові діаграми. Чому змінилася кількість туристів? Візьміть до уваги дані про кількість туристів із таблиці до задачі 2 та з графіків до задачі 8.





КОНТРОЛЬНА РОБОТА № 9 ДЕСЯТКОВІ ДРОБИ. ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ

1. Запишіть цифрами дріб *чотири цілих дві сотих*.

А	Б	В	Г
4,2	4,02	4,002	40,2

2. Запишіть у вигляді десяткового дробу число $\frac{31}{1000}$.

А	Б	В	Г
3,1	0,31	0,031	31,000

3. Укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г
$7,5 < 7,05$	$20,9 < 2,09$	$4,6 < 4,3$	$7,41 > 7,4$

4. Округліть до сотих число 458, 267.

А	Б	В	Г
450	460	458,27	458,26

5. Виконайте додавання: $12,37 + 6,4$.

А	Б	В	Г
13,01	18,77	19,77	18,41

6. Установіть відповідність між рівнянням (1 – 3) та його розв'язком (А – Д).

1. $x + 4,82 = 6$

2. $7,56 - x = 6,4$

3. $x - 0,4 = 0,79$

А $x = 1,19$

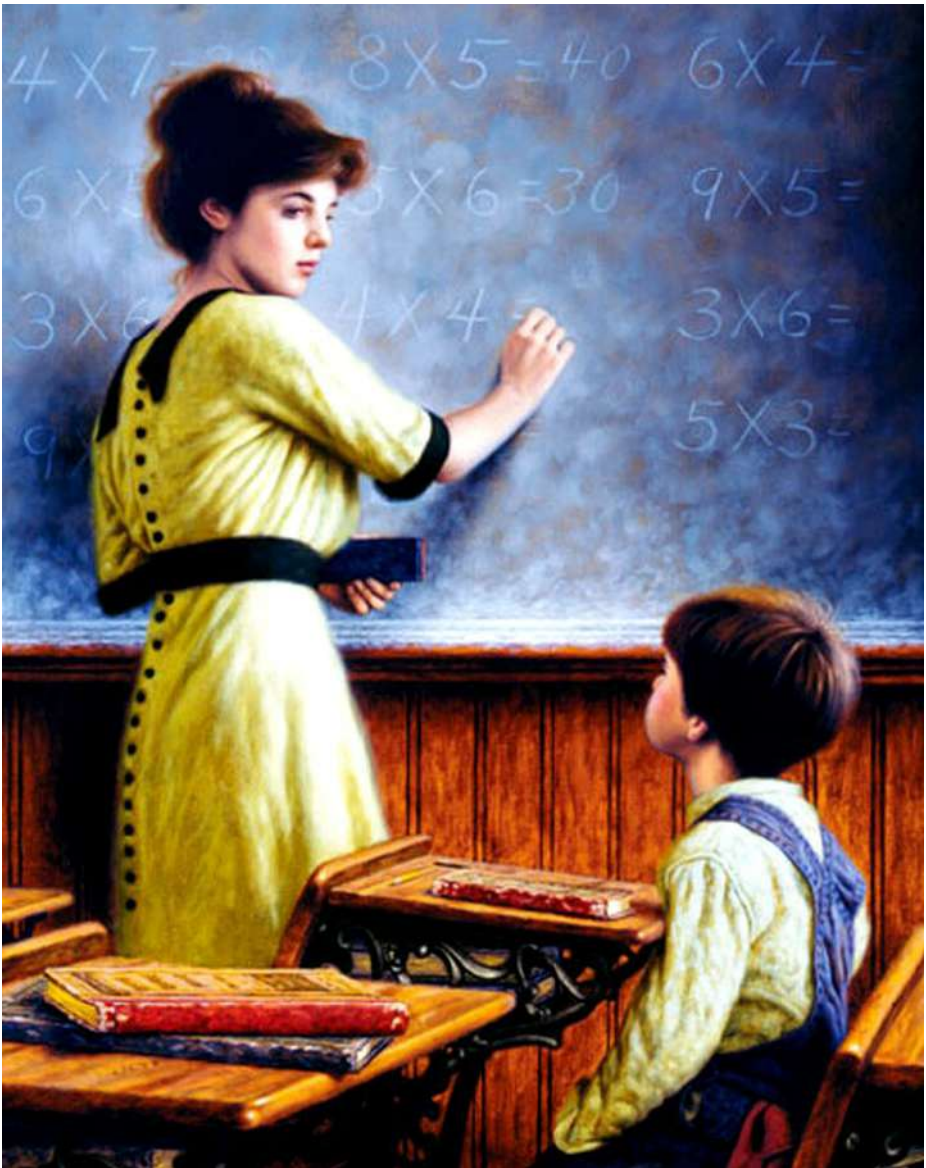
Б $x = 1,18$

В $x = 1,17$

Г $x = 1,16$

Д $x = 1,15$

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



«Після уроків»

Картина відомого сучасного американського художника і поета світу дитинства Джима Дейлі (нар. 1940 р.)

Немає жодного сумніву, що це заняття «після уроків» таки допомогло школяреві опанувати таблицю множення, яка є ключем до множення будь-яких цілих і навіть дробових чисел.

Адже всі ці дії в кінцевому підсумку зводяться до неї і ще до кількох основних правил.

У цьому ви переконаєтесь при вивченні розділу.

РОЗДІЛ 10

МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Ознайомившись у попередньому розділі з десятковими дробами й опанувавши додавання та віднімання цих дробових чисел, ви тепер готові зробити наступний рішучий крок — навчитись множити й ділити десяткові дроби. Але не бездумно, як це робить калькулятор за закладеною в нього програмою, а усвідомлено, розуміючи, чому саме так вводять ці дії і чому саме так їх виконують розумні істоти. Цьому й присвячений розділ. Після його вивчення ви не тільки міцно засвоїте правила письмового множення десяткових дробів («у стовпчик») та ділення («кутом»), знайомі вам в основних рисах за діями з цілими числами, а й розумітимете їхнє походження. А розуміючи походження, легко прогнозувати й застосовувати у практичному житті.

§ 1. МНОЖЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ

Повторюємо теорію

1. Правило множення десяткових дробів

Ви вже знаєте, що множення натуральних чисел уводиться як дія, що замінює багаторазове додавання. Наприклад, $5 \cdot 3$ — це те саме, що $5 + 5 + 5$. Звісно, множення десяткових дробів у такий спосіб увести не можна. Але є інший шлях — з використанням площі прямокутника, для визначення якої, як вам відомо, застосовується множення.

Розглянемо два приклади.

РОЗВ'ЯЖЕМО РАЗОМ

Приклад 1. Довжина прямокутника дорівнює 1,2 дм, а його ширина — 0,7 дм. Знайти площу прямокутника.

Розв'язання. Щоб знайти площу S прямокутника, потрібно перемножити його виміри a і b :

$$S = a \cdot b.$$

Проте ця формула виведена для того випадку, коли виміри прямокутника — цілі числа. Тому перейдемо від дециметрів до дрібніших одиниць вимірювання — сантиметрів. Тоді матимемо вже цілі виміри: $a = 12$ см, $b = 7$ см. Отже,

$$S = 12 \text{ см} \cdot 7 \text{ см} = 84 \text{ см}^2.$$

Тепер від квадратних сантиметрів можемо перейти до квадратних дециметрів, ураховуючи, що у квадратному дециметрі вміщується $10 \cdot 10$, тобто 100 квадратних сантиметрів (як ви знаєте, це число записують також у формі 10^2). Ділячи 84 см^2 на 100, дістаємо:

$$S = 0,84 \text{ дм}^2.$$

Але цей самий результат можна знайти інакше. Достатньо перемножити числа 4,2 і 0,8, не звертаючи уваги на коми, а в добутку 84 відокремити комою справа дві цифри — саме стільки, скільки їх є після коми в обох множниках 1,2 і 0,8 разом, тобто дві.

Приклад 2. Довжина прямокутника дорівнює 2,8 м, а ширина — 0,56 м. Знайти площу прямокутника.

Розв'язання. Діючи аналогічно, як у попередньому прикладі, знаходимо:

$$S = 2,8 \text{ м} \cdot 0,56 \text{ м} = 280 \text{ см} \cdot 56 \text{ см} = 15\,680 \text{ см}^2.$$

Перейдемо тепер від квадратних сантиметрів до квадратних метрів, урахувуючи, що у квадратному метрі $100 \cdot 100$ (можемо також записати 100^2), тобто 10 000 квадратних сантиметрів. Поділивши 15 680 на 10 000, дістаємо:

$$S = 1,568 \text{ м}^2.$$

І цей результат також можемо знайти, якщо перемножимо виміри 2,8 і 0,56, не звертаючи уваги на коми, а в добутку 1568 відокремимо комою справа стільки цифр, скільки їх є в обох множниках після коми разом, тобто три.

Ці та інші аналогічні приклади дають підстави для запровадження такого правила:



Щоб перемножити два десяткових дроби, потрібно перемножити їх як натуральні числа, не звертаючи уваги на коми, а в добутку відокремити комою справа наліво стільки десяткових знаків, скільки їх мають обидва множники разом.

Під це правило підпадає і множення десяткового дроби на натуральне число, якщо вважати, що натуральне число має нуль десяткових знаків. Водночас це множення уже можна замінити й додаванням.

Наприклад, за прийнятим щойно правилом, $1,7 \cdot 5 = 8,5$. Такою самою є й сума п'яти доданків $1,7 + 1,7 + 1,7 + 1,7 + 1,7$.

2. Властивості множення десяткових дробів

Із прийнятого правила безпосередньо випливає, що для множення десяткових дробів можна застосовувати майже те саме правило множення «у стовпчик», що й для натуральних чисел. Незначна видозміна полягає в необхідності визначення в добутку кількості десяткових знаків.

Ось три приклади:

$$\begin{array}{r} \times \quad 4,274 \\ \quad \quad 0,6 \\ \hline 2,5644 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 0,245 \\ \quad \quad 0,3 \\ \hline 0,0735 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 0,24 \\ \quad \quad 0,03 \\ \hline 0,0072 \end{array}$$

Якщо в добутку отримується менше цифр, аніж їх потрібно відокремити комою, то зліва дописують необхідну кількість нулів. Зокрема, у другому з поданих тут прикладів дописано один нуль, а в третьому — два нулі.

Так само множать десятковий дріб на натуральне число:

$$\begin{array}{r} \times \quad 0,57 \\ \quad \quad 28 \\ \hline + \quad 114 \\ \hline 15,96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 0,358 \\ \quad \quad 23 \\ \hline + \quad 1074 \\ \hline 8,234 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 0,358 \\ \quad \quad 203 \\ \hline + \quad 1074 \\ \hline 72,674 \end{array}$$

В останньому прикладі показано множення на число, яке містить усередині нуль.

Безпосередньо із правила множення десяткових дробів випливає також, що для дробових чисел теж виконуються переставна і сполучна властивості:

$$\begin{aligned} a \cdot b &= b \cdot a. \\ (a \cdot b) \cdot c &= a \cdot (b \cdot c). \end{aligned}$$

Справді, ці властивості виконуються для множення відповідних цілих чисел, а місце коми для дробів у правій і лівій частинах кожної рівності — одне й те саме.

Що ж до розподільних властивостей:

$$\begin{aligned} a(b + c) &= ab + ac; \\ a(b - c) &= ab - ac, \end{aligned}$$

то для десяткових дробів вони теж виконуються. Але для їхнього обґрунтування потрібний такий самий перехід від дробових чисел до натуральних через площі, який був застосований для обґрунтування самого правила множення.

3. Множення десяткових дробів на розрядну одиницю

Помножимо 3,764 на 10, на 100 і на 10 000 «у стовпчик» за правилом множення десяткових дробів на натуральне число:

$$\begin{array}{r} \times \quad 3,764 \\ \quad \quad 10 \\ \hline 37,640 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 3,764 \\ \quad \quad 100 \\ \hline 376,400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 3,764 \\ \quad \quad 10000 \\ \hline 37640,000 \end{array}$$

Перший і другий добутки 37,64, 376,4 відрізняються від множника 3,764 тільки місцем коми. У першому випадку кома перенесена на одну цифру вправо, а в другому — на дві. Що ж до третього випадку, то тут кому потрібно переносити на чотири десяткових знаки, а їх в записі множника 3,764 є всього три. Тому справа дописаний один нуль.

Ці приклади засвідчують таке загальне правило.



Щоб помножити десятковий дріб на розрядну одиницю 10; 100; 1 000; 10 000 і т. д., потрібно в цьому дробі перенести кому вправо на стільки десяткових знаків, скільки нулів має розрядна одиниця. Якщо десяткових знаків у дробі для цього не вистачає, то справа дописується відповідна кількість нулів.

Помножимо тепер 246,2 на 0,1 і на 0,01. Маємо:

$$\begin{array}{r} \times 246,2 \\ \quad 0,1 \\ \hline 24,62 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times 246,2 \\ \quad 0,01 \\ \hline 2,462 \end{array}$$

Як і в попередньому випадку, одержані добутки 24,62 і 2,462 відрізняються від множника 246,2 лише розміщенням коми. У першому добутку вона перенесена на один десятковий знак уліво, а в другому — на два десяткові знаки вліво.

Водночас, якби ми так само шукали добуток $264,2 \cdot 0,00001$, то для перенесення коми не вистачило б двох знаків. Тому їх потрібно було б замінити на нулі: $264,2 \cdot 0,00001 = 0,002642$.

Ці приклади ілюструють таке загальне правило.



Щоб помножити десятковий дріб на розрядну одиницю 0,1; 0,01; 0,001 і т. д., потрібно в цьому дробі перенести кому вліво на стільки десяткових знаків, скільки їх містить розрядна одиниця. Якщо цифр у дробі для цього не вистачає, то зліва дописується відповідна кількість нулів.



Перевірте себе

1. За яким правилом множать десяткові дроби? Як обґрунтовують ці правила?
2. За яким правилом множать десятковий дріб на натуральне число?
3. У чому полягає письмове множення десяткових дробів («у стовпчик»)?
4. Які властивості має множення десяткових дробів? Як їх можна записати за допомогою буквених позначень?
5. За яким правилом множать десяткові дроби на розрядні одиниці 10; 100; 1 000; 10 000 і т.д.?
6. За яким правилом множать десяткові дроби на розрядні одиниці 0,1; 0,01; 0,001 і т.д.?

ЗАВДАННЯ

1182. Перевірте виконання властивостей множення на таких прикладах:

- 1) $1,2 \cdot 0,5 = 0,5 \cdot 1,2$;
- 2) $4,5 \cdot (0,2 \cdot 0,6) = (4,5 \cdot 0,2) \cdot 0,6$;
- 3) $(4,7 + 5,3) \cdot 0,5 = 4,7 \cdot 0,5 + 5,3 \cdot 0,5$;
- 4) $(12,4 - 2,4) \cdot 0,5 = 12,4 \cdot 0,5 - 2,4 \cdot 0,5$.

1183. (Усно). Обчисліть:

- 1) $1,3 \cdot 2$;
- 2) $4,9 \cdot 20$;
- 3) $0,15 \cdot 8$;
- 4) $0,71 \cdot 3$;
- 5) $9 \cdot 0,06$;
- 6) $1,5 \cdot 0,8$;
- 7) $0,02 \cdot 7$;
- 8) $0,3 \cdot 0,06$;
- 9) $8 \cdot 2,5$.

1184. Запишіть суму у вигляді добутку й виконайте множення:

- 1) $3,5 + 3,5 + 3,5 + 3,5$;
- 2) $15,4 + 15,4 + 15,4 + 15,4$;
- 3) $102,25 + 102,25 + 102,25 + 102,25$.

1185. Обчисліть зручним способом:

- 1) $0,25 \cdot 0,3 \cdot 4$;
- 2) $1,25 \cdot 3 \cdot 0,8$;
- 3) $3,6 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 6,4$;
- 4) $0,44 \cdot 28,4 - 8,4 \cdot 0,44$;
- 5) $8 \cdot 0,11 \cdot 0,125$;
- 6) $50 \cdot 0,13 \cdot 0,2$;
- 7) $0,7 \cdot 13,6 - 3,6 \cdot 0,7$;
- 8) $3,4 \cdot 14,7 + 5,3 \cdot 3,4$.

1186. Обчисліть зручним способом:

- 1) $5,94 \cdot 0,07 + 0,33 \cdot 5,94 + 0,4 \cdot 0,06$;
- 2) $6,85 \cdot 3,2 - 6,85 \cdot 1,7 + 1,5 \cdot 4,15$.

1187. Обчисліть:

- 1) $10,08 \cdot 2,8 + 7,2 \cdot 10,08$;
- 2) $10,5 \cdot 7,08 - 6,08 \cdot 10,5$;
- 3) $(5,6 - 4,2) \cdot 1,25 - 1,2 \cdot 0,5$;
- 4) $5,6 \cdot 1,2 - (2,5 - 1,3) \cdot 1,6$;
- 5) $(3,12 + 0,9) \cdot (1 - 0,4)$;
- 6) $10,8 + 7,5 \cdot (12 - 1,2)$.

1188. Знайдіть значення виразу:

- 1) $9,22 - 3,8 \cdot (7,16 - 4,615) + 2,3 \cdot 4,7$;
- 2) $14 - 10 \cdot (0,042 + 0,148) - 1,372$;
- 3) $(0,78 + 0,78 - 0,632) \cdot (15,2 - 7,8) \cdot 2$;
- 4) $7,52 + 8,3 \cdot (4,4 - 0,145) - 2,13$.

1189. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $x : 0,31 = 2,006$;
- 2) $(x + 6,7) : 9,42 = 8,7$;
- 3) $(121,1 - x) : 3 = 6,81$;
- 4) $x : (7,51 - 5,63) = 0,05$.

1190. Знайдіть значення виразів і результат перевірте за допомогою калькулятора:

1) $(72 - 39,18) \cdot 0,07$; 3) $(5,004 + 0,806) \cdot (9 - 3,2)$;
2) $(0,48 + 0,36) \cdot 4,05 - 1,002$; 4) $(8,8 \cdot 0,45 - 2,16) \cdot 0,12$.

1191. Обчисліть квадрат і куб числа:

2,42; 0,24; 6,08; 8,02.

Відповідь округліть до десятих.

1192. Обчисліть і результат перевірте за допомогою калькулятора:

1) $169 \cdot 42 + 47 \cdot 68$; 3) $74,3 \cdot 9,6 + 49,7 \cdot 5,8$;
2) $10,5 \cdot 14,2 - 31,8 \cdot 2,7$; 4) $0,29 \cdot 341,6 - 81,2 \cdot 0,86$.

1193. Виконайте множення і результат округліть:

1) $23,41 \cdot 0,53$ (до десятих); 3) $105,7 \cdot 8,3$ (до десятків);
2) $5,07 \cdot 32,8$ (до одиниць); 4) $20,76 \cdot 4,27$ (до тисячних).

1194. Від якого числа треба відняти 3,2, щоб різниця була в 4,6 рази більшою за 6,8?

1195. Визначте числа, позначені в ланцюжку обчислень буквами (рис. 1).

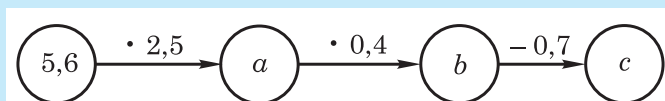


Рис. 1

1196. Ціна 1 кг масла 247,5 грн. Скільки гривень потрібно заплатити за 0,845 кг такого масла?

1197*. Швидкість пішохода 1,5 м/с. Знайдіть його швидкість у м/хв; у м/год; у км/год.

1198. Виконайте дію і відповідь запишіть у метрах:

1) $4,23 \text{ км} \cdot 5$; 2) $23 \text{ дм} \cdot 10,4$; 3) $75,6 \text{ см} \cdot 24,5$.

1199. Виконайте дію і відповідь запишіть у квадратних метрах:

1) $2,5 \text{ а} \cdot 4,6$; 2) $75 \text{ дм}^2 \cdot 4,6$; 3) $120 \text{ дм}^2 \cdot 2,5$.

1200. З 1 кг свіжої малини виходить 0,15 кг сушеної. Скільки кілограмів сушеної малини вийде зі 100 кг свіжої?

1201. За таблицею знайдіть вартість кожного товару й усю суму.

Назва товару	Маса товару, кг	Ціна товару, грн за 1 кг
Яблука	80,7	24,5
Помідори	135,4	35,6
Вишні	200,5	25,4

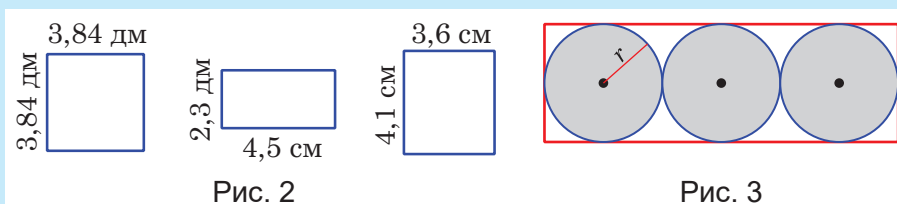
1202. Для посіву моркви на 1 м^2 витрачають $0,35 \text{ г}$ насіння. Скільки грамів насіння треба заготовити, щоб засіяти поле довжиною 260 м і шириною 145 м ?

1203. Сторона квадрата дорівнює $10,4 \text{ см}$. Знайдіть його периметр і площу.

1204. Знайдіть площу кожної фігури (рис. 2).

1205. На скільки площа прямокутника зі сторонами $12,5 \text{ м}$ і $10,5 \text{ м}$ відрізняється від площі квадрата зі стороною $11,5 \text{ м}$? Порівняйте периметри цього прямокутника і квадрата.

1206*. Радіус r кола дорівнює $0,7 \text{ дм}$ (рис. 3). Обчисліть периметр і площу прямокутника.



1207. Поле площею 75 га засіяли пшеницею, житом і просом. Пшеницею засіяли $0,4$ усього поля, житом — на $5,2 \text{ га}$ більше, ніж пшеницею. Скільки гектарів землі засіяли просом?

1208. На $0,6$ усіх грошей купили 4 кг слив по $20 \text{ грн } 60 \text{ коп.}$ за кілограм, а на решту грошей — горіхи. Скільки грошей заплатили за горіхи?

1209*. Треба обгородити сад прямокутної форми, ширина якого $109,4 \text{ м}$, а довжина на $24,6 \text{ м}$ більша за ширину. Скільки потрібно кілків для огорожі, якщо на кожному метрі ставити по 5 кілків?

1210. Довжина прямокутника дорівнює $10,4 \text{ м}$, а ширина становить $0,8$ від його довжини. Знайдіть периметр і площу прямокутника.

1211*. Є три прямокутники, довжини і ширини яких відповідно дорівнюють:

1) 4 см і 3 см ; 2 см і 3 см ; 6 см і 3 см ;

2) 7 см і 2 см ; 5 см і 3 см ; 5 см і 4 см .

Чи можна з цих прямокутників скласти квадрат? Якщо так, то обчисліть його периметр і площу.

1212. Знайдіть та порівняйте площі і периметри прямокутника $ABCD$, якщо:

- 1) $AB = 1,2$ м, $BC = 1,8$ м;
- 2) $AB = 1,5$ м, $BC = 1,5$ м;
- 3) $AB = 1,3$ м, $BC = 1,7$ м;
- 4) $AB = 1,1$ м, $BC = 1,9$ м.

1213. Знайдіть та порівняйте площі і периметри прямокутної ділянки $ABCD$, якщо:

- 1) $AB = 40$ м, $BC = 2,5$ м;
- 2) $AB = 10$ м, $BC = 10$ м;
- 3) $AB = 25$ м, $BC = 4$ м;
- 4) $AB = 125$ м, $BC = 0,8$ м.

1214. Обчисліть добуток $x \cdot y$ та суму $x + y$, якщо:

- 1) $x = 2,3$, $y = 1,7$;
- 2) $x = 2,5$, $y = 1,5$;
- 3) $x = 2,7$, $y = 1,3$;
- 4) $x = 1,8$, $y = 2,2$;
- 5) $x = 2$, $y = 2$;
- 6) $x = 2,1$, $y = 1,9$.

1215. Знайдіть і порівняйте площі та периметри прямокутників, розміри яких дано в таблиці.

a	2	4	5	8	10	16	20	2,5	32
b	32	16	12,8	8	6,4	4	3,2	25,6	2

Який із цих прямокутників має найменший периметр?

1216. Знайдіть і порівняйте площі та периметри прямокутників, розміри яких дано в таблиці.

a	17	15	12,5	10	9	7,5	4,5	2,5
b	1	3	5,5	8	9	10,5	13,5	15,5

Який із цих прямокутників має найбільшу площу?

1217*. Обчисліть значення виразу:

- 1) $(20 - 19,5) + (19 - 18,5) + \dots + (2 - 1,5) + (1 - 0,5)$;
- 2) $30,2 - 29,2 + 28,2 - 27,2 + \dots + 4,2 - 3,2 + 2,2 - 1,2$;
- 3) $21 - 19,5 + 18 - 16,5 + 15 - 13,5 + \dots + 6 - 4,5 + 3 - 1,5$.

1218*. За таблицею

a	0,8	0,9	0,7	1,1	2,8	2,0	2,6
b	3,2	3,1	3,3	2,9	1,2	2,0	1,4

- 1) обчисліть значення виразів $a + b$ і ab ;
- 2) що можна сказати про суму $a + b$ і добуток $a \cdot b$?

1219. (Усно). Обчисліть:

- | | | |
|-----------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1) $6,4 \cdot 10$; | 4) $0,28 \cdot 100$; | 7) $0,32 \cdot 1000$; |
| 2) $72,38 \cdot 10$; | 5) $0,238 \cdot 100$; | 8) $0,3 \cdot 1000$; |
| 3) $1,228 \cdot 10$; | 6) $1,3284 \cdot 100$; | 9) $1,3456 \cdot 1000$. |

1220. (Усно). Обчисліть:

- | | | |
|------------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $0,2 \cdot 0,1$; | 4) $6 \cdot 0,1$; | 7) $8 \cdot 0,01$; |
| 2) $0,2 \cdot 0,01$; | 5) $0,6 \cdot 0,1$; | 8) $0,8 \cdot 0,01$; |
| 3) $0,2 \cdot 0,001$; | 6) $0,06 \cdot 0,1$; | 9) $0,08 \cdot 0,01$. |

1221. У скільки разів треба збільшити 1,75, щоб дістати 175?

1222. На скільки треба помножити 0,001, щоб дістати 100?

1223. На скільки треба помножити 5,4, щоб дістати 0,054?

1224. У скільки разів 1,53 більше за 0,153?

1225. Запишіть у метрах:

4,248 км; 0,4237 км; 4,28 км; 4,2 км; 42,5 км; 234 дм; 23,4 дм;
5,4 дм; 54,34 дм; 0,4 дм.

 **1226.** Запишіть у кілограмах:

4,5 т; 4,568 т; 4,4567 т; 0,667 т, 0,48 т, 4,5 ц, 4,568 ц, 45 ц,
0,67 ц; 0,48 ц; 457 г; 45 679 г; 4569,7 г; 58 г; 4,8 г.

1227. Порівняйте величини:

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| 1) 0,79 м і 79 см; | 7) 0,85 ц і 85 кг; |
| 2) 7,9 дм і 79 см; | 8) 0,085 ті 85 кг; |
| 3) 7,8 дм і 79 см; | 9) 0,85 ц і 85 кг; |
| 4) 790 мм і 0,79 м; | 10) 0,085 ті 0,85 ц; |
| 5) 0,79 м і 7,9 дм; | 11) 0,85 ц і 0,85 кг; |
| 6) 0,79 м і 0,79 дм; | 12) 8,5 ц і 8,5 кг. |

1228. Запишіть у сантиметрах:

- 1) 0,6 дм; 4,6 дм; 0,06 дм; 42,4 дм; 42,45 дм;
2) 0,6 м; 4,6 м; 0,06 м; 0,24 м; 42,45 м;
3) 56 мм; 5,6 мм; 567 мм; 56,7 мм; 5,67 мм.

 **1229.** Запишіть у кілограмах:

- 1) 0,5 т; 0,56 т; 0,567 т; 5,6 т; 56,7 т;
2) 0,5 ц; 2,5 ц; 0,05 ц; 2,56 ц; 2,06 ц;
3) 548 г; 4563 г; 456,3 г; 356,8 г; 35,78 г.

1230. Практичне завдання: мій інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та проілюструйте чотири задачі на тему «Жива математика».



§ 2. ДІЛЕННЯ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ

Вивчаємо теорію

1. Означення і деякі властивості дії ділення десятих дробів

Як і для натуральних чисел, ділення десятих дробів уводиться як дія, що є оберненою до дії множення. А саме:



поділити число a (ділене) на число b (дільник) означає знайти таке число c (частку), добуток якого на число b дорівнює a .

Отже, як і для натуральних чисел, для десятих дробів рівність

$$a : b = c$$

означає те саме, що й рівність

$$b \cdot c = a.$$

А оскільки для десятих дробів виконуються всі основні властивості дії множення натуральних чисел, то будуть виконуватися і відповідні властивості дії ділення натуральних чисел (див. пункт 5, розділ 5). Зокрема, справджується така **основна властивість частки**:



ділене і дільник можна одночасно помножити на одне й те саме число — частка від цього не зміниться:

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n).$$

Із взаємного зв'язку множення і ділення легко вивести правила ділення на розрядні одиниці: якщо при множенні на розрядну одиницю кома переноситься вправо, то при діленні вона переноситься вліво, і навпаки. Отже, маємо такі правила ділення на розрядні одиниці.



Щоб поділити десятих дріб (який, зокрема, може бути й натуральним числом) на розрядну одиницю 10; 100; 1 000; 10 000 і т. д., потрібно у дробі перенести кому вліво на стільки десятих знаків, скільки нулів має розрядна одиниця. Якщо десятих знаків для цього не вистачає, то зліва дописується відповідна кількість нулів.

Наприклад: $46,2 : 10 = 4,62$; $62 : 100 = 0,62$; $5,31 : 100 = 0,0531$.

Зауважте: внаслідок такого ділення всі дроби зменшуються.



Щоб поділити десятковий дріб на розрядну одиницю $0,1$; $0,01$; $0,001$ і т. д., потрібно у дробі перенести кому вправо на стільки десятикових знаків, скільки їх містить розрядна одиниця. Якщо десятикових знаків для цього не вистачає, то справа дописується відповідна кількість нулів.

Наприклад, на підставі основної властивості частки, $0,25 : 0,1 = (0,25 \cdot 10) : (0,1 \cdot 10) = 2,5 : 1 = 2,5$. Аналогічно знайдемо: $34 : 0,01 = 3400$; $0,02 : 0,001 = 20$.

Варто також зазначити, що яким би не було число a , завжди

$$\begin{array}{ll} a : 10 = a \cdot 0,1; & a : 0,1 = a \cdot 10; \\ a : 100 = a \cdot 0,01; & a : 0,01 = a \cdot 100; \\ a : 1000 = a \cdot 0,001; & a : 0,001 = a \cdot 1000. \end{array}$$

Із тих саме міркувань про взаємозв'язок між діями множення і ділення впливає, що ділити десяткові дроби, як і натуральні числа, теж можна «кутом». Але, як і при множенні десятикових дробів, додаткового з'ясування потребує питання про розміщення коми між цілою і дробовою частинами частки. Його зручно провести у два етапи — спочатку для ділення десятикового дроби на ціле число, а потім — для ділення дроби на дріб.

2. Ділення десятикового дроби на натуральне число

Починають ділення десятикового дроби на натуральне число із ділення цілої частини.

Нехай, наприклад, потрібно поділити $59,48$ на 4 .

При діленні на 4 цілої частини 59 отримується неповна частка 14 і остача 3 . Оскільки ділення цілих закінчено, то в частці ставимо кому. Далі остачу 3 цілих перетворюємо на одиниці наступного розряду — в десяті. Дістаємо 30 десятих. Додаємо до них 4 десятих, які йдуть після коми, і ділимо одержану суму 34 на 4 . Отримуємо наступну цифру частки — 8 десятих і остачу 2 десятих. Перетворюємо цю остачу у соті й додаємо 8 сотих наступного розряду. Отриману суму 28 знову ділимо на 4 : $28 : 4 = 7$. Отже, $59,48 : 4 = 14,87$.

$$\begin{array}{r} 59,48 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 19 \\ \underline{16} \\ 34 \\ \underline{32} \\ 28 \\ \underline{28} \\ 0 \end{array}$$



Щоб поділити десятковий дріб на натуральне число, потрібно поділити його як натуральне число, а кому в частці поставити після закінчення ділення цілої частини дробу.

Якщо ціла частина діленого менша від дільника, то частка починається з нуля цілих.

Наприклад:

$$\begin{array}{r} 5,274 \overline{)18} \\ \underline{-52} \\ 36 \\ \underline{-167} \\ 162 \\ \underline{-54} \\ 54 \\ \underline{-54} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 28,08 \overline{)45} \\ \underline{-280} \\ 270 \\ \underline{-108} \\ 90 \\ \underline{-180} \\ 0 \end{array}$$

У другому із цих прикладів на передостанньому етапі до 18 сотих приписали 0 і тим перетворили їх на 180 тисячних. Це дало змогу закінчити ділення.

У такий самий спосіб можна поділити й ціле число на інше ціле число. А це те саме, що перетворити відповідний звичайний дріб на десятковий.

Наприклад, шляхом ділення:

$$\begin{array}{r} 45 \overline{)6} \\ \underline{-42} \\ 30 \\ \underline{-30} \\ 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \overline{)4} \\ \underline{-30} \\ 28 \\ \underline{-20} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

дістаємо, що $\frac{45}{6} = 45 : 6 = 7,5$, а $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$.



Щоб перетворити звичайний дріб на десятковий, потрібно чисельник звичайного дробу поділити на знаменник.

Однак може трапитися, що процес такого ділення не завершується, як, наприклад, при перетворенні дробу $\frac{25}{3}$.

$$\begin{array}{r} 25 \overline{)3} \\ \underline{-24} \\ 10 \\ \underline{-9} \\ 10 \\ \underline{-9} \\ 1 \end{array}$$

У такому разі звичайний дріб виражається **нескінченим** десятковим дробом, значення якого округлюють до певного розряду.

Наприклад,

$$\frac{25}{3} \approx 8 \text{ (при округленні до одиниць);}$$

$$\frac{25}{3} \approx 8,3 \text{ (при округленні до десятих);}$$

$$\frac{25}{3} \approx 8,33 \text{ (при округленні до сотих).}$$

3. Ділення десяткового дробу на десятковий дріб

Ділення десяткового дробу на десятковий дріб зводять до ділення дробу на ціле число. Для цього ділене і дільник множать на одне й те саме число, при якому дільник стає цілим числом. Зазвичай множать на певну розрядну одиницю. Відповідно до зазначеної в п. 1.2 основної властивості частки, результат ділення від цього не зміниться.

Поділимо, для прикладу, дріб 51,324 на дріб 10,92. Для цього спочатку ділене і дільник помножимо на 100:

$$51,324 \cdot 100 = 5132,4; \quad 10,92 \cdot 100 = 1092.$$

А тоді шукатимемо частку від ділення десяткового дробу 5132,4 на ціле число 1092. Ділення проводимо «кутом».

$$\begin{array}{r|l} 5132,4 & 1092 \\ -4368 & 4,7 \\ \hline -7644 & \\ -7644 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\text{Отже, } 51,324 : 10,92 = 4,7.$$



Щоб поділити будь-яке число на десятковий дріб, потрібно у діленому і дільнику перенести кому вправо на стільки десяткових знаків, скільки їх є у дільнику, а потім виконати ділення на отримане натуральне число.



Перевірте себе

1. Що означає поділити одне число на інше?
2. У чому полягає основна властивість частки?
3. Як поділити десятковий дріб на цілу розрядну одиницю?
4. Як поділити десятковий дріб на дробову розрядну одиницю?
5. Як поділити десятковий дріб на натуральне число?
6. Як перетворити звичайний дріб на десятковий? Чи завжди це можливо? Як знаходять наближене значення відповідного десяткового дробу?
7. Як ділення на десятковий дріб зводять до ділення на натуральне число? У чому полягає правило ділення на десятковий дріб?

ЗАВДАННЯ

1231. Виконайте ділення і перевірте результат за допомогою дії множення:

- | | |
|-----------------|-----------------|
| 1) $62,3 : 10;$ | 2) $375 : 100;$ |
| $62,3 : 100;$ | $375 : 10;$ |
| $6,23 : 10;$ | $37,5 : 100;$ |
| $6234 : 1000;$ | $37,5 : 1000;$ |
| $623,4 : 1000;$ | $3,75 : 100.$ |

1232. Виконайте ділення і перевірте результат за допомогою дії множення:

- | | |
|-----------------|------------------|
| 1) $68 : 0,1;$ | 2) $0,23 : 0,1;$ |
| $68 : 0,01;$ | $23 : 0,01;$ |
| $68 : 0,001;$ | $0,23 : 0,001;$ |
| $6,8 : 0,0001;$ | $0,23 : 0,01;$ |
| $6,8 : 0,01;$ | $0,023 : 0,01.$ |

1233. (Усно). У скільки разів треба збільшити число 1,75, щоб отримати 175?

1234. (Усно). У скільки разів треба зменшити число 2,75, щоб отримати 0,275?

1235. (Усно). Як зміниться частка, якщо:

- 1) ділене збільшити в 10 разів;
- 2) дільник збільшити в 10 разів;
- 3) ділене і дільник збільшити в 10 разів;
- 4) ділене і дільник збільшити у 100 разів;
- 5) ділене і дільник зменшити у 1000 разів?

1236. (Усно). Виконайте обчислення:

- | | | |
|---------------|---------------|----------------|
| 1) $2,6 : 2;$ | 2) $4,5 : 9;$ | 3) $0,42 : 7;$ |
| $15,9 : 3;$ | $3,6 : 12;$ | $0,025 : 5;$ |
| $27,9 : 9;$ | $7,2 : 8;$ | $0,016 : 16.$ |

1237. Знайдіть частку:

- | | | |
|-------------------|---------------------|---------------|
| 1) $159,84 : 72;$ | 2) $101,854 : 127;$ | 3) $17 : 25;$ |
| $484,38 : 69;$ | $1128,423 : 141;$ | $42 : 15;$ |
| $686,93 : 73;$ | $17,604 : 326;$ | $36 : 75;$ |
| $93,15 : 23;$ | $12,025 : 185;$ | $117 : 78.$ |

1238. Користуючись властивостями дій множення і ділення, обчисліть:

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| 1) $(6,6 \cdot 9) : 6;$ | 3) $(19 : 25) : 4;$ |
| 2) $(8 \cdot 4,4) : 4;$ | 4) $(3,7 : 5) : 2.$ |

1239. Запишіть звичайні дроби у вигляді десяткових:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{7}{20}, \frac{19}{10}, \frac{3}{8}, \frac{15}{16}.$$

1240. Розв'яжіть рівняння:

1) $4x - 8 = 15$;

3) $18 + 8x = 88$;

2) $28 - 6x = 15$;

4) $16x + 18 = 42$.

1241. Автомобіль за 4 год проїхав 293 км. З якою швидкістю їхав автомобіль, якщо він рухався рівномірно?

1242. Площа прямокутника дорівнює 650 м^2 , одна його сторона — 20 м. Обчисліть периметр прямокутника.

1243. Площа підлоги кімнати прямокутної форми становить 15 м^2 , одна її сторона дорівнює 4 м. Знайдіть довжину плінтуса кімнати, який охоплює весь її периметр.

1244. Із 17,5 м тканини пошили 5 чоловічих костюмів, після чого 1,5 м тканини залишилося. Скільки метрів тканини витрачали на один костюм?

1245. Яку частину становлять 3 км від 30 км; від 15 км?

1246. Яку частину становлять 8 кг від 80 кг; від 40 кг; від 20 кг?

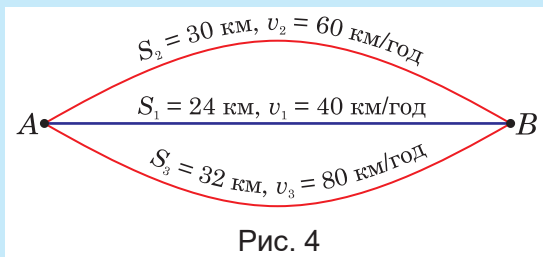
1247. Яку частину становлять 6 хв від 1 год; від 30 хв; від 15 хв?

1248. Добуток двох чисел дорівнює 60, а один із множників — 8. Знайдіть другий множник.

1249. Довжина кімнати 6,5 м, ширина — 4 м. Об'єм кімнати становить 65 м^3 . Знайдіть висоту кімнати.


1250. Маса чавунної болванки 16 кг. Яку найменшу кількість таких болванок потрібно, щоб відлити 41 деталь масою 12 кг кожна?

1251. З пункту A в пункт B (рис. 4) можна проїхати на автомобілі трьома шляхами і з різними швидкостями. Який з них можна подолати за найкоротший час?



1252. У двох коробках 15 кг чаю. Якщо з першої коробки пересипати в другу 2,5 кг чаю, то в обох коробках його стане порівну. Скільки кілограмів чаю в кожній коробці?

1253*. Сувій полотна завдовжки 10,6 м треба розрізати на дві частини так, щоб в одній з них було на 1,6 м більше, ніж у іншій. Скільки метрів полотна має бути в кожній частині?


 **1254.** Обчисліть частку й округліть до сотих:

- 1) $0,6 : 27$; 2) $0,8 : 124$; 3) $5 : 225$.

1255. Знайдіть наближену частку й округліть:

- 1) $120 : 56$ (до десятих);
2) $513 : 312$ (до десятих);
3) $435 : 13$ (до десятих);
4) $329 : 48$ (до сотих);
5) $2 : 3$ (до сотих);
6) $71,7 : 324$ (до тисячних);
7) $0,1 : 26$ (до тисячних).

1256. Периметр рівностороннього трикутника дорівнює 2 м. Чому дорівнює його сторона (*округліть до сотих*)?

 **1257.** Автомат за годину виготовляє 140 деталей. За скільки часу автомат виготовить 200 деталей? (*Відповідь округліть до сотих годин.*)


1258. Залізницею потрібно перевезти 850 т вантажу. Яка найменша кількість вагонів вантажністю 60 т потрібна для цього?

1259. (Усно). Обчисліть:

- 1) $25 : 5$; 2) $0,48 : 6$; 3) $8,46 : 2$;
 $2,4 : 3$; $48 : 0,6$; $8,46 : 3$;
 $2,4 : 0,3$; $4,8 : 6$; $8,46 : 6$;
 $0,24 : 0,3$; $4,8 : 0,6$; $8,46 : 0,02$.

1260. Виконайте дію:

- 1) $6 : 0,18$; 2) $51 : 0,034$; 3) $24 : 6,25$;
 $1 : 0,05$; $160 : 0,032$; $32 : 1,28$;
 $9 : 0,18$; $19 : 0,095$; $4 : 0,025$.

 **1261.** Знайдіть x , якщо:

- 1) $0,3x = 3,6$; 3) $0,09x = 0,81$;
2) $0,25x = 12,5$; 4) $0,17x = 51$.


1262. Знайдіть наближену частку, відповідь округліть до десятих:

- 1) $2,8 : 71$; 4) $0,32 : 1,7$; 7) $137 : 29,4$;
2) $4,9 : 3,52$; 5) $0,52 : 3,92$; 8) $256 : 3,55$;
3) $1,7 : 0,82$; 6) $0,017 : 2,4$; 9) $0,012 : 9,5$.

 **1263.** Виконайте ділення і перевірте відповіді за допомогою дії множення:

- | | |
|--------------------|-------------------|
| 1) $0,84 : 0,21$; | 2) $3,5 : 0,04$; |
| $0,21 : 0,84$; | $25,9 : 3,5$; |
| $0,376 : 0,4$; | $18,4 : 7,36$; |
| $7,05 : 1,5$; | $16,92 : 4,23$. |

1264. Для посіву гречки на 1 м^2 потрібно $12,5 \text{ г}$ насіння. Яку площу можна засіяти, маючи 23 кг гречки?


 **1265.** Маса однієї деталі $7,5 \text{ г}$. Скільки таких деталей можна виготовити з 3 кг металу?

1266. Знайдіть наближену частку й округліть:

- $120 : 56$ (до одиниць);
- $513 : 321$ (до десятих);
- $12,4 : 32$ (до десятих);
- $329 : 48$ (до сотих);
- $45,3 : 11,1$ (до сотих);
- $2 : 3$ (до тисячних).

1267. Знайдіть x , якщо:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| 1) $0,3x = 81$; | 4) $100,1 = 0,91x$; |
| 2) $x \cdot 0,24 = 0,132$; | 5) $x \cdot 0,5 = 57,5$; |
| 3) $0,7 \cdot x = 17,5$; | 6) $0,0124 = 0,31x$. |

 **1268.** Визначте x із таких рівностей:


- | | |
|--------------------------|------------------------------------|
| 1) $x \cdot 17 = 5,1$; | 5) $1 : x = 0,25$; |
| 2) $15 : x = 37,5$; | 6) $x : 3 = 14,56$; |
| 3) $12,5 : x = 0,625$; | 7) $5 \cdot x \cdot 345 = 2,484$; |
| 4) $46 \cdot x = 18,4$; | 8) $12,5 : x = 0,04$. |

1269. Хлопчик задумав число, додав до нього $16,5$, суму помножив на 2 , від добутку відняв $8,3$ і в результаті дістав $31,7$. Яке число він задумав?


- 1270.**
- Яку частину становлять 5 км від 30 км ; від 100 км ; від 500 км ?
 - Яку частину становлять 30 кг від $2,1 \text{ ц}$; від 3 ц ; від $1,2 \text{ т}$?
 - Яку частину становлять 15 хв від 1 год ; від 2 год ; від 5 год ?

1271. Знайдіть число:

- $0,5$ якого становлять 9 ;
- $0,3$ якого становлять 9 ;
- $0,14$ якого становлять 28 .

 **1272.** Горобець може прожити 14 років, що становить $0,14$ від віку слона. Скільки років може прожити слон?

1273. За один день слон з'їдає в середньому 500 кг їжі, що становить 0,1 від його маси. Знайдіть масу слона.

 **1274.** Пташка колібрі має масу 1,8 г, що становить 0,00002 маси страуса. Знайдіть масу страуса.

1275. При зберіганні картопля за півроку втрачає 0,15 своєї маси. Скільки картоплі треба покласти на зберігання, щоб через півроку її було 51 ц?

1276. Знайдіть відстань між двома станціями, якщо 0,16 цієї відстані на 68 км менше від решти відстані.

1277. Одному покупцеві продали 0,2 сувою сукна, а другому — 0,5 остачі, після чого в сувої залишилося 24 м. Скільки метрів сукна було в сувої спочатку?

1278*. Поставте у порожніх клітинках квадратів (рис. 5) числа так, щоб добуток усіх чисел кожної вертикалі, горизонталі й діагоналі становив для першого квадрата 64, для другого — 8, для третього — 0,004096, для четвертого — 0,125.

		2			1		2,56	0,02			
0,25		64			32	0,04				0,5	
				8						0,125	4
I			II			III				IV	

Рис. 5

1279*. Заповніть клітинки квадратів (рис. 6) числами так, щоб добутки чисел кожного рядка, кожного стовпчика і кожної діагоналі були рівними.

8		
$\frac{1}{16}$		
2	4	

		1
	2	
4		0,25

Рис. 6



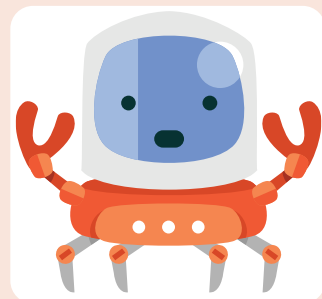
Готуємося до математичних турнірів





§ 3. Урок-практикум «Робот-всюдилаз»

Задача 1. Робот-всюдилаз видерся на дах хмарочоса по стіні, подолавши 70 поверхів заввишки 3 м 10 см кожен зі швидкістю 5 м/с. Звідти він спланерував на землю зі швидкістю, більшою за швидкість підйому на 4 м/с. На скільки секунд підйом на дах хмарочоса тривав довше, ніж спуск?



Задача 2. Робот-всюдилаз уміє літати, як літак, як гвинтокрил і як повітряна куля. Коли він летить, як літак, то може підняти 1842 кг вантажу; коли рухається, як гвинтокрил, — то лише третину від цієї маси, а коли злітає, як повітряна куля, то піднімає у 5 разів більший вантаж, аніж у двох попередніх випадках разом. Скільки кілограмів вантажу піднімає робот, коли летить, як повітряна куля?

Задача 3. Робот-всюдилаз долає затор на дорозі, стрибаючи по дахах автомобілів. Легковий автомобіль він перестрибує за 2 с, а вантажний — утричі довше. За скільки годин, хвилин і секунд робот подолає затор, якщо перестрибне 1865 легковиків і 294 вантажівки?

Задача 4. Робот-всюдилаз може бігати по воді, як жук-водомірка, зі швидкістю 72 м/с. Побігавши так 1 хв 50 с, він мусть зупинитися для підзарядки батарейок. Яку максимальну відстань може пробігти робот без «перепочинку»?



Задача 5. У горах стався зсув ґрунту і перегородив дорогу. Робот узявся за ліквідацію наслідків зсуву. Тунель для пішоходів він прорив за 2 хв 40 с, для легкових автомобілів — за 1 год 24 хв 30 с, а тунель для вантажівок довелося рити 2 доби 12 год 27 хв 56 с.



Скільки всього часу затратив робот, аби відновити рух гірською дорогою?

Задача 6. Землетрус зруйнував міст через річку. Робот-всюдилаз перекинув колоду з одного берега на інший і переніс по ній 340 легковиків, середня маса кожного з яких становила 1765 кг. А ось 18 вантажівок із середньою масою 42 т 340 кг кожна він перенести не зміг. На скільки кілограмів маса всіх легковиків менша, ніж маса всіх вантажівок?





Контрольна робота №10 Множення і ділення десяткових дробів

1. Виконайте множення: $3,1 \cdot 2,4$.

А	Б	В	Г
74,4	7,44	744	0,744

2. Обчисліть: $6,328 \cdot 100$.

А	Б	В	Г
0,06328	63,28	632,8	6328

3. Виконайте ділення: $8 : 0,2$.

А	Б	В	Г
2,5	4	0,4	40

4. Виконайте ділення: $74,5 : 0,01$.

А	Б	В	Г
0,745	0,0745	7450	745

5. Обчисліть: $0,82 \cdot 0,01$.

А	Б	В	Г
0,82	8,2	0,0082	0,082

6. Установіть відповідність між рівнянням (1 – 3) та його розв'язком (А – Д).

1. $0,6 \cdot x = 3,12$

2. $3,92 : x = 0,7$

3. $x : 14,5 = 0,4$

А $x = 5,8$

Б $x = 5,7$

В $x = 5,6$

Г $x = 5,4$

Д $x = 5,2$

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Швидкість човна в стоячій воді становить 18,3 км/год, а швидкість течії річки — 2,4 км/год. Визначте, яку відстань пропливе човен за 6 год, рухаючись:

1) за течією;

2) проти течії.

- 8.** Знайдіть значення виразу $(23,4 - 13,812) : (2,16 + 1,84)$.
- 9.** Розв'яжіть рівняння:
1) $4,2 : (x + 3,28) = 0,6$;
2) $1,8x + 4,6x - 0,6 = 1$.
- 10.** Спростіть вираз та обчисліть його значення:
1) $0,05x \cdot 0,2y$, якщо $x = 100$, $y = 3,6$;
2) $7,3x + 12,7x$, якщо $x = 6,1$.
- 11.** З однієї станції у протилежних напрямках одночасно вирушили два поїзди. Один із них рухається зі швидкістю 63,2 км/год, інший — 61,4 км/год. Якою буде відстань між поїздами через 1,7 год після початку руху?
- 12.** У фермерському господарстві посіяли соняшник на площі 25,5 га, яка в 1,7 разу більша, ніж площа, засіяна просом. Урожайність проса виявилася вдвічі меншою, ніж урожайність соняшника. Скільки зібрали проса, якщо соняшника зібрали 82,11 т?



«Лихвар із дружиною».
Картина фламандського живописця
16-го століття Квентіна Массейса

Попри давнє побутування негативного ставлення до лихварства, цією своєю картиною художник прагнув переконати, що воно може бути не тільки корисним, а й шляхетним. Запорукою того, що цей лихвар не переходить моральних меж, є його дружина, яка поглядає на заняття чоловіка, читаючи молитовник.

В сучасному світі лихварство називається кредитуванням і при дотриманні моральних норм є потужним двигуном суспільного прогресу. А показником цієї моральності є низькі банківські відсотки за кредити і максимально високі за депозитні вклади.

Про відсотки головним чином і йтиметься в цьому розділі.

РОЗДІЛ 11.

ВІДСОТКИ. СЕРЕДНЄ АРИФМЕТИЧНЕ ЗНАЧЕННЯ

ПРО ЩО ЙДЕТЬСЯ В ЦЬОМУ РОЗДІЛІ

Про відсотки ми чуємо звідусіль. Найбільше — з реклами банківських вкладів та позик, із повідомлень про ріст чи спад виробництва, про розширення сфери зайнятості, покращення якості життя і таке інше. Часто говорять і про середні показники — урожайності з гектара, заробітної плати в галузі, віку працівників фірми чи збірної команди з футболу тощо.

Без відповідних знань нічого з цього як слід зрозуміти неможливо. І тому в дорослому житті можна буде втратити багато можливостей або й потрапити «на вудочку» недобросовісних інформаторів. Щоби цього не сталося, вам і пропонується опанувати цей розділ, який є заключним перед повторенням усього пройденого за рік.

§ 1. ВІДСОТКИ

Вивчаємо теорію

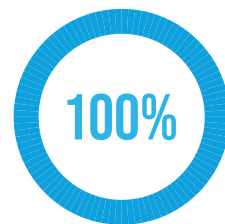
1. Що таке відсотки

У різних сферах життя люди часто користуються сотими частинами різних величин. Наприклад, сота частина української гривні — це 1 копіяка, сота частина американського долара — це 1 цент, сота частина метра — 1 сантиметр, сота частина гектара — 1 ар (у побуті його так і називають — «сотка») тощо. Звісно, це пов'язано із загальноприйнятою десятковою системою числення, в якій 100 — наступна за основою системи 10 розрядна одиниця.

Але таких спеціальних назв для сотих частин небагато. Тому придумали універсальну назву — відсоток, або процент (від латинського словосполучення *pro centum* — «на сотню»).

Один відсоток від величини — це її сота частина.

Відсотки позначають за допомогою значка %. Наприклад, 1 % від 120 г морозива, що міститься в одному стаканчику, — це всього 1,2 г, 60 % — це $1,2 \cdot 60$, тобто 72 г, а 100 % — це 120 г, тобто весь стаканчик морозива!



Узагалі, коли кажуть про 100 % від якоїсь величини, то мають на увазі $\frac{100}{100}$ цієї величини,

тобто всю величину. Тому, наприклад, виконати завдання на 100 % — означає виконати завдання повністю, а напис на стаканчику «100 % морозиво» означає, що нічого іншого, крім морозива, у ньому немає — ні шоколаду, ні ванільного печива, ні горішків, ані шкідливих ароматизаторів.

Виконати завдання можна і більше ніж на 100 %, тобто перевиконати. Якщо, наприклад, ви зобов'язувались прочитати за літо 10 книжок, а прочитали 12, то ви перевиконали зобов'язання на $\frac{2}{10}$ від його обсягу. $\frac{2}{10}$ від 100 % становить 20 %. Отже, ви перевиконали зобов'язання на 20 %, або виконали його на 120 %.

Із прийнятого означення відсотків випливає, що будь-яку їхню кількість можна записати десятковим дробом або цілим числом.

Наприклад, оскільки 25% — це $\frac{25}{100}$, то $25\% = 0,25$. Так само, оскільки 300% — це $\frac{300}{100}$, а це дорівнює трьом цілим, то $300\% = 3$.



Щоб записати відсоток від числа десятковим дробом, потрібно це число поділити на 100 (або помножити на 0,01), тобто перенести кому на два знаки вліво.

Звідси зрозуміло, як виконати й обернене перетворення, тобто перетворити десятковий дріб (або ціле число) на відсоток.

Щоб записати десятковий дріб у відсотках, потрібно помножити його на 100, тобто перенести в ньому кому на два знаки вправо.

Зокрема, $0,5 = 50\%$, а $2 = 200\%$.

Звідси впливають два важливі для практики висновки:

- 1) якщо одна величина менша від іншої вдвічі, то менша становить 50% від більшої;
- 2) якщо одна величина більша за іншу вдвічі, то більша становить 200% від меншої.

ДІЗНАЙТЕСЬ БІЛЬШЕ

Що таке проміле?

Окрім сотих частин, у практиці використовують і тисячні частини. Наприклад, 1 грам є однією тисячною кілограма, а 1 метр — однією тисячною кілометра.

Узагалі, $\frac{1}{1000}$ величини називають одним проміле — від латинського словосполучення pro mille, що означає «на тисячу», — і за аналогією з процентами позначають 1‰ .

Наприклад,

$$5\text{‰} = \frac{5}{1000} = 0,005 = 0,5\%.$$

У проміле виражають, наприклад, концентрації деяких розчинів, тобто у грамах на 1 кг (1000 г) розчину. Наприклад, — солоність морської води. Середня солоність Світового океану становить 35‰ . Солоність Чорного моря біля українських берегів близька до 18‰ , Азовського моря — до 14‰ . Вважається, що найсолонішим у світі є Мертве море, що на Близькому Сході.

Солоність його води становить 300–310%, а в окремі роки доходило й до 350%. Завдяки такій концентрації солей вода Мертвого моря дуже важка, а виштовхувальна сила, відповідно, набагато вища, ніж у звичайній воді. Тому людина в ній не тоне, а може вільно лежати на поверхні, наче на ортопедичному матраці.

А ще у проміле виражають уміст дорогоцінних металів (золота, срібла, платини) — у грамах на 1 000 г сплаву. Щоправда, в цьому разі проміле називають пробую. Якщо, наприклад, на золотій обручці зазначена проба 585, то це означає, що в ній 58,5 % золота, а решта 41,5 % — так звана лігатура, тобто домішки, які додаються для міцності та здешевлення. Золото 999-ї проби називається сусальним. Воно дуже м'яке і тому для ювелірних виробів малопридатне. Але воно ідеально піддається плющенню до дуже тонких шарів. Тому його найчастіше використовують для декоративних робіт, зокрема, — для позолоти куполів соборів і церков.



Перевірте себе

1. Що таке відсоток? Як інакше називають відсотки?
2. Як позначають відсотки?
3. Як записати відсоток у вигляді десяткового дробу?
4. Як записати десятковий дріб у вигляді відсотка?

ЗАВДАННЯ

1280. Запишіть у вигляді звичайного і десяткового дробів: 6 %, 17 %, 21 %, 70 %, 98 %, 99 %, 100 %, 110 %, 125 %, 150 %, 200 %, 250 %, 300 %.

1281. Запишіть у відсотках:

- | | |
|---|---|
| 1) $\frac{1}{100}, \frac{4}{100}, \frac{5}{100}, \frac{43}{100};$ | 4) $\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, \frac{5}{20}, \frac{11}{20}, \frac{19}{20};$ |
| 2) $\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{11}{10};$ | 5) $\frac{1}{25}, \frac{4}{25}, \frac{14}{25}, \frac{20}{25}, \frac{26}{25};$ |
| 3) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5};$ | 6) $\frac{1}{50}, \frac{7}{50}, \frac{28}{50}, \frac{49}{50}, \frac{51}{50};$ |

1282. Запишіть відсотки у вигляді звичайного і десяткового дробів:
1) 1 %, 13 %, 91 %, 103 %, 175 %, 225 %, 275 %, 325 %, 400 %;

2) 20 %, 25 %, 35 %, 50 %, 60 %, 65 %, 75 %, 95 %, 105 %.

1283. Запишіть у вигляді звичайного і десяткового дробів: 12,5 %, 33,3 %, 6,25 %, 37,5 %, 31,25 %, 112,5 %, 206,25 %.

1284. Запишіть у відсотках:

1) 0,25; 0,36; 1,05; 8,75; 10,25;

2) 1,2; 3,4; 0,6; 0,04; 0,02.

1285. Що більше:

0,3 чи 3 %;

0,03 чи 3 %;

0,33 чи 3 %;

0,033 чи 3 %;

2,1 чи 21 %;

0,21 чи 21 %;

$\frac{2}{10}$ чи 20 %;

$\frac{2}{10}$ чи 2 %?

2. Знаходження відсотків від числа

Оскільки відсотки виражаються десятковими дробами, то кожну задачу на знаходження відсотка від числа можна звести до знаходження дробу від числа.

Задача. При переробці цукрових буряків виходять 16 % цукру. Скільки цукру вийде із 300 ц буряків?

Розв'язання. $16 \% = \frac{16}{100} = 0,16$. Тому із 300 ц буряків вийде

$300 \cdot 0,16$, тобто 48 ц цукру.

Відповідь. 48 ц.

Але можна для розв'язання цієї задачі міркувати й так. 1 % від 300 ц — це 3 ц, оскільки $300 : 100 = 3$. А 16 % — у 16 разів більше, тобто $3 \cdot 16 = 48$ (ц).

В обох випадках шуканий результат можна записати одним виразом: $\frac{300}{100} \cdot 16$. Звідси приходимо до такого загального правила.



Щоб знайти p відсотків від даного числа a , потрібно це число поділити на 100 і результат помножити на кількість відсотків p :

$$\frac{a}{100} \cdot p.$$

3. Головне про банківські відсотки

Важливим практичним застосуванням відсотків від числа є нарахування так званих банківських відсотків. Їх нараховують бан-

ки своїм вкладникам за користування їхніми коштами. Прибутки вкладників визначаються у відсотках від вкладу на рік (так званих відсотках річних) з можливим пропорційним поділом на місяці.

Розрізняють прості і складні банківські відсотки. Різниця в прибутку від застосування того чи того варіанта при значних вкладах і тривалих термінах може бути істотною. Тому вкладникові при укладанні угоди з банком, особливо довгострокової, потрібно з'ясувати, за якими саме відсотками йому буде нараховуватись прибуток.

Прості банківські відсотки визначаються на рік лише від початкового вкладу. Складні банківські відсотки визначаються теж на рік, але не тільки від початкового вкладу, а й від щомісячної добавки нарахованого прибутку (на банківському жаргоні це називається «з капіталізацією відсотків»). Можливі також щоденні нарахування складних відсотків. Тоді прибуток вкладника зростає ще швидше.

Проілюструємо це на прикладі невеличкого вкладу в 1 000 грн. Якщо банк гарантує вкладникові 6 % річних (0,5 % місячних) за простими відсотками, то це означає, що після закінчення річного терміну вкладник отримає на свій рахунок додатково $1000 \cdot 0,06$, тобто 60 грн. Ще через рік йому знову буде зараховано 60 грн, і так далі. А якщо вклад буде зроблено лише на кілька місяців, то річний прибуток 60 грн відповідно зменшиться, але за кожен місяць стабільно буде нараховуватись по 0,5 % або 0,005 від 1 000 грн, тобто по 5 грн.

Якщо ж розрахунок буде вестися за складними відсотками, то після закінчення першого місяця прибуток буде той самий — 5 грн, але після другого місяця на рахунку вкладника замість 1010 грн з'явиться сума $1005 \cdot 1,005$, яка після виконання множення та округлення виявляється на 3 коп більшою. На третій місяць буде вже на 8 коп більше, на четвертий — на 15 коп, а на кінець року — на 1 грн 68 коп більше. Як бачимо, з кожним продовженням терміну вкладу на місяць додатковий прибуток прогресує. За допомогою калькулятора можна поррахувати, що за другий рік додатковий прибуток становив би вже 13 грн. Легко зрозуміти, що коли б на 2 роки було покладено не 1 000 грн, а 1 000 000 (у тисячу разів більше), то лише на застосуванні складних відсотків додатковий прибуток становив би 13 000 грн.

Такі ж само нюанси виникають і при нарахуванні банком відсотків позичальнику за користування кредитом.

ЗАВДАННЯ

- 1286.** Вкладниця розмістила суму 24 000 грн у банк. Визначте, яку суму отримає вкладниця через 3 роки, якщо процентна ставка становить 19 % на рік.
- 1287.** Вкладник розмістив суму 16 000 грн у банк на один рік, однак йому довелося забрати гроші через сім місяців. Процентна ставка при достроковому знятті депозиту становить 9 % на рік. Знайдіть суму, яку зніме вкладник.
- 1288.** Позичальник отримав кредит на суму 20 000 грн під 32 % річних. Через 240 днів кредит було повністю погашено. Яку суму позичальник віддав банку?
- 1289.** Знайдіть: 4 % від 200 грн., 4 % від 50 грн.
- 1290.** Накресліть квадрат зі стороною 5 см і зафарбуйте на рисунку 1 %, 2 %, 7 % від його площі. Знайдіть 4 %, 8 %, 10 %, 20 %, 25 %, 50 % площі цього квадрата.
- 1291.** Знайдіть:
- | | |
|-------------------------|-----------------------|
| 1) 8 % від 1250 грн; | 6) 4,5 % від 3,6 т; |
| 2) 14 % від 180 км; | 7) 0,5 % від 25 л; |
| 3) 10 % від 12 800 грн; | 8) 7 % від 9,8 т; |
| 4) 15 % від 540 кг; | 9) 12,5 % від 640 км; |
| 5) 30 % від 48 с; | 10) 60 % від 860 га. |
- 1292.** Морський окунь містить 5,8 % жиру. Скільки жиру міститься в окунях загальною масою 15 кг?
- 1293.** Із свіжих вишень після сушіння виходять 15 % сушених. Скільки сушених вишень вийде з 1,5 ц свіжих?
- 1294.** Яблуко містить 10,7 % цукру. Скільки цукру буде в 25 кг цих яблук?
- 1295.** На літніх параолімпійських іграх 2021 р. у Токіо українська команда із 98-ма медалями зайняла за цим показником почесне 5-те місце (серед 168 команд світу!). Найближчі показники в команд США (104 медалі) та Бразилії (72 медалі). На скільки відсотків за кількістю медалей наша параолімпійська команда випередила бразильців і на скільки відсотків відстала від американців?



- 1296.** Банк виплачує 17 % річних. Скільки грошей виплатить банк вкладникові за рік, якщо вклад становитиме 1000 грн; 2000 грн; 5000 грн; 10 000 грн?
- 1297.** Скільки сухої ромашки вийде з 50 кг свіжої, якщо вона при сушінні втрачає 84 % своєї маси?
- 1298.** Липовий цвіт при сушінні втрачає 74 % своєї маси. Скільки сухого липового цвіту вийде з 50 кг свіжого?
- 1299.** Пошиття костюма в ательє коштує 1600 грн. Замовник вніс 20 % завдатку. Скільки гривень залишилося заплатити замовнику за готовий костюм?
- 1300.** У книжці 240 сторінок. Іринка прочитала 7,5 % усієї книжки, а потім ще — на 12 сторінок більше. Скільки сторінок їй залишилося прочитати?
- 1301.** Перше число 60. Друге число становить 80 % від першого, а третє — 50 % від суми першого і другого разом. Знайдіть суму цих трьох чисел.
- 1302.** У п'ятих класах школи 80 учнів та учениць. З них займаються спортом 21,25 %. У шостих класах 90 дітей, а спортом займаються 20 %. У яких класах більше учнів та учениць, що займаються спортом і на скільки більше?
- 1303*.** Як зміниться площа прямокутника зі сторонами a і b , якщо сторону a збільшити на 20 %, а сторону b зменшити на 20 %?
- 1304*.** Збільшіть число 1000 спочатку на 20 %, а потім результат зменшіть на 20 %. Як змінилося число 1000?
- 1305*.** Як зміниться число, якщо його спочатку збільшити на кілька відсотків, а потім зменшити на стільки ж відсотків?

4. Знаходження числа за його відсотком

Розв'яжемо задачу, обернену до задачі другого пункту.

Задача. При переробці цукрових буряків вихід цукру становить 16 %. Скільки потрібно переробити буряків, щоб одержати 4,8 т цукру?

Розв'язання. Як ми вже знаємо, 16 % — це 0,16. Тому, за правилом знаходження числа за його дробом, для отримання 4,8 т цукру потрібно переробити $4,8 : 0,16 = 480 : 16$, тобто 30 т цукрових буряків.

Відповідь. 30 т.

Але, як і в задачі попереднього пункту, можна міркувати й інакше. Оскільки 4,8 т цукру становлять 16 %, то на 1 % припадає $4,8 : 16 = 0,3$ (т). Весь цукровий буряк, який потрібно переробити, становить 100 %. Тому в тоннах це дорівнює $0,3 \cdot 100 = 30$ (т).

В обох випадках шуканий результат можна записати одним виразом: $\frac{4,8}{16} \cdot 100$. Звідси правило.



Щоб знайти число, p відсотків якого дорівнюють a , потрібно a поділити на кількість відсотків p і результат помножити на 100:

$$\frac{a}{p} \cdot 100.$$





Перевірте себе

1. Як знайти відсоток від даного числа?
3. Як можуть нараховуватись банківські відсотки?
2. Як знайти число за його відсотком?

ЗАВДАННЯ

- 1306.** Знайдіть число, якщо:
- 1) 8 % його дорівнюють 40;
 - 2) 8 % його дорівнюють 4.
- 1307.** Із нафти добувають 30 % гасу. Скільки треба взяти нафти, щоб отримати 64,8 т гасу?
- 1308.** Із жита отримують 75 % борошна. Скільки треба змолоти жита, щоб мати 1,5 ц борошна?
- 1309.** Із пшениці отримують 80 % борошна. Скільки треба змолоти пшениці, щоб мати 50 кг борошна?
- 1310.** Риба містить 4,5 % жиру. Скільки треба взяти риби, щоб отримати 1,8 кг риб'ячого жиру?
- 1311.** Із свіжих груш виходить 18 % сушених. Скільки взяли свіжих груш, якщо отримали 45 кг сушених?
- 1312.** Із свіжих слив виходить 35 % сушених. Скільки взяли свіжих слив, якщо отримали 22,4 кг сушених?
- 1313.** Діти здали в аптеку 12 кг сушеної малини. Скільки кілограмів свіжих ягід вони зібрали, якщо після сушіння малина втратила 75 % маси?

- 1314.**  Учні та учениці школи здали в аптеку 10 кг сушеної чорниці. Скільки кілограмів свіжих ягід вони зібрали, якщо після сушіння чорниця втратила 80 % маси?
- 1315.** Під час приготування сливового пюре 28 % маси слив іде у відходи. Скільки треба взяти слив, щоб отримати 3,6 т пюре?
- 1316.**  Під час приготування вишневого пюре 18 % маси вишень іде у відходи. Скільки треба взяти вишень, щоб отримати 4,1 т пюре?
- 1317.** Після того, як 51 верстат замінили новими верстатами, ті, що залишилися, становили 83 % від їхньої початкової кількості. Скільки залишилося на заводі старих верстатів?
- 1318*.** Тупий кут поділили на три частини. Один з утворених кутів становить 40 % тупого кута, другий — 20 % першого кута, а третій кут дорівнює 78° . Знайдіть тупий кут.
- 1319*.** Свіжі гриби містять 90 % води, а сушені — 12 %. Скільки сушених грибів вийде з 20 кг свіжих?
- 1320*.** Маса вершків становить 21 % маси молока, масло становить 23 % маси вершків. Скільки потрібно взяти молока, щоб отримати 7 кг масла?
- 1321.** П р а к т и ч н е з а в д а н н я: мій інтелектуальний проект «Магія чисел». Використовуючи запропоноване джерело, складіть та проілюструйте кілька задач екологічної тематики.



§ 2. СЕРЕДНЄ АРИФМЕТИЧНЕ

Вивчаємо теорію

Відсотки, які ви вивчали в попередньому параграфі, використовуються для кращого розуміння дольового внеску певної частини до цілого або для порівняння різних частин цілого. Але в практичному житті трапляється й чимало таких ситуацій, коли потрібно оцінити не окремо взяті величини, а цілу сукупність однорідних величин. Тоді говорять про середнє арифметичне значення.

Приклад 1. Для визначення глибини ставка виміряли жердиною рівень води відносно ґрунту в трьох місцях і дістали значення: 2,2 м, 2,4 м і 2,3 м. Тоді знайшли їхню суму $2,2 + 2,4 + 2,3 = 6,9$ (м) і поділили на кількість замірів (тобто на 3). Отримали середнє значення:

$$6,9 : 3 = 2,3 \text{ (м)}.$$

Природно, що саме його відтоді й вважають глибиною цього ставка.

Приклад 2. На синоптичній станції впродовж світлового дня зафіксували такі покази температури повітря: 18° , 20° , 22° , 25° , 27° , 29° , 25° , 22° , 19° . Додавши усі ці значення й поділивши їхню суму на кількість (9), дістали середнє арифметичне значення температури впродовж дня:

$$\frac{18^\circ + 20^\circ + 22^\circ + 25^\circ + 27^\circ + 29^\circ + 25^\circ + 22^\circ + 19^\circ}{9} = 23^\circ.$$



Середнім арифметичним кількох чисел називають частку від ділення суми цих чисел на їхню кількість.

Про середні арифметичні значення ми чуємо звідусіль. Наприклад, — коли говорять про середню врожайність з гектара, середню заробітну плату, середні пенсії, середній вік працівників фірми, середню успішність з математики тощо.

На основі середніх показників складаються так звані статистичні таблиці. Це — важливі джерела для аналізу та планування розвитку виробництва, соціальної сфери, освіти. У них відобра-

жаються узагальнені показники здобутків та недоліків у певній сфері з розподілом їх за часом, територією, соціальними групами і таке інше.

Ось типовий приклад статистичної таблиці. У ній відображено споживання основних продуктів харчування населенням України в кілограмах на одну особу за 2020 рік з індикаторами достатності такого споживання.

	Раціональна норма (розрахунки МОЗ)	Фактичне споживання у 2020 році (дані Держстату)	Індикатор достатності споживання, %	Фактичне споживання у 2019 році (довідка)
Хліб і хлібопродукти (у перерахунку на борошно)	101	96,6	95,6	97,6
М'ясо і м'ясопродукти	80	53,8	67,3	53,6
Молоко і молокопродукти	380	201,9	53,1	200,5
Риба і рибопродукти	20	12,4	62,0	12,5
Яйця (шт.)	290	278,0	95,9	282
Овочі та баштанні	161	164,0	101,9	164,7
Плоди, ягоди та виноград	90	56,5	62,8	58,7
Картопля	124	134,0	108,1	135,7
Цукор	38	27,8	73,2	28,8
Олія рослинна всіх видів	13	12,3	94,6	12,0

Якщо додамо всі показники індикатора достатності й поділимо їхню суму на кількість (10), то дістанемо середній показник 81,45 %. Очевидно, що навіть на тлі істотного перевищення споживання картоплі, цей показник ще далекий від норми.



Перевірте себе

1. Що називають середнім арифметичним кількох чисел?
2. Назвіть приклади використання середнього арифметичного.

ЗАВДАННЯ

1322. Знайдіть середню швидкість велосипедиста, який рухався по одній годині зі вказаними швидкостями:

- 1) 25,6 км/год і 24,4 км/год;
- 2) 27,3 км/год і 22,7 км/год.

1323. Чому дорівнює середнє арифметичне трьох чисел:

- 1) 3,45, 3,78 і 3,06;
- 2) 4,83, 4,05 і 4,17?

1324. Знайдіть середнє арифметичне двох чисел:

- 1) 3 і 4,5;
- 2) 3,6 і 7.

1325. Знайдіть середню заробітну плату робітниці, якщо протягом трьох місяців вона становила:

- 1) 5402 грн, 7534 грн і 9516 грн;
- 2) 6503 грн, 8523 грн і 9504 грн.

1326. Розв'яжіть задачі:

1. Одна вівця має масу 82,4 кг, а друга — на 4,8 кг меншу. Яка середня маса вівці?
2. З однієї ділянки зібрали 76,5 т картоплі, а з іншої ділянки такої самої площі — на 12,3 т більше. Який середній урожай картоплі зібрали з однієї ділянки?

1327. Знайдіть середнє арифметичне чисел, одне з яких дорівнює 8,4, а друге:

1. на 2,6 менше від нього;
2. на 2,8 більше за нього.

1328. Розв'яжіть задачі:

1. Один із трьох відрізків дорівнює 2,6 см. Це на 0,8 см менше від другого відрізка і на стільки ж більше за третій відрізок. Знайдіть середню довжину одного відрізка.
2. В одному з трьох кошиків 12,4 кг яблук. Це на 2,6 кг більше, ніж у другому, і на стільки ж менше, ніж у третьому кошику. Знайдіть середню масу яблук в одному кошику.



§ 3. Урок-практикум «Конструктор “Лего”»

Задача 1. Із конструктора «Лего» вибрали деталі, що мали один, два та чотири виступи — всього 1200 виступів. На великих деталях стільки виступів, скільки на середніх і малих разом, а на середніх — удвічі більше, ніж на малих. Скільки деталей кожного виду вибрали?

Задача 2. На честь дня Данії на фірмі «Лего» побудували вітрильник, використавши 36 102 деталі конструктора. Прапор Данії — білий хрест на червоному тлі, і площа білої частини у 5 разів менша від площі червоної. Тому для спорудження вітрильника взяли тільки білі й червоні деталі, до того ж на кожен білу деталь припадало по 5 червоних. Скільки деталей кожного кольору використали?

Задача 3. На честь успіху збірної Данії з футболу фірма «Лего» виготовила 11 фігурок футболістів, кожна з яких нагадувала реального гравця. Для цього знадобилися 2340 червоних деталей, 1500 білих, 1350 рожевих, 1200 коричневих та 860 чорних. Скільки всього деталей використали, щоб зібрати іграшкову футбольну команду?

Задача 4. На честь дня народження Віллема-Олександра, короля Нідерландів, фірма «Лего» побудувала підводний човен із 999 999 деталей. Прапор Нідерландів має вигляд прямокутного полотнища із трьох рівновеликих смуг: синьої, білої та червоної, тому й човен складається із деталей цих кольорів. Скільки деталей кожного кольору використали для спорудження човна?

Задача 5. За час існування фірми «Лего» загалом було виготовлено майже 488 мільярдів деталей. На Землі близько 8 мільярдів людей. Скільки деталей дісталось б кожному з нас, якби їх поділити порівну між усіма людьми?



Задача 6. Найбільший конструктор «Лего» — «Колізей» — містить 9036 деталей. Трое дітей хочуть поділити деталі конструктора між собою так, щоб у двох із них деталей було порівну, а в третьої дитини — стільки, скільки у перших двох разом. Скільки деталей буде в кожній дитини?



Контрольна робота №11

Відсотки. Середнє арифметичне значення

1. Виразіть 1,7 у відсотках.

А	Б	В	Г
0,17 %	1,7 %	17 %	170 %

2. Запишіть 8 % у вигляді десяткового дробу.

А	Б	В	Г
0,8	0,08	0,0008	8

3. Знайдіть середнє арифметичне чисел 3, 4, 5, 6, 7.

А	Б	В	Г
4,8	4,9	5	5,1

4. Знайдіть 30 % від числа 50.

А	Б	В	Г
1,5	15	150	0,15

5. Знайдіть число, 25 % від якого дорівнює 5.

А	Б	В	Г
1,25	2	12,5	20

6. Установіть відповідність між задачею (1 – 3) та її відповіддю (А – Д).

1. Мотоцикліст за першу годину проїхав 39 км, за другу — 41 км, а за третю — 43 км. Знайдіть середню швидкість мотоцикліста за три години.
2. Потяг за перші дві години проїхав 136 км, а за три наступні — 174 км. Знайдіть середню швидкість потяга на всьому шляху.
3. Потяг їхав 5 год зі швидкістю 62 км/год і 3 год зі швидкістю 52 км/год. Знайдіть середню швидкість потяга на всьому шляху.

- А 59 км/год
- Б 145 км/год
- В 62 км/год
- Г 41 км/год
- Д 238 км/год

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 7.** Вишні під час сушіння втрачають у масі. Маса сушених вишень становить 15 % від маси свіжих.
- 1) Скільки сушених вишень можна одержати зі 160 кг свіжих?
 - 2) Скільки потрібно взяти свіжих вишень, щоб одержати 90 кг сушених?
- 8.** Середнім арифметичним чисел 23,4, 29,7 та x є число 27,5. Знайдіть, чому дорівнює число x .
- 9.** У магазин привезли 320 кг овочів. Першого дня продали 36 % усіх овочів, другого — 32 %, решту — третього дня. Скільки кілограмів овочів продали третього дня?
- 10.** Зі складу протягом трьох днів вивезли все вугілля. Першого дня вивезли 40 %, другого дня — 36 %, а третього — решту 720 т. Скільки всього тонн вугілля було на складі?
- 11.** За три тижні було відремонтовано 120 км дороги. За перший тиждень було відремонтовано 45 % дороги, за другий — 55 % від решти. Скільки кілометрів дороги відремонтували за третій тиждень?
- 12.** В одній школі дівчатка становлять 52 % від усіх дітей. Відомо, що хлопчиків у цій школі на 32 менше, ніж дівчаток. Скільки всього учнів та учениць у цій школі?



Богиня пам'яті Мнемосіна (ліворуч) зі своїми доньками-музами.
Фрагмент фрески «Парнас» німецького художника
Антон Рафаеля Менгса (1761 р.)

Пам'ять — основоположна риса людини. У грецькій міфології її опoетизовано в образі доньки Неба і Землі та матері дев'яťох муз, що уособлювали найвищі прояви людських творчих сил.

РОЗДІЛ 12. ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ВИВЧЕНОГО У 5 КЛАСІ

«Пам'ять — це гравюра на міді, списана буквами, які час поступово згладжує, якщо не поправляти їх різцем», — писав свого часу видатний англійський просвітитель 17-го століття Джон Локк. Згадуйте цю фразу щоразу, коли отримуєте завдання повторити певний навчальний матеріал. Тим більше, пам'ятайте про неї зараз, коли прийшов час для повторення вивченого за весь навчальний рік.

Усі завдання, зібрані в цьому розділі, призначені саме для повторення. Для більшої зручності вони розбиті по темах, а в кінці кожної теми подається тест для контролю. Завершується розділ цікавими фрагментами з історії математики, які додадуть до вашої навчальної пам'яті трохи історичної, та завданнями для підсумкової контрольної роботи.



§ 1. ВПРАВИ НА ВСІ ДІЇ З НАТУРАЛЬНИМИ І ДРОБОВИМИ ЧИСЛАМИ

ЗАВДАННЯ

1336. Виконайте дії:

$$1) \left(2,314 - \frac{1}{4} \right) : \frac{1}{50};$$

$$2) \left(6\frac{3}{4} - 3\frac{1}{4} \right) : 2,5 + 1,25;$$

$$3) \left(1\frac{3}{8} + 1\frac{6}{8} - 0,411 \right) : 0,59;$$

$$4) 12,8 \cdot 0,25 : \left(\frac{3}{4} - 0,125 \right).$$

1337. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(\frac{1}{2} + 0,8 - \frac{3}{5} \right) \left(3 + \frac{8}{25} - 0,12 \right);$$

$$2) 3,45 \cdot (11,2 + 75,6) - 0,93 \cdot 1,26;$$

$$3) 4,25 : 0,25 - 0,06 \cdot 82 - 0,4;$$

$$4) (1,184 : 3,2 + 0,832 : 0,4) : 0,5 + 1,5.$$

1338. Запишіть:

1) дроби у вигляді відсотків: $\frac{69}{100}$; $\frac{131}{100}$; $\frac{7}{100}$; 0,3; 0,71; 2,45; 0,132;

2) відсотки у вигляді звичайного і десяткового дробів: 16 %; 3 %; 59 %; 156 %; 45 %.

1339. Обчисліть і перевірте себе за допомогою калькулятора:

$$1) (38,4 : 3,2 + 10,74) \cdot 0,5 - 8,27;$$

$$2) 39,116 : 12,7 - 0,9 \cdot (1 - 0,4);$$

$$3) 39,4 \cdot 56,5 - (186,55 + 692,77) : 49,4;$$

$$4) 3,4 \cdot (2,164 + 9,16) + 1,6 \cdot (2,6 - 1,4).$$

1340. Складіть формули для обчислення площ зафарбованих фігур, зображених на рисунку 1. Обчисліть площі фігур за допомогою калькулятора, якщо $a = 5,03$ дм, $b = 4,5$ дм, $c = 2,8$ дм, $d = 0,9$ дм.

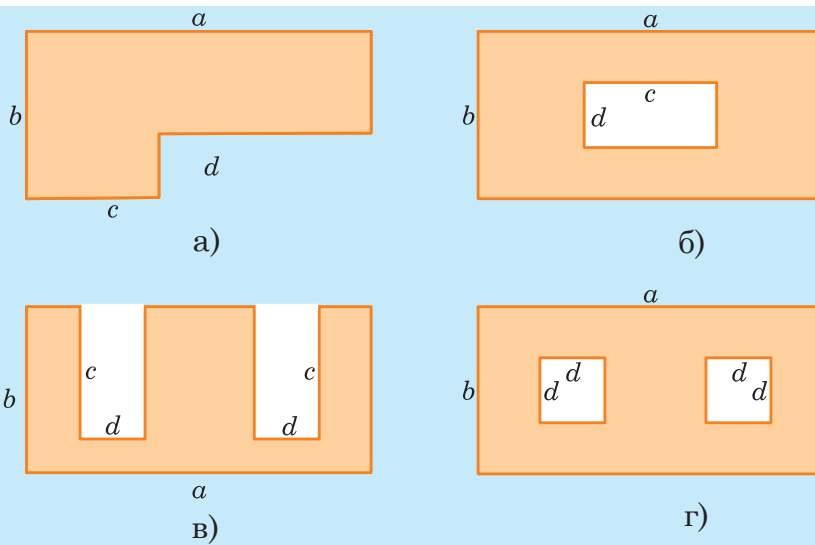


Рис. 1

1341. Знайдіть значення виразу:

- 1) $14,58 : (44,2 - 38,8) + 6,4 \cdot 1,5$;
- 2) $147,24 : 36 + 4,8 \cdot (20,7 - 14,8) - 21,4$;
- 3) $0,8 \cdot (64,3 - 67,2 : 4,2) + 13,6$;
- 4) $0,8 \cdot (6 - 2,7) + 32,674 : 0,34$;
- 5) $84,2 : 0,4 - (36,5 \cdot 0,4 + 8,8) : 0,5$;
- 6) $336,7 - 49,3 : 1,7 \cdot (18,4 - 7,9)$.

1342. Виконайте дії:

- 1) $9,2 \cdot (73,3 - 64,8) + 39,52 : 2,6$;
- 2) $54,8 : (3,84 - 2,47) + 7,2 \cdot 4,6 - 6,02$;
- 3) $(6,2 \cdot 2,9 - 6,41) : 1,3 + 5,601$;
- 4) $(54,25 \cdot 3,4 - 42,2 : 0,4 - 62,6) : 0,2$.

1343. Обчисліть, на скільки:

- 1) сума чисел 3,08 і 2,97 більша за різницю чисел 2,04 та 0,28;
- 2) сума чисел 0,8 і 10,89 більша за добуток чисел 0,09 і 4,8;
- 3) сума чисел 10,1 і 9,89 більша за частку від ділення числа 3,48 на число 0,4;
- 4) різниця чисел 18,4 і 5,96 більша за суму чисел 4,08 і 0,68;
- 5) добуток чисел 14,6 і 1,5 менший від різниці чисел 47,89 і 5,91;
- 6) добуток чисел 87,4 і 0,02 менший, аніж частка від ділення числа 96,8 на число 24,2.

1344. Знайдіть число, якщо:

- 1) 3 % його становлять 36;
- 2) 15 % його становлять 18;

- 3) 14 % його становлять 7;
- 4) 75 % його становить 37,5;
- 5) 12,5 % його становлять 7,5;
- 6) 4,5 % його становлять 0,81.

1345. Знайдіть:

- | | |
|---------------------|---------------------------|
| 1) 10 % від 60; | 6) 96 % від 250 л; |
| 2) 25 % від 120; | 7) 40 % від 160; |
| 3) 30 % від 160; | 8) 85 % від 40 грн.; |
| 4) 20 % від 20 ц; | 9) 64 % від 350 м; |
| 5) 4,5 % від 60 км; | 10) 50 % від 3 грн. 60 к. |

1346. Розв'яжіть рівняння:

- | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $(a - 0,95) \cdot 0,18 = 0,549$; | 3) $2,5 \cdot (x - 18,7) = 50,5$; |
| 2) $(8,5 - y) \cdot 7,2 = 37,44$; | 4) $(41,9 - y) : 4,7 = 3,5$. |

1347. Складіть вираз:

- 1) від числа a відняти різницю чисел 45,57 і t ;
- 2) від суми чисел 4,8 і 0,9 відняти число 3,8;
- 3) від добутку чисел 6,8 і a відняти суму чисел b і 5,8;
- 4) від добутку чисел 27,3 і c відняти частку чисел a і 4,3.

1348. Знайдіть корінь рівняння:

- 1) $(43,6 + k) : 2,4 = 26,5$;
- 2) $a : 2,4 - 15,6 = 2,4$;
- 3) $6,42 + 2,31 \cdot b = 15,66$;
- 4) $54,6 - (y + 14) = 18,7$;
- 5) $6 \cdot (3,6x - 8,7) = 12,6$;
- 6) $(a - 0,95) \cdot 1,8 = 5,49$.

1349. Знайдіть значення виразу:

- 1) $19,1 \cdot y + 121,4 + 0,9 \cdot y$, якщо $y = 48,5$;
- 2) $5,6 \cdot a + 8,4 \cdot a + 186,4$, якщо $a = 35,5$.

Тест 1

1. Виразіть 65 кг у тоннах.

А	Б	В	Г
0,65 т	0,065 т	0,00065 т	65 000 т

2. Чому дорівнює сума 3,4 т + 700 кг?

А	Б	В	Г
703,4 т	4,1 т	410 кг	1040 кг

3. Чому дорівнює різниця $2400 \text{ м} - 0,6 \text{ км}$?

А	Б	В	Г
2,34 км	2399,4 м	1,8 км	2340 м

4. Чому дорівнює різниця $35 \text{ хв } 17 \text{ с} - 15 \text{ хв } 35 \text{ с}$?

А	Б	В	Г
20 хв 18 с	20 хв 42 с	19 хв 42 с	19 хв 18 с

5. Який з проміжків часу найбільший?

А	Б	В	Г
25 год	1 доба	1200 хв	54000 с

6. Установіть відповідність між рівнянням (1 – 3) та його коренем (А – Д).

1. $(x + 2,3) : 6,7 = 0,8$	А $x = 6,07$	А	Б	В	Г	Д
2. $36,42 : x - 3\frac{3}{7} = 2\frac{4}{7}$	Б $x = 6,7$	1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. $(18 - x) \cdot 3,6 = 37,44$	В $x = 16,6$	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Г $x = 7,6$	3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Д $x = 7,66$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Спростіть вираз $0,7a + 7,8a - 3,6a - 2,9$.

1) Обчисліть значення виразу, якщо $a = 0,7$.

2) Обчисліть значення виразу, якщо $a = 1,02$.

8. Знайдіть значення виразу: $(30 - 22,05 : 2,1) \cdot 8,4 + 19,2$.

9. Розв'яжіть рівняння:

1) $(7,06 + x) \cdot 4,7 = 42,958$;

2) $12 - x : 1,05 = 1,8$.

10. Знайдіть найменше натуральне число x , яке задовольняє

нерівність $6\frac{24}{31}x + 1\frac{7}{31}x > \frac{279}{4}$.

11. Обчисліть, на скільки сума чисел 6,382 і 2,8 більша за добуток чисел 16,3 і 0,25.

12. Знайдіть значення виразу

$$2,1 : \left(4\frac{7}{13} + 2\frac{6}{13}\right) + \left(5,6 - 2\frac{2}{5}\right) : \frac{4}{5}.$$

§ 2. ЗАДАЧІ НА РУХ

ЗАВДАННЯ

- 1350.** При швидкості 8 км/с тіло стає штучним супутником Землі. Якщо тілу надати швидкості в $1,414$ рази більшої, то воно може стати штучним супутником Сонця. При якій швидкості тіло стає штучним супутником Сонця?
- 1351.** Швидкість турбореактивного літака 1200 км/год . Який шлях пролетить літак за $2,6 \text{ год}$; за 1 хв ; за 1 с ?
- 1352.** Із міста в протилежних напрямках одночасно вийшли два поїзди. Швидкість одного з них становила $62,8 \text{ км/год}$, а другого — $57,6 \text{ км/год}$. Якою буде відстань між поїздами через 4 год ?
- 1353.** Із двох станцій, відстань між якими 459 км , одночасно вирушили назустріч один одному два поїзди. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо швидкість першого поїзда 64 км/год , а другого — 71 км/год ?
- 1354.** Із Харкова та зі Львова назустріч один одному вийшли одночасно два поїзди. Швидкість одного з них 50 км/год , а другого — 60 км/год . Вони зустрілись через $9 \text{ год } 12 \text{ хв}$. Обчисліть відстань між містами.
- 1355.** Від Черкас до Києва 190 км . Одночасно з цих міст виїхали назустріч один одному 2 мотоциклісти. Через 2 год вони зустрілися. З якою швидкістю їхали мотоциклісти, якщо перший з них проїжджав за годину на $7,5 \text{ км}$ більше, ніж другий?
- 1356.** Теплохід за течією річки йшов 10 год , а проти течії — 6 год і пройшов разом 330 км . Скільки кілометрів пройшов теплохід за течією і скільки проти течії, якщо швидкість течії $2,5 \text{ км/год}$?
- 1357.** З міста в одному напрямі одночасно вийшли два поїзди. Швидкість одного з них становила $63,8 \text{ км/год}$, а другого — $57,4 \text{ км/год}$. Якою буде відстань між поїздами через 6 год ?
- 1358.** Швидкість руху першого трактора під час оранки $4,5 \text{ км/год}$, а другого — $5,4 \text{ км/год}$. Ширина захвату плуга першого трактора $1,3 \text{ м}$, а другого — $1,2 \text{ м}$. Який із тракторів швидше виоре ту саму площу поля?

- 1359.** Теплохід пройшов за 4 год за течією річки 75,6 км, а проти течії за 3 год — 46,2 км. Визначте швидкість теплохода в стоячій воді і швидкість течії річки.
- 1360.** Автомобіль проїхав відстань 90 км між пунктами А і В зі швидкістю 70 км/год, а вертався зі швидкістю 80 км/год. Яка була середня швидкість його руху?

Тест 2

- 1.** За три години автомобіль проїхав 232,2 км. З якою швидкістю рухався автомобіль?

А	Б	В	Г
77,7 км/год	77,5 км/год	77,4 км/год	77,3 км/год

- 2.** Велосипедист рухається зі швидкістю 12,3 км/год. Яку відстань він проїде за 1,4 год?

А	Б	В	Г
17,22 км	18,22 км	17,2 км	17,32 км

- 3.** Потяг проїхав 291,15 км зі швидкістю 64,7 км/год. Скільки годин потяг був у дорозі?

А	Б	В	Г
4,25 год	4,05 год	4,15 год	4,5 год

- 4.** Чому дорівнює швидкість катера за течією річки, якщо його власна швидкість дорівнює 36,7 км/год, а швидкість течії річки — 2,3 км/год?

А	Б	В	Г
38 км/год	39 км/год	33,4 км/год	34,4 км/год

- 5.** Чому дорівнює швидкість катера проти течії річки, якщо його власна швидкість дорівнює 34,2 км/год, а швидкість течії річки — 1,9 км/год?

А	Б	В	Г
32,3 км/год	33,2 км/год	36,1 км/год	35,1 км/год

- 6.** Установіть відповідність між задачею (1 – 3) та її розв'язком (А – Д).

- 1.** Із селища в одному напрямку виїхали два велосипедисти. Швидкість одного з них 14,5 км/год, а іншого — 13 км/год. Якою буде відстань між ними через 2,4 год?

2. Із села до міста, відстань між якими 163 км, виїхав мотоцикліст зі швидкістю 55 км/год. На якій відстані від міста він знаходитиметься через 2,5 год?
3. Турист пройшов 14 км за 3,5 год. Скільки кілометрів він пройде за 4,5 год, якщо буде рухатися з тією самою швидкістю?

- А 25,5 км
 Б 137,5 км
 В 3,6 км
 Г 18 км
 Д 21 км

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. З одного порту в протилежних напрямках одночасно вийшли теплохід зі швидкістю 24,9 км/год і катер зі швидкістю 32,6 км/год.
1. Якою буде відстань між ними через 1,5 год?
 2. Скільки морських миль пройдуть катер і теплохід за 3,8 год, якщо 1 морська миля дорівнює 1,8523 км (округліть це значення до десятих)?
8. З одного селища в одному напрямі одночасно вирушили велосипедист зі швидкістю 12,7 км/год і пішохід зі швидкістю 3,4 км/год. Якою буде відстань між ними через 2,5 год після початку руху?
9. Катер проти течії річки пройшов 42,33 км за 1,7 год. Власна швидкість катера 26,8 км/год. Знайдіть швидкість течії річки.
10. Із двох міст, відстань між якими дорівнює 89,7 км, одночасно в одному напрямку виїхали легковий і вантажний автомобілі. Легковий автомобіль їхав позаду зі швидкістю 75,8 км/год і наздогнав вантажний автомобіль через 4,6 год після початку руху. Знайдіть швидкість вантажного автомобіля.
11. Моторний човен пройшов 46,68 км за течією річки і 49,7 км проти течії. Скільки часу витратив човен на весь шлях, якщо його власна швидкість дорівнює 37,2 км/год, а швидкість течії — 1,7 км/год?
12. Два човни, власна швидкість кожного з яких дорівнює 11,25 км/год, рухаються річкою назустріч один одному. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо зараз відстань між ними 90 км, а швидкість течії річки — 1,75 км/год?

§ 3. ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ ДРОБУ ВІД ЧИСЛА ТА ЧИСЛА ЗА ЙОГО ДРОБОМ

ЗАВДАННЯ

- 1361.** З бочки відлили спочатку 0,5, а потім — 0,3 всієї води, після чого в ній залишилося 60 л води. Скільки літрів води було в бочці?
- 1362.** З каси видали 0,2 всіх наявних грошей, потім 0,5 остачі, після чого в ній залишилися 4000 грн. Скільки грошей було в касі спочатку?
- 1363.** 0,3 відстані між містами на 36 км менші від решти відстані. Знайдіть відстань між цими містами.
- 1364.** Скільки дощок піде на настилання підлоги в кімнаті, довжина якої 4 м, а ширина 3,7 м, якщо довжина кожної дошки 5 м, а ширина становить 0,04 довжини?
- 1365.** Город має форму прямокутника, довжина якого 190 м, а ширина 130 м. 0,75 усієї площі відведено під жито, а решту — під картоплю. Яку площу відведено під картоплю?
- 1366.** У лісовому господарстві виростили 2340 саджанців, з яких $\frac{1}{6}$ становлять липи, а 0,2 решти саджанців — клени. Скільки саджанців кленів виростили в лісовому господарстві?
- 1367.** На будівництво привезли 39 195 т будівельних матеріалів. $\frac{1}{15}$ становить вапно, $\frac{1}{13}$ — цемент, решта — цегла. Скільки тонн цегли привезли на будівництво?

Тест 3

- 1.** Знайдіть $\frac{2}{3}$ від 90.

А	Б	В	Г
45	135	60	30

- 2.** Знайдіть число, $\frac{3}{5}$ якого дорівнює 45.

А	Б	В	Г
15	75	27	9

3. У книжці 120 сторінок. Учень прочитав $\frac{2}{5}$ від її обсягу.

Скільки сторінок залишилося прочитати учневі?

А	Б	В	Г
48 сторінок	72 сторінки	24 сторінки	96 сторінок

4. Автомобіль проїхав 125 км, що становить $\frac{5}{9}$ від усього шляху.

Який шлях залишилося проїхати автомобілю?

А	Б	В	Г
225 км	250 км	125 км	100 км

5. Одна книжка коштує 70 грн, а ціна іншої становить $\frac{5}{7}$ від

ціни першої. Скільки гривень коштує вся покупка?

А	Б	В	Г
50 грн	120 грн	98 грн	168 грн

6. Установіть відповідність між задачею (1 – 3) та її розв'язком (А – Д).

1. За два дні у магазині продали 72 кг фруктів, $\frac{4}{9}$ з них про-

дали першого дня. Скільки кілограмів фруктів продали другого дня?

2. Овочі, завезені до магазину, продали за два дні, причому першого дня продали 36 кг, що становить $\frac{4}{9}$ усіх овочів.

Скільки кілограмів овочів продали другого дня?

3. Першого дня продали $\frac{2}{7}$ всієї моркви, другого — $\frac{3}{7}$, а тре-

тього дня — решту 28 кг. Скільки кілограмів моркви продали другого дня?

А 42 кг

Б 40 кг

В 32 кг

Г 45 кг

Д 81 кг

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- 7.** Фермерське господарство збрало 320 т насіння сояшника.
1. Скільки тонн зерна сояшника отримало фермерське господарство, якщо вихід зерна із насіння становить 0,7?
 2. Скільки тонн сояшникової олії отримало фермерське господарство, якщо її вихід становить 0,4 від маси зерна?
- 8.** Поле площею 75 га засіяли пшеницею, житом і просом. Пшеницею засіяли 0,4 всього поля, житом — на 5,2 га більше, ніж пшеницею, а решту — засіяли просом. Скільки гектарів поля засіяли просом?
- 9.** Щомісячний прибуток фірми становить 325,6 тис. грн. На сплату податків іде від 0,2 від цієї суми. Після сплати податків половина грошей відводиться на розвиток фірми, а решта — на заробітну плату всіх 16 її працівників. Яку щомісячну плату одержує кожний працівник фірми, якщо вона однакова для всіх працівників?
- 10.** Фермер Петренко зібрав у своєму саду врожай фруктів. Яблука становили 0,9 від маси зібраних фруктів. Яблук зимових сортів було 45 т, і вони становили $\frac{5}{9}$ від маси всіх яблук. Скільки тонн фруктів зібрав Петренко?
- 11.** Коли мандрівники пройшли 0,3, а потім ще 0,4 усього шляху, то виявилось, що вони пройшли на 8 км більше від половини шляху, який планували пройти. Скільки кілометрів планували пройти туристи?
- 12.** Під час сушіння гриби втрачають $\frac{23}{25}$ своєї маси. Скільки кілограмів свіжих грибів потрібно взяти, щоб отримати 6 кг сушених?

§ 4. ЗАДАЧІ НА ЗНАХОДЖЕННЯ ЧИСЕЛ ЗА ЇХНЬОЮ СУМОЮ ТА РІЗНИЦЕЮ

ЗАВДАННЯ

- 1368.** У двох сувоях 76,8 м сукна. У другому сувої на 3,6 м більше, ніж у першому. Скільки метрів сукна в кожному сувої?
- 1369.** Купили однакову кількість читанок і збірників задач. За читанки заплатили на 43 грн 20 коп. більше, ніж за збірники задач. Скільки заплатили за всі книжки, якщо читанка коштувала 60 грн 20 коп., а збірник задач — 50 грн?
- 1370.** Периметр прямокутника 30,8 м, його довжина більша за ширину на 0,2 м. Чому дорівнює площа прямокутника?
- 1371.** У трьох ящиках 64,5 кг яблук. У другому ящику на 2,8 кг більше, ніж у першому, а в третьому — на 4,6 кг більше, ніж у другому. Скільки кілограмів яблук у кожному ящику?
- 1372.** У двох ящиках 39,6 кг слив. Коли з першого ящика переклали у другий 2,5 кг слив, то в першому залишилося на 1,8 кг більше, ніж стало у другому. Скільки кілограмів слив було спочатку в кожному ящику?
- 1373.** За ремонт верстата треба заплатити слюсареві та його учневі 2190 грн. Скільки грошей отримає кожний із них, якщо слюсар має отримати вдвічі більше, ніж його учень?
- 1374.** Різниця двох чисел 10,26, а частка від ділення більшого числа на менше дорівнює 4. Знайдіть ці числа.
- 1375.** Скільки потрібно міді та свинцю, щоб утворити сплав масою 1,236 кг, якщо міді в ньому повинно бути в 3 рази більше, ніж свинцю?
- 1376.** Повний бідон з молоком має масу 34 кг, а бідон, заповнений наполовину, — 17,75 кг (рис. 2). Яка маса бідона?
- 1377.** На виготовлення двох однакових верстатів і одного котла пішло 2,236 т чавуну, верстат — у 6 раз важчий за котел. Скільки тонн чавуну пішло окремо на верстат і на котел?

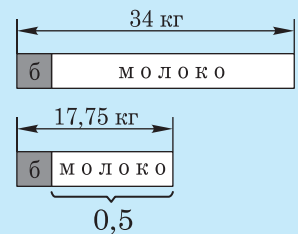


Рис. 2

Тест 4

1. Сума двох чисел дорівнює 22,4. Одне з них у 7 разів більше за інше. Знайдіть більше із цих чисел.

А	Б	В	Г
2,8	3,2	19,6	19,2

2. Різниця двох чисел дорівнює 25,6. Одне з них у 5 разів більше за інше. Знайдіть більше із цих чисел.

А	Б	В	Г
6,4	32	5,12	20,48

3. Із двох кущів смородини зібрали 23,7 кг ягід. Скільки кілограмів ягід зібрали з другого куща, якщо з першого куща зібрали на 3,5 кг більше, ніж із другого?

А	Б	В	Г
10,1 кг	11,85 кг	15,35 кг	13,6 кг

4. Рейку завдовжки 7 м розрізали на дві частини, одна з яких на 4 м коротша від іншої. Знайдіть довжину довшої частини рейки.

А	Б	В	Г
3,5 м	5,5 м	1,5 м	2,5 м

5. Кавун у 2,6 раза важчий за диню. Яка маса дині, якщо маса кавуна і дині разом 6,48 кг?

А	Б	В	Г
1,9 кг	2,3 кг	2,4 кг	1,8 кг

6. Установіть відповідність між задачею (1 – 3) та її розв'язком (А – Д).

1. До якого числа потрібно додати 4,2, щоби добуток отриманої суми і числа 0,6 дорівнював 19,2?
2. Від якого числа потрібно відняти 9,4, щоби добуток отриманої різниці і числа 0,5 дорівнював 0,12?
3. На яке число потрібно помножити 12,3, щоби сума отриманого добутку та числа 7,9 дорівнювала 12,82?

Розв'язок

А 0,4

Б 7,32

В 8,16

Г 9,64

Д 31,6

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. За два дні велотуристи подолали 126 км, причому за другий день вони проїхали у 3,5 раза довший шлях, ніж за перший.
1. Скільки кілометрів проїхали велотуристи першого дня?
 2. Скільки кілометрів проїхали велотуристи другого дня?
8. Знайдіть два числа, якщо їхня різниця дорівнює 20,52, а частка — 4.
9. У двох сувоях 153,6 м сукна. Скільки метрів сукна в кожному сувої, якщо в другому з них на 7,2 м більше, ніж у першому?
10. Довжина першого куска дроту в 5 разів більша за довжину другого, а довжина другого менша від довжини першого на 104 м. Знайдіть довжину кожного куска дроту.
11. На заводі у трьох цехах працює 1060 робітників. У першому цеху працює у 2 рази більше робітників, ніж у другому, а в третьому — на 130 робітників більше, ніж у першому й другому разом. Скільки робітників працює в кожному цеху?
12. У чотирьох ящиках 56 кг яблук. У першому ящику 12 кг, у другому стільки яблук, скільки в третьому, а в четвертому — вдвічі більше, ніж у третьому. Скільки кілограмів яблук у другому ящику?

§ 5. ЗАДАЧІ НА ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ

ЗАВДАННЯ

- 1378.** Під час варіння м'ясо втрачає 35 % своєї маси. Скільки кілограмів потрібно взяти сирого м'яса, щоб отримати 4,61 кг вареного? Відповідь округліть до десятих.
- 1379.** Руда містить 67 % заліза. Скільки тонн руди потрібно, щоб отримати 4 т заліза? Відповідь округліть до сотих.
- 1380.** Скільки потрібно дощок, щоб настелити підлогу в кімнаті завдовжки 6,26 м і завширшки 5,6 м, якщо довжина дошки 6 м і ширина 0,25 м? Обрізки та інші втрати становлять у середньому 4 %.
- 1381.** Яма, що має форму паралелепіпеда, завглибшки 2,5 м, завдовжки 8,5 м і завширшки 3,4 м на 70 % об'єму наповнена гашеним вапном. Визначте об'єм вапна. Відповідь округліть до десятих.
- 1382.** Кооператив одержав 3 вагони картоплі по 15,9 т у кожному. Через деякий час виявилось, що картопля має масу 47,54 т. Визначте відсоток втрати. Відповідь округліть до одиниць.
- 1383.** Щойно видобуте вугілля містить 2 % води. Після дводенного перебування на повітрі воно вже містить 12 % води. На скільки тонн збільшиться маса 2560 т вугілля після двох днів перебування на повітрі?
- 1384.** Ливарний чавун містить 3,5 % вуглецю, 1,5 % силіцію, 1 % мангану, 0,4 % фосфору і 0,01 % сірки. Визначте у кілограмах уміст цих речовин у 2 т ливарного чавуну.
- 1385.** З одного гектара землі зібрали 40 ц пшениці. Вихід борошна після помелу пшениці становить 90 %, при випіканні хліба мають припічку 40 % від маси борошна. Скільки центнерів випеченого хліба матимуть з пшениці, зібраної з 10 га?
- 1386.** На яку суму перетворяться 4000 грн, покладені в банк, який платить 18 % річних через рік; через 9 місяців; через 3 роки?
- 1387.** Банк платить 18 % річних. На яку суму перетвориться вклад 6000 грн через 4 місяці; через 8 місяців; через 4 роки?

Тест 5

1. На цирковій виставі $\frac{14}{25}$ усіх глядачів були діти. Скільки це відсотків?

А	Б	В	Г
2,8 %	5,6 %	14 %	56 %

2. У магазин завезли 250 кг цукру. За перший день продали 26 % усього цукру. Скільки кілограмів цукру продали першого дня?

А	Б	В	Г
80 кг	185 кг	65 кг	95 кг

3. Морська вода містить 4 % солі. Скільки кілограмів солі міститься у 260 кг морської води?

А	Б	В	Г
14 кг	10,4 кг	11,2 кг	14,4 кг

4. Коли посадили 756 дерев, то виконали план на 72%. Скільки дерев мали посадити за планом?

А	Б	В	Г
1050 дерев	1150 дерев	950 дерев	1100 дерев

5. Маса сушених яблук становить 16 % від маси свіжих. Скільки кілограмів потрібно взяти свіжих яблук, щоб отримати 32 кг сушених?

А	Б	В	Г
100 кг	120 кг	150 кг	200 кг

6. Установіть відповідність між задачею (1 – 3) та її розв'язком (А – Д).

- У сплаві міді з оловом 45 % становить мідь. Скільки кілограмів міді містить злиток такого сплаву масою 18 кг?
- Сплав містить 18 % міді. Скільки кілограмів сплаву потрібно взяти, щоб він містив 27 кг міді?
- Скільки кілограмів солі міститься у 30 кг 4-відсоткового розчину?

Розв'язок

А 9,9 кг

Б 8,1 кг

В 1,2 кг

Г 1,5 кг

Д 4,86 кг

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Із жита одержують 74 % борошна.
1. Скільки тонн борошна може вийти зі 180 т жита?
 2. Скільки тонн жита потрібно зібрати, щоб одержати 120 т борошна?
8. Вихід готового паперу становить 21 % від маси деревини. Скільки тонн паперу можна одержати з 4,5 м³ деревини, якщо маса 1 м³ деревини становить 0,62 т? Відповідь округліть до десятих.
9. Після того, як Олег витратив 54 % своїх грошей на подарунок сестрі та ще 26 % на книжку, у нього залишилося 150 гривень. Скільки грошей було в Олега спочатку?
10. Вантажний автомобіль проїхав відстань між містами, що дорівнює 200 км, зі швидкістю 40 км/год, а вертався зі швидкістю, яка на 25 % більша. Якою була середня швидкість автомобіля на всьому шляху?
11. Із заготовки масою 2,2 кг виготовили деталь. Яка маса деталі, якщо відходи при її виготовленні становлять 12 %?
12. Рис містить 8 % білків і жирів. Білків — у 7 разів більше, ніж жирів. Скільки грамів білків міститься у 900 г рису?

§ 6. ЗАДАЧІ ГЕОМЕТРИЧНОГО ЗМІСТУ

ЗАВДАННЯ


- 1388.** Сторона квадрата на 2,1 см більша за сторону рівностороннього трикутника з периметром 18 см. Знайдіть периметр квадрата.
- 1389.** Скільки тонн пшениці можна перевезти на автомобілі, який має кузов довжиною 4 м, шириною 2 м 25 см і глибиною 80 см, якщо 1 м^3 зерна має масу 0,7 т?
- 1390.** Точка A лежить усередині прямокутника і віддалена від менших його сторін на 3,4 см і 4,6 см, а від більших — на 2,3 см і 1,7 см. Знайдіть периметр і площу прямокутника.
- 1391.** В акваріум із довжиною 8 дм, шириною 3,5 дм та висотою 55 см налили воду, рівень якої над ґрунтом має висоту 40 см (рис. 3). Скільки літрів води налили в акваріум?
- 
- 1392.** Сталева плита має довжину 1 м 20 см, ширину 85 см, товщину 4 см. Яка маса плити, якщо 1 м^3 сталі має масу 7 т?
- 1393.** На вантажному автомобілі привезли 50 дощок завдовжки 6,2 м, завширшки 0,2 м, завтовшки 5 см. Яка маса усіх дощок, якщо 1 м^3 деревини має масу 0,8 т?
- 1394.** Читальний зал має розміри $9,6 \times 5 \times 4,5$ м. На скільки місць розрахований читальний зал, якщо на одну людину потрібно 6 м^3 повітря?
- 1395.** Обчисліть площу та об'єм кімнат вашої квартири. Визначте, який об'єм повітря припадає на одного члена сім'ї. Розміри кімнат знайдіть вимірюванням.
- 1396.** Прямокутний паралелепіпед, який має довжину 12 см, ширину 8 см і висоту 4 см, розрізали на кубики з об'ємом 1 см^3 і розмістили їх в один ряд, поклавши щільно один до одного. Якої довжини вийшов цей ряд?
- 1397.** Відстань від пункту A до пункту B дорівнює 3,5 км, а від пункту B до пункту C — вдвічі більша. Якою може бути відстань від пункту A до пункту C ?
- 1398.** Як розміщені три міста, якщо протяжність повітряних ліній між ними становить 142,8 км, 270 км і 127,2 км?

Рис. 3

1399. Чи може трикутна клумба мати сторони 2,6 м, 4,4 м і 7 м?

1400. Яка з трьох точок A , B , C лежить між двома іншими, якщо $AB = 17$ см, $BC = 11$ см і $AC = 6$ см?

Тест 6

1. Точка B лежить на відрізку AC і при цьому $AB = 6,4$ см, $BC = 9,2$ см. Чому дорівнює довжина відрізка AC ?

А	Б	В	Г
2,8 см	15,6 см	3,8 см	16,6 см

2. Промінь AM проходить між сторонами кута CAE . Знайдіть кут CAE , якщо $SAM = 39^\circ$, $MAE = 63^\circ$.

А	Б	В	Г
102°	24°	92°	34°

3. Периметр трикутника дорівнює 26 см, одна його сторона — 8 см, а дві інші сторони рівні між собою. Знайдіть довжину рівних сторін трикутника.

А	Б	В	Г
9 см	12 см	13 см	11 см

4. Знайдіть площу прямокутника, сторони якого дорівнюють 0,8 м і 9 дм.

А	Б	В	Г
$7,2 \text{ м}^2$	$7,2 \text{ дм}^2$	$0,72 \text{ дм}^2$	$0,72 \text{ м}^2$

5. У Миколки був дріт завдовжки 78 см, з якого він виготовив модель куба з ребром, що дорівнює 2 см. Скільки сантиметрів дроту залишилося у Миколки?

А	Б	В	Г
62 см	24 см	48 см	12 см

6. Установіть відповідність між заданим трикутником (1 – 3) та його периметром (А – Д).

1. Перша сторона трикутника дорівнює 36 см, друга сторона утричі коротша від першої, а третя — на 15 см довша за другу.

2. Перша сторона трикутника дорівнює 22 см, друга сторона вдвічі довша за першу, а третя — на 2 см коротша від першої.
3. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 34 см, а основа — на 2 см коротша від бічної сторони.

А 108 см
 Б 100 см
 В 98 см
 Г 86 см
 Д 75 см

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Периметр прямокутника дорівнює 6,8 дм, а його довжина на 6 см більша за ширину.

1. Знайдіть довжину прямокутника.

2. Знайдіть площу прямокутника.

8. Перша сторона трикутника утричі довша за другу, а друга — на 30 см коротша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 100 см.

9. Обчисліть площу прямокутника, периметр якого дорівнює 168 см, а одна зі сторін на 38 см більша за іншу.

10. Скільки грамів фарби потрібно для фарбування поверхні бруса із розмірами 40 см, 30 см і 20 см, якщо для фарбування 1 дм² поверхні потрібно 2 г фарби?

11. Ширина паралелепіпеда дорівнює 42 см, що становить $\frac{7}{15}$

його довжини, а висота становить $\frac{5}{9}$ довжини. Знайдіть об'єм

паралелепіпеда в кубічних дециметрах.

12. Алюмінієвий лист має довжину 1,2 м, ширину 80 см і товщину 3 мм. Яка маса листа, якщо 1 см³ має масу 2,7 г?

§ 7. ВПРАВИ І ЗАДАЧІ РІЗНОЇ ТЕМАТИКИ

Тест 7

1. Обчисліть: $234,6 + 14,53$.

А	Б	В	Г
374,11	37,99	379,9	249,13

2. Обчисліть: $379,6 - 23,49$.

А	Б	В	Г
356,19	356,11	144,7	149,11

3. Обчисліть: $125,4 \cdot 0,7$.

А	Б	В	Г
88,78	8,778	87,78	877,8

4. Обчисліть: $14,886 : 0,6$.

А	Б	В	Г
24,81	248,1	2,481	25,91

5. Обчисліть площу кімнати, довжина і ширина якої відповідно дорівнюють 12,4 м і 8,5 м.

А	Б	В	Г
41,8 м ²	105,4 м ²	210,8 м ²	83,6 м ²

6. Установіть відповідність між задачею (1 – 3) та її розв'язком (А – Д).

- Із чайного листя виходять 4 % чаю. Скільки кілограмів чаю можна одержати із 750 кг чайного листя?
- Із бавовни-сирцю виходять 24 % волокна. Скільки кілограмів бавовни-сирцю потрібно взяти, щоб одержати 48 кг волокна?
- Липовий цвіт при сушінні втрачає 75 % своєї маси. Скільки кілограмів сухого липового цвіту вийде зі 160 кг свіжого?

- А 11,52 кг
 Б 40 кг
 В 30 кг
 Г 120 кг
 Д 200 кг

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

7. Власна швидкість теплохода становить 25,7 км/год, а швидкість течії річки — 3,8 км/год. Теплохід йшов 3 год озером (вода в озері стояча) і 3 год за течією річки.
1. Яку відстань пройшов теплохід за ці 6 годин?
 2. Скільки часу потратить теплохід на зворотний шлях? (Відповідь округліть до десятих).
8. Розв'яжіть рівняння $2,1x + 1,3x - 31,07 = 38,63$.
9. Знайдіть значення виразу $\left(3,2 : \left(2\frac{9}{17} + 1\frac{8}{17}\right) - 0,72 : 1,6\right) \cdot 2,4$.
10. За 2 год турист пройшов 8,7 км, причому за першу годину він пройшов на 1,3 менше, ніж за другу. Знайдіть, яку відстань проходив турист за кожну годину.
11. Першого дня було продано 55 % усього цукру, другого — 60 % залишку, а третього — решту 54 кг. Скільки кілограмів цукру було продано за три дні?
12. Периметр прямокутника дорівнює 97,2 см, а одна з його сторін на 43 % більша за іншу. Знайдіть площу прямокутника.

З ІСТОРІЇ АРИФМЕТИКИ

Арифметикою в широкому значенні цього слова називають науку про числа — від грецького слова «арифмос», що означає «число». Проте назва «арифметика» в самій Греції не була надто поширеною. Тоді, як і зараз, частіше говорили загалом про математику. Широковживаним у європейській культурі це слово стало в Середні віки. Значною мірою це відбулося завдяки підручнику під назвою «Арифметика», який на початку 6 століття уклав відомий учений і громадський діяч Боецій.

Боецій був палким просвітителем. Він піклувався про розвиток і поширення освіти. З його ініціативи європейську освіту почали ділити на два рівні. Перший (початковий) рівень дістав назву *тривіум*. Він містив три навчальні предмети: граматику, риторику (культурне мовлення) і діалектику (уміння відстоювати свою думку й переконувати). Другий (вищий) рівень освіти називався *квадрівіум*, оскільки він містив чотири предмети («квадро» в перекладі з латини означає «чотири»). Першою у *квадрівіумі* була арифметика. Після неї вивчалися геометрія, музична гармонія та астрономія.

Усі сім навчальних предметів *тривіума* й *квадрівіума* називались «Вільними мистецтвами» (латиною *Artes Liberales*). Прикметник «вільні» вказував на те, що ці дисципліни вивчалися для широкого загального розвитку, а не для конкретних професій з метою заробітку, як, наприклад, медицина або архітектура.

Із початком епохи Відродження, коли в європейській культурі великого поширення набув живопис, вільні мистецтва почали зображати в алегоричній формі — в образі богинь або муз, які сприяють цим наукам. Часто біля них зображувались і вірні слуги — мудреці й просвітителі, які дбали про їхню славу на землі (біля арифметики — зазвичай Піфагор). Яскравим прикладом є фреска, присвячена арифметиці, з папських апартаментів у Ватикані. Її створив у кінці 15 століття італійський художник Пінтуріккйо.



Боецій навчає своїх учнів.
Мініатюра з рукописної копії
одного з просвітницьких
творів ученого



Бернардіно Пінтуріккйо. Фреска «Арифметика»
в залі вільних мистецтв в апартаментах Борджіа у Ватикані

Звісно, середньовічна назва «Вільні мистецтва» з часом стала умовною. Особливо щодо арифметики, яка з розвитком торгівлі, мореплавства, цивільного й військового будівництва набувала дедалі більшого практичного значення. Цікаве у цьому зв'язку алегоричне зображення арифметики з німецького підручника «Нової військової арифметики», виданого у Нюрнберзі в 1661 р.



Гравюра з «Нової військової арифметики», виданої у Нюрнберзі в 1661 р.

Тут володарка Арифметика сидить на високому троні з ключем від знань. До підніжжя її трону ведуть п'ять сходинок, на яких латиною написано: Запис, Додавання, Віднімання, Множення і Ділення. На колонах палацу назви наук, над якими Арифметика має владу: Геометрія, Стереометрія, Астрономія, Оптика, Торгівля, Географія, Фортифікація та Архітектура. Над колонами гасло: «Старанність і навчання».

У 18 столітті арифметика повсюдно стала обов'язковою навчальною дисципліною в усіх закладах початкової та середньої освіти. І залишалася в цьому статусі майже до кінця 20 століття, коли її назву замінили на більш відповідну — «Математика».



Контрольна робота №12

Повторення та систематизація вивченого у 5 класі

I рівень

1. Обчисліть:

1) $234,6 + 145,3$;

2) $835,4 + 154,5$;

3) $379,9 - 234,6$;

4) $989,9 - 154,5$.

2. Виконайте дії:

1) $125,4 \cdot 7$;

2) $346,8 \cdot 6$;

3) $10,815 : 7$;

4) $1488,6 : 6$.

3. Розв'яжіть рівняння:

1) $872,4 + x = 997,5$;

2) $532,4 + x = 984,6$.

4. Знайдіть x , якщо:

1) $0,6x = 2080,8$;

2) $0,9x = 6375,6$.

5. Обчисліть площу кімнати, довжина і ширина якої:

1) 12,4 м і 8,5 м;

2) 10,5 м і 7,6 м.

6. Скільки гривень коштує 1 м тканини, якщо за її 8 м заплатили:

1) 428,8 грн;

2) 442,4 грн?

7. Із жита одержують 75 % борошна. Скільки центнерів борошна може вийти із жита, маса якого становить:

1) 140 ц;

2) 180 ц?

8. Із нафти добувають 35 % бензину. Скільки треба взяти тонн нафти, щоб одержати:

1) 70 т бензину;

2) 105 т бензину?

9. Розв'яжіть задачі:

1. Після того, як хлопчик купив книги на 48 грн 40 коп., у нього залишилося 80 коп. Скільки грошей мав хлопчик?

2. Коли дівчинка купила іграшки на 6 грн 30 коп., в неї залишилося 90 коп. Скільки грошей мала дівчинка?

10. За який час проїде:

1) автомобіль 511,7 км зі швидкістю 60,2 км/год;

2) велосипедист 83,84 км зі швидкістю 26,2 км/год?

II рівень

1. Виконайте дії:

1) $(39 - 23,4) : 6,5$;

2) $713,4 : (61 - 26,2)$.

2. Обчисліть значення виразу:

1) $16,3 + 0,35a$, якщо $a = 2,4$;

2) $0,46b + 7,8$, якщо $b = 6,5$.

3. Розв'яжіть рівняння:

1) $6,4x - 3,2 = 28,8$;

2) $28,3 - 3,2y = 9,1$.

4. Що більше:

1) 32 % чи 3,2;

2) $\frac{6}{25}$ чи 25 % ?

5. Знайдіть площу квадрата, якщо його периметр дорівнює:

а) 12,4 см;

б) 9,6 см.

6. Розв'яжіть задачі:

1. У магазин привезли 128,4 ц овочів. Першого дня продали 60 % овочів. Скільки центнерів овочів залишилося ще продати?

2. Тракторист виорав 40 % поля, площа якого становить 150,6 га. Скільки гектарів поля залишилося ще виорати?

III рівень

1. Обчисліть:

1) $26,6 \cdot 6,5 + 532,9 : 14,6$;

2) $713,18 : 33,8 - 4,8 \cdot 3,5$.

2. Розв'яжіть рівняння:

1) $7,4x - 2,8x + 54,5 = 61,4$;

2) $15,4 + 7,7x + 6,5x = 65,1$.

3. Знайдіть периметр рівнобедреного трикутника, дві сторони якого дорівнюють:

1) 6,2 см і 3,1 см;

2) 2,4 см і 4,8 см.

4. Банк виплачує 16 % річних. В яку суму через два роки перетвориться вклад:

1) 4000 грн;

2) 6000 грн?

5. Запишіть вираз та обчисліть його значення:

1) суму чисел 7,2 і 14,4 поділіть на їхню різницю;

2) добуток чисел 12,5 і 1,8 додайте до частки чисел 5,7 і 0,19.

6. Розв'яжіть задачі:

1. У двох сувоях 153,6 м сукна. Скільки метрів сукна в кожній сувої, якщо у другій — на 7,2 м більше, ніж у першій?

2. У двох ящиках 96,4 кг яблук. Скільки кілограмів яблук у кожному ящику, якщо в першому — на 8,4 кг менше, ніж у другому?

IV рівень

1. Виконайте дії:

1) $(42 - 23,4) \cdot 6,5 + 532,9 : 14,6$;

2) $713,4 : (61 - 26,2) + 4,8 \cdot 35$.

2. Знайдіть числа, якщо:

1) їхня різниця дорівнює 20,52, а частка дорівнює 4;

2) їхня сума дорівнює 20,52, а частка дорівнює 0,2.

3. Відстань між точками A і B дорівнює 9,5 см. Чи існує на прямій AB така точка M , що:

1) $AM + MB = 9,8$ см;

2) $AM + MB = 9,9$ см?

4. Розв'яжіть задачі:

1. Автомобіль проїхав відстань між містами, що дорівнює 200 км, зі швидкістю 40 км/год, а повертався зі швидкістю, що на 25 % більша. Якою була середня швидкість автомобіля?

2. Судно «Ракета» пройшло 100 км за течією річки зі швидкістю 25 км/год, а поверталось — зі швидкістю, що на 20 % менша. Якою була середня швидкість судна?

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

А

Ар 213

Б

Багатогранник 303

Багатокутник 291

Бічні грані піраміди 303

— сторони рівнобедреного
трикутника 296

В

Вершини багатогранника 303

— багатокутника 291

— ламаної 140, 291

— паралелепіпеда 305

— піраміди 303

Виміри паралелепіпеда 305

Вираз 253

— буквеній 253

— числовий 253

Висота паралелепіпеда 305

Від'ємник 12, 96

Відрізки рівні 132

Відрізок 124, 140

Відрізки рівні 132

Відсоток 418

— банківський 422

Відстань 132

Властивості віднімання 97-98

— ділення 225-226

— додавання 26, 89

— множення 195-196, 200-201

Г

Гектар 213

Градус 166

Градусна міра кута 166

Грані багатогранника 303

— піраміди бічні 303

Д

Десятковий дріб 367

Десяткові знаки 367

Діаграма кругова 185

— лінійчата 155

— стовпчата 155

Ділене 18, 224

Ділення 18, 224

— з остачею 18, 234

Дільник 18, 224

Добуток 18, 194

Довжина відрізка 132

— ламаної 140

— лінії 140

— паралелепіпеда 305

Доданки 12, 88

Дріб 31, 322

— десятковий 367

— звичайний 31, 322

— неправильний 35, 324

— правильний 34, 324

Дробова частина числа 35, 326

Дробове число 31

З

Замкнена ламана 291

Зменшуване 12, 96

Знак десятковий 378

— наближеної рівності 61

Знаменник дроби 31, 322

Значення буквеного виразу 254

К

Квадрат 298

— числа 212

Квадратний дециметр 212

— метр 212

— міліметр 21, 212

— сантиметр 21, 212

Кінці відрізка 124

Класи в записі числа 8

Комбінаторне правило 219

Координата точки 189

Корінь рівняння 26

Круг 185

Куб 286, 306

— числа 313

Кубічний дециметр 312

— метр 312

— міліметр 312

— сантиметр 312

Кут 161

— гострий 168

— прямий 169

— розгорнутий 161

— тупий 169

Кути рівні 167, 168

Кутник 169

Л

Ламана 140, 291

— замкнена 291

Ланки ламаної 140, 291

Лінія 124

— крива 124

— пряма 124

М

Малка 169

Мільйон 8

Мільярд 8

Мішане число 33, 326

Множник 18, 194

Множення 194

Н

Натуральне число 51
Натуральний ряд 51
Неповна частка 234
Нерівність 57

О

Об'єм 312
— куба 313
— паралелепіпеда 313
Одиниці об'єму 312
— площі 212
Округлення 61
— правило 62, 373
Основа піраміди 303
— рівнобедреного трикутника 296
Остача 234

П

Переставна властивість
— додавання 26, 89
— множення 185
Периметр 292
— квадрата 15
— прямокутника 15
— трикутника 15
Піраміда 303
— багатокутна 303
— правильна 304
— трикутна 303
— чотирикутна 303
Площа 21
— квадрата 21, 212
— прямокутника 21, 212
Площина 286
Поверхня паралелепіпеда 305
Початок променя 161
Правило віднімання стовпчиком 96
— ділення кутом 233
— додавання стовпчиком 88
— додавання та віднімання дробів 343, 349
— множення комбінаторне 219
— множення стовпчиком 206-208
Промінь 161
— числовий 180
Пряма 124
Прямий кут 169
Прямокутний паралелепіпед 305
Прямокутник 292-298

Р

Радіус круга 185
Ребро багатогранника 303
— паралелепіпеда 305
— піраміди 303
Рівність відрізків 132
— кутів 167
Рівняння 26
Різниця 12, 96

Розв'язки нерівності 57
Розв'язок рівняння 26
Розгортка паралелепіпеда 306
— піраміди 304
Розподільна властивість множення 200-201
Розрядні доданки 8
Розряд числа 8
Розрядні одиниці 8

С

Сектор 185
Середнє арифметичне 427
Система числення 51
— десяткова 51
— позиційна 51
Сполучна властивість додавання 26, 89
— множення 196
Сторони багатокутника 291
— кута 161
Сума 12, 88
Статистичні таблиці 427

Т

Тотожність 26
Точка 286
Транспортир 166
Трикутник 166
— гострокутний 298
— прямокутний 299
— рівнобедрений 296
— рівносторонній 296
— різносторонній 296
— тупокутний 298
Трильйон 8

Ф

Фігури 286
— рівні 287
Формула 26

Ц

Центр круга 185
— транспортира 166
Цифра 8
Ціла частина мішаного числа 326

Ч

Частка 18, 224
— неповна 234
Чисельник дробу 31, 322
Число 8
— дробове 31
— кругле 61
— мішане 33, 326
— натуральне 51
Числова нерівність 56
Чотирикутник 292

Ш

Ширина паралелепіпеда 305
Шкала 150

ВІДПОВІДІ

Розділ 1

2. 1) 124; 2) 459; 3) 489; 4) 153; 5) 277; 6) 148. 3. Одну десяту. 4. Одну другу.
5. 1) 103 110; 2) 120 086; 3) 400 307; 4) 800 080; 5) 600 303. 8. 1) 47 см; 2) 350 см;
3) 5712 см; 4) 6337 см; 5) 3 421 200 см. 9. 1) 65 см; 2) 1270 см; 3) 204 100 см;
4) 2 312 100 см. 10. 1) 512 кг; 2) 6107 кг; 3) 3400 кг; 4) 20 123 кг; 5) 217 105 кг.
11. 1) 223 кг; 2) 3208 кг; 3) 22 025 кг; 4) 43 332 кг. 12. КІТ. 1 т 200 г < 1 т 20 кг <
< 1 т 2 ц. 13. 9600 кг фруктів. 14. 1080 кг овочів. 15. 665 кг; 7590 грн. 18. 1) 473 929;
2) 107 411; 3) 122 224; 4) 104 399; 5) 118 399; 6) 136 000. 19. 1) 36 221; 2) 30 002;
3) 1099; 4) 61996; 5) 12 066; 6) 19 998; 7) 38 956; 8) 11 658. 21. 1) 844 141; 2) 778 780;
3) 330 692; 4) 897 338. 22. 1) 336 824; 2) 25 283; 3) 8501; 4) 479 398. 25. 453 000 кг.
27. 24 м 5 дм. 28. 294 га. 29. 1. 3302 грн. 2. 15098 грн. 3. 9043 грн. 31. 174 см.
32. 390 см. 33. 1. 168 пасажирів. 2. 13 104 грн. 37. 320 м. 38. 46 см. 40. 1) 9428;
2) 900 360; 3) 236 868; 4) 404 446. 41. 1) 2190; 2) 400; 3) 11 110; 13 405. 42. 1) 366 248;
2) 411 750; 3) 8112; 4) 225 466. 43. 1) 900 м; 2) 126 км 120 м; 3) 1250 м 60 см;
4) 36 км 754 м 8 дм. 44. 1) 155 м; 2) 470 м; 3) 250 м 5 дм; 4) 43 м 2 дм 1 см.
45. 1) 15 км 500 м; 2) 325 м 2 дм 8 см; 3) 45 м 02 см; 4) 1 км 500 м 2 дм 2 см.
46. 1) 578 024; 2) 721 009; 3) 472 586; 4) 550 662; 5) 165 750; 6) 278 978. Швеція.
47. 1280 кг. 48. 63 000 зернят. План не виконає. 49. Хом'як: 344 220 пшенич-
них зернин і 805 кукурудзяних; бабак: 455 795 пшеничних зернин і 840 ку-
курудзяних. 50. На 8 см більша. 51. 128 см². 52. 29 см². 53. 25 квадратів.
54. 12 квадратами. 56. 1. 660 м. 2. 21 600 м². 57. 1. 14 000 м². 2. 5600 м², 4200 м²,
4200 м². 3. 37800 кг. 59. Через три години. 60. 100 км. 61. 8 км. 62. 70 км/год.
63. За 2 години. 64. 50 км/год. 65. 41 км. 66. 1) 3760; 2) 4 429 635; 3) 514 535;
4) 885 645; 5) 248 808. 67. 1) 2690; 2) 97 640; 3) 4871; 4) 50 098. 68. 1) 4443;
2) 21 945; 3) 103 201; 4) 27 900. 69. 1) 489 256; 2) 921 701; 3) 39 994; 4) 127 641;
5) 79 811. 70. 33 634. 71. 3 448 208. 72. 68 737. 73. 1) 44 110; 2) 288 059; 3) 271 079;
4) 638 690. 74. 1) 335 686; 2) 579 685; 3) 7 598 475; 4) 789 432. 75. 1) 2784;
2) 2788; 3) 8155; 4) 1466. 76. 1) 137 013; 2) 410 305; 3) 727; 4) 118 828. 77. 1) 9121;
2) 605 922; 3) 146 091; 4) 957; 5) 884; 6) 5119. 78. 42 221. 79. 26 242. 80. 12 214.
81. 4784. 82. 113 501. 83. 1) 70; 2) 9; 3) 10 796; 4) 9891. 84. 1) 3200; 2) 4882.
86. 10 частину. 87. $\frac{7}{11}$. 92. 1) $4\frac{2}{7}$; 2) $3\frac{3}{13}$; 93. 1) $1\frac{4}{8}$; 2) $\frac{6}{10}$; 3) $2\frac{10}{15}$; 4) $\frac{13}{17}$. 94. 1) $10\frac{4}{5}$;
2) 13; 3) $4\frac{3}{18}$; 4) $1\frac{6}{10}$; 5) $2\frac{6}{11}$. 95. 1) 20 хв; 2) 10 год; 3) 35 хв 15 с; 4) 28 с; 5) 42 хв 14 с.
96. 1) 30; 2) 42; 3) 54; 4) 72. 97. 1) 30; 2) 40; 3) 63; 4) 50. 98. 1) $a < b$; 2) $a < b$. 99. 30 м 10 см,
24 м 20 см, 15 м 30 см. 100. 1. Третя бригада. 2. 500 м. 3. 100 м. 101. 1. 2580 м². 2. $\frac{1}{50}$.
3. 64 т. 102. 1836 кг. 103. 1. 820 кг. 2. 588 кг. 3. 802 кг. 104. 1. 60 м². 2. 80 м².
105. 248 год = 14 880 хв = 892 800 с. 106. 110 км. 107. 1. 536 км, 334 км.
2. На 202 км більше. 108. 2000 л води.

Розділ 2

128. 29 учнів. **129.** 14 футболістів. **130.** Одинадцятий. **131.** 474 км. **132.** 75 км. **134.** 1) $830 + 970 = 1800$; 2) $308 \cdot 709 = 218\,372$. **135.** 238, 283, 328, 382, 823, 832. 6 чисел. **140.** 21, 23, 25. **141.** 22, 24, 26. **168.** 1) 1200; 2) 29 500; 3) 45 100; 4) 6 781 200. **169.** 1) 67 900; 2) 67 860; 3) 568 000; 4) 568 000. **175.** 1) 5352 грн; 2) 5350 грн. **176.** 1) 4900 кг; похибка 2 кг; 2) 5 т; похибка 102 кг. **177.** 1) 8849 м; 2) 8850 м. Найточніше округлення до одиниць метрів. **178.** 1) 36 200 м; похибка 5 м; 2) 36 000 м; похибка 205 м. Найточніше округлення до сотень метрів. **180.** $3362\text{ м} \approx 3360\text{ м} \approx 3\text{ км}$; $4693\text{ м} \approx 4690\text{ м} \approx 5\text{ км}$. **181.** $6\text{ кг } 048\text{ г} \approx 6\text{ кг}$. **186.** 29 учнів. **195.** 100 999. **196.** 989 999. **199.** 14 картин. **201.** 1. 888 відер, 7104 л; 2. 444 кг, 3108 кг. **206.** У 7200 разів. **208.** О 14 годині. **209.** 1. 600 км; 660 км; 540 км. 2. $1200\text{ км} > 1100\text{ км}$. **210.** $n = 1, 2, \dots, 14$. **211.** 999 999, 999 998, 999 997. **212.** 1), 5). 213. 1) 556; 2) 6115; 3) 820; 4) 8687; 5) 304; 6) 1068; 7) 2112; 8) 1305. **214.** 10 011; 20 001; 30 000; 10 110. 215. 110 000; 200 000; 101 000; 100 100; 100 010. **216.** 48 сторінок. **217.** 42 задачі. **218.** На 9 метрів. **219.** 1. 8850 м, 4810 м, 5640 м. 2. На 3207 метрів вищий. 3. На 4040 метрів нижчий. **220.** 1. 6800 км, 6700 км, 2900 км. 2. На 72 км довша. 3. На 3912 км коротший. **221.** 179 745, 95 719, 7597. **222.** 6711, 65 936, 259 170. **223.** 1. 104 г; 2. На 20 більше з'їдає 1 колібрі за липень, ніж зграя колібрі (26 птахів) за 1 день. **224.** 1. 97 років. 2. 13766 днів. 3. 1072 дня. **225.** 1. 1920 т пшениці, 1520 т ячменю. 2. 14 400 000 грн; 9 880 000 грн. 3. Ячмінь вирощувати прибутковіше. Примітка. Потрібно знайти, скільки грошей отримає фермер за реалізацію пшениці та ячменю з 1 га. **226.** 1. 16 000 бджілок. 2. За 1 день. **227.** 20 плиток.

Розділ 3

228. На 4 рибини більше. **229.** 41 книга. **230.** 1) 12; 2) 220; 3) 75; 4) 138; 114; 6) 118. **231.** 1) 49; 2) 107; 3) 100; 4) 110. 232. 1) 2 351 000; 2) 2 001 210; 3) 299485; 4) 40308; 5) 350 860; 6) 2 274 817; 7) 3 689 531 892; 8) 8 057 889 095. **233.** 1) 9 211 110; 2) 880046; 3) 9423461; 4) 103 666 942; 5) 108 566 764; 6) 9 312 321 321. **236.** 1) 207; 2) 247; 3) 58 509; 4) 57 749; 5) 88 654; 6) 2200. **237.** 1) 1447; 2) 779; 3) 2999; 4) 2898; 5) 10 110; 6) 1220. **238.** 1) 1838; 2) 5757; 3) 989; 4) 1890. **239.** 228 Деталей. **240.** Можна. **241.** 54 335 гривень. **242.** 1. На 1 ц 50 кг. 2. На 8 ц 60 кг менша. 3. На 143 ц 90 кг більше. **243.** 1) $a + 300$; 2) $x + 1400$; 3) $b + 17\,106$; 4) $n + 100\,409$; 5) $a + 33\,599$; 6) $m + 337\,667$. **244.** 1) $x + 600$; 2) $a + 1110$; 3) $b + 41\,300$; 4) $m + 33\,367$. **245.** 1. 1565 кг. 2. На 563 кг більша. **246.** 224 кг сіна, 525 кг овочів, 70 кг хліба. **247.** 560 км, 631 км, 686 км, 615 км. **248.** 1758 т ячменю. **249.** 1) 24 м 40 см; 2) 16 кг 357 г; 3) 5 ц 28 кг; 4) 16 хв; 5) 16 дм; 60) 12 год 41 с. **250.** 1) 17 м 60 см; 2) 37 кг 250 г; 3) 7 ц 54 кг; 4) 29 хв. **253.** 145 пляшок. **254.** 1. 58 тістечок. 2. 130 пирогів і тістечок разом. **255.** Харків. **256.** 960 м. **257.** 1. По дев'ять. 2. 10 горобців і 8 горобців. **260.** 1) 88; 2) 447; 3) 54; 4) 15; 5) 58; 6) 228. **261.** На 1220 км більша. **263.** 1) 20 287; 2) 9 108 966; 3) 34 311 231; 4) 1 100 133; 5) 895 912 234; 6) 5 989 978 014; 7) 8 816 771 001; 8) 90 000 002. **264.** 1) 830 870; 2) 5 885 955; 3) 43 333 330; 4) 66 933 300 152; 5) 141 098 580; 6) 23 111 101. Скутер. **267.** 1) 533; 2) 7; 3) 621; 4) 283; 5) 1661; 6) 43 724. **268.** 1) 2 год 41 хв; 2) 1 т 636 кг; 3) 155 см; 4) 18 т 084 кг; 5) $157\text{ с} = 35\text{ хв } 57\text{ с}$; 6) 2 год 37 хв. **269.** 1) 4 м 62 см; 2) 44 хв; 3) 3 т 935 кг; 4) 356 хв 10 с. **270.** 443 469. **271.** 17 222 457. **272.** 65 267 089. **273.** 1. 7 км 230 м. 2. 5 годин. **274.** 1. На 74 га більша. 2. 405 га. **275.** 1. На 3 м 30 см більша. 2. На 9 м 60 см менша. **276.** 1. На 3463 км більша. 2. На 2161 км менша. **279.** 6 год 55 хв.

280. 12 год 47 хв. **281.** 101 100 кг. **283.** 1) 71 000; 2) 470 000; 3) 832 000; 4) 66 400; 5) 787 000; 6) 259 210. **284.** На 16 000 000 км² менша. **285.** 20 троянд. **286.** 1) 40; 2) 92; 3) 8; 4) 99. **289.** 1) 998; 2) 775; 3) 6775; 4) 8213; 5) 8101; 6) 8601. **292.** 1) 58; 2) 461; 3) 67; 4) 767; 5) 567; 6) 771. **293.** 1) 978; 2) 320; 3) 125; 4) 995. **294.** 1) $x + 400$; 2) $a + 7670$; 3) $1815 - b$; 4) $98\,505 - n$; 5) $a + 77\,701$; 6) $60\,707 - p$. **295.** 1) $x + 201$; 2) $a + 18\,010$; 3) $78\,400 - b$; 4) $9\,855\,011 - n$. **296.** 22 смартфонів. **297.** 1. 5413 книг; 2. 12 063 книги. **298.** 215 кущів. **299.** Стало на 82 дерева більше. **300.** 1. 750 км; 2) 3890 км. **301.** 1. 3600 км; 2. 9250 км. **302.** Маса кита-тата — 181 000 кг; кита-мами — 174 000 кг, китеняти — 12 300 кг. **303.** 458 самокатів, 395 самокатів, 422 самокатів. **304.** 1) 80; 2) 29; 3) 260; 4) 540. **305.** 245 календариків. **306.** 119 років. **307.** 1) 50; 2) 100; 3) 20; 4) 19. **308.** 1) 1220; 2) 110 450; 3) 1 001 361; 4) 819 073; 5) 19802; 6) 93072. **309.** 1) 981 100; 2) 14 200; 3) 18 898; 4) 245 810; 5) 8 854 010; 6) 7020. **310.** 1) 76 301; 2) 999 700; 3) 432 878; 4) 875 224; 5) 935 244; 6) 100 018. Плутон. **311.** Осло. **313.** 1. 30 днів; 2. 751 година. **314.** 1. 974 роки; 2. 1033 роки. **318.** 1) 411; 2) 720; 3) 351; 4) 1302. **319.** 2053 кг. 320. 81 см. **321.** У 2019 році. **323.** 1. 35 225 голок. 2. На 20 859 голок менше. **327.** 189 марок. **328.** 560 польотів. **329.** 4780 м. **330.** 60 м 30 см. **331.** 1. 440 кг; 2. 6000 кг.

Розділ 4

337. Пряма — на рис. в), відрізки — на а), г) і г). **338.** Точки C і D мають розміщуватись по різні боки від прямої AB . **340.** Так: у першому випадку точки A , B можуть лежати і всередині відрізка, тобто не бути його кінцями. **341.** Всього 10 відрізків; найкоротший BC . **343.** 6 відрізків і 4 прямих. **344.** На рис. б) 10 відрізків. **345.** На рис. б) 4 відрізки і 2 прямих. **346.** 6 прямих, 3 нових точки. **348.** 2) 36 відрізків. **345.** 9 см 7 мм. **355.** 4 см 1 мм. **356.** $AB = CD = NP$, $KM = EF$. **360.** По 13 см. **362.** 4 см. **364.** 22 см, 28 см. **365.** 11 см, 6 см. **367.** У 5 разів. **368.** 40 см. **369.** 56 см. **370.** 4 см 3 мм. **371.** 9 см, 27 см, 19 см. **372.** Утричі. **375.** 7 см або 4 см. **377.** 10 см або 4 см. **378.** Вказівка. Відстань між проділками 2 і 5 дорівнює 3 см. Якщо накреслити такий відрізок, а потім відкласти на ньому від кінця відрізок 2 см, то матимемо відрізок з довжиною 1 см. **379.** 5 см або 29 см. **380.** 5 км або 7 км. **381.** 14 км або 30 км. **384.** 114 мм. **386.** 11 см 5 мм. **388.** 13. **389.** 4 см. **390.** Ні, оскільки $3 + 4 + 6 < 14$. **391.** 42 см, 21 см, 14 см. **392.** 40 см, 8 см, 14 см. **394.** 10 км 400 м. **397.** 2°C; 10%. **398.** 2) 29°. **399.** Вага рису 600 г. 250 г буде досипано тоді, коли стрілка ваг перейде за позначку 800 на дві з половиною поділки. **401.** Так, спідометр показує швидкість 110 км/год. **402.** У баку 8 л пального. **416.** В. **424.** 2 прямих, 4 відрізки, 6 променів. **425.** Різних два. **426.** 8, 8, 6. **427.** Ні. **428.** Два; один. **429.** l, n ; l, n і l, p . **430.** CD, NM, AB . **433.** Два промені KM і MK . А взагалі — безліч. **434.** На обидва питання відповідь ствердна. **435.** На одній прямій (2 випадки). **440.** 4; 8; 6. **441.** 4; 2. **442.** Два або три. Може. **443.** Один. **444.** Один — розгорнутий. **447.** 6 кутів. **450.** 45°, 90°, 135°. Найбільший кут MCE . **452.** Ні. **454.** Збільшилась не тільки та частина площини, яка лежить між сторонами кута, а й та, що поза ними. Тому відношення цих частин, а саме ним визначається величина кута, не змінилось. **470.** 60°. **471.** 120°. **472.** 143°. **473.** 46°. **475.** 26°. **477.** 91°. **478.** 61° і 93°. **479.** 40° і 80°. **480.** $\angle AOD = 180^\circ - 23^\circ = 157^\circ$. **481.** 49°. **482.** 87°. **483.** 45° або 135°. **484.** 45°, 90°, 135°. **485.** 90°, 60°, 30°, 60°, 90°, 180°, 120°, 60°. **487.** На 3 або на 9. **488.** Так — відкладанням гострих кутів від сторін прямого кута. **489.** Ці кути рівні, а їхня сума — розгорнутий кут (180°). Тому вони дорівнюють по 90°, тобто — прямих. Якщо аналогічно перегнемо прямих кут, то дістанемо кут 45°.

490. Промені зору, що проходять через протилежні гвіздки на екері, утворюють прямий кут. Такий самий кут визначається і між прямими на місцевості.
498. 4) 3, 4, 5, 7, 8, 9. **500.** $P(40)$, $K(100)$. **502.** $PM = 5$, $MT = 8$. **503.** $EG = 13$.
504. $OA = 12$ см, $OB = 2$ см. **505.** 5 мм. **506.** 2 м 10 см, 10 см. **507.** 36 см.
508. 44 см. **509.** $E(2020)$. **512.** Мабуть, те, що сума всіх цих значень на цілих 3° менша від 360° . **518.** 100 м^2 , 80 м^2 , 60 м^2 , 50 м^2 , 70 м^2 .

Розділ 5

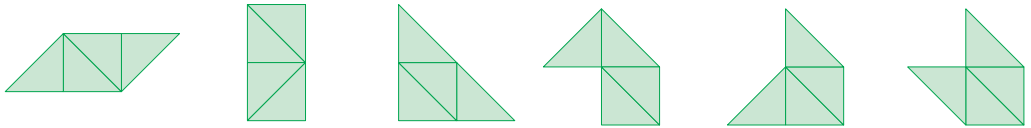
525. 124 км/год. **526.** 291 км. **534.** 1260 т. **535.** 573 км. **536.** 86 кг. **537.** 411 шурупів. **538.** 346 км/год. **539.** 212 зірок. **540.** 51 км. **543.** 560 км. **544.** 162 км.
546. У 3 рази. **548.** 240 г. **549.** 64 сходинки. **559.** 1) 3000; 2) 238 000; 3) 674 000; 4) 40 000. **562.** 1) 3400; 2) 54 700; 3) 5390; 4) 835; 5) 111 060; 6) 656. **563.** 1) 56 700; 2) 552; 3) 537 600; 4) 7976. **566.** 6510 км. **567.** 366 пасажирів. **568.** 1. 729 яблунь; 2. 45 198 кг; 3. 451 980 грн. **569.** 1. 39 годин; 2. 804 деталі; 3. 5628 грн.
574. 1) 34 522; 2) 231 552; 3) 8 089 210; 4) 2 340 825; 5) 96 585 336; 6) 2 197 677 324.
575. 1) 87 690 000; 2) 786 500 000; 3) 52 731; 4) 349 296; 5) 5 311 424; 6) 3 665 574; 7) 6 950 676; 8) 366 789 276. **576.** 1) 6 619 307; 2) 3 453 298; 3) 5 807 418; 4) 70 235 970; 5) 20 551; 6) 48 736. **577.** 1) 106 650; 2) 366 007; 3) 2 600 956; 4) 456 009. ЛЕГО.
578. 1) 5371; 2) 83 200; 3) 394 654; 4) 95. **579.** 1) 59 759; 2) 903 339; 3) 116 348; 4) 486. **580.** 1) 12 705; 2) 81 991; 3) 428 982; 4) 2800. БЕРН. **581.** 1) 448 079; 2) 303 121. **589.** На 15 см^2 більша. **590.** 1) 22; 2) 17; 3) 58; 4) 435; 5) 411; 6) 74.
591. 1) 157; 2) 143; 3) 132; 4) 239. **600.** 1. 54 м^2 ; 2. 9180 грн. **601.** 30 стовпчиків. **602.** 1. 40 плиток; 2. 32 плитки. **603.** 1) 200 м^2 ; 2) $30\ 000\text{ м}^2$; 3) $32\ 000\text{ м}^2$; 4) $45\ 200\text{ м}^2$; 5) $26\ 000\ 000\text{ м}^2$; 6) $45\ 025\ 000\text{ м}^2$. **604.** 1) 2500 см^2 ; 2) $560\ 000\text{ см}^2$; 3) $5\ 000\ 000\text{ см}^2$. **606.** 1. 16 персиків, 36 абрикосів; 2. 600 яблунь. **611.** 72 числа.
612. 20 партій. **613.** 21. **614.** 64. **615.** 56. **616.** Через 24 тижні. **617.** 45. **618.** 12.
619. 16. **620.** 21. **621.** 870. **622.** 380. **623.** 40 320. **624.** 5040. **625.** 36. **626.** 210.
627. 30-ма способами. **628.** 256. **629.** 665 280. **630.** 3360. **631.** 6. **632.** 120. **633.** 10.
634. 10. **635.** 9. **640.** 1) 280; 2) 216; 3) 458; 4) 874; 5) 4031; 6) 3140. **641.** 1) 504; 2) 1025; 3) 629; 4) 247. **642.** 1) 456 789; 2) 60; 3) 1230; 4) 7606. **643.** 1) 385 793; 2) 40; 3) 20 202; 4) 5. **645.** 1) 241; 2) 808; 3) 30 303; 4) 45 670; 5) 4478; 6) 33 300.
646. 1) 199; 2) 3490; 3) 5000; 4) 210 909. **647.** 1) 1443; 2) 1135; 3) 193 640; 4) 1131; 5) 143 209; 6) 66 096. ПЕТРОС. **648.** 1) 98 461; 2) 6638; 3) 2590; 4) 1675. КАЇР.
651. 1) 360; 2) 481; 3) 96; 4) 75; 5) 1; 6) 3. **652.** 1) 84; 2) 10; 3) 7; 4) 1. **655.** У 3 рази. **658.** 1. 988 т 400 кг; 2. У 3 рази. **660.** 1. 640 кг; 2. 32 кг. **661.** 1. 3976 зернин ячменю; 2. По 568 зернин ячменю. **662.** На 69 км/год. **663.** На 99 км/год.
664. На 1600 обертів менше. **665.** 30 085 червоних деталей, 6017 білих деталей. **666.** У першої дитини 2259 деталей, у другій — 2259 деталей, а в третій — 4518 деталей. **671.** 1) 12 (ост. 6); 2) 2 (ост. 5); 3) 25 (ост. 1); 4) 16 (ост. 26); 5) 10 (ост. 203); 6) 19 (ост. 340). **672.** 1) 20 (ост. 12); 2) 13 (ост. 13); 3) 8 (ост. 412); 4) 33 (ост. 536). **678.** \approx У 8 разів більша. **680.** 4 цукерки. **681.** 26 ящиків.
682. За 8 рейсів. **683.** 1. По 10 кульок; 2. 8 кульок. **684.** 393 яйця. **685.** 887 ящиків.
688. 78 паркетних дощок. **691.** 12. **697.** 1) 7; 2) 28; 3) 1; 4) 392; 5) 20; 6) 4. **698.** 1) 127; 2) 20; 3) 1; 4) 6. **703.** 1. 426 місць; 2. 51 місце. **704.** 1. 55 пасажирів; 2) 193 пасажири. **705.** Мамі 36 років, доньці 9 років. **706.** Братові 6 років, сестрі 13 років.
707. 60 років. **708.** 69 карасів. **709.** 132 гриби, 58 грибів. **710.** На 31 с довше.
717. 36 км/год. **718.** 10 км/год. **719.** 180 км/год. **720.** 26 днів.

Розділ 6

729. 1) 102; 2) 6; 3) 76; 4) 9; 5) 16; 6) 2. **730.** 1) 756; 2) 3354; 3) 3888; 4) 563; 5) 3309; 6) 501. **731.** 1) 16 444; 2) 1001; 3) 24 309; 4) 25. **732.** 1) 39 см; 2) 150 м; 3) 50 м^2 ; 4) 2400 м^2 . **734.** 1. $s : 3 \text{ км/год}$; 2. 145 км/год . **735.** 1. $s : 4 \text{ км/год}$; 2. 398 км/год . **736.** 1. $96 \cdot a + 58 \cdot c$ (грн); 2. 670 гривень. **737.** 1. $a \cdot 2 + b \cdot 1 + c \cdot 3$ (грн); 2. 200 гривень. **738.** 1. $125 \cdot n + 90 \cdot m + 356 \cdot k$ (км); 2. 2069 км. **739.** 1. $12 \cdot a + 15 \cdot b + 10 \cdot d$ (грн); 2. 398 гривень. **742.** 1) 722; 2) 1239; 3) 533; 4) 810. **743.** 1) 0; 2) 226; 3) 184; 4) 1032; 5) 123; **744.** 1) 3331; 2) 18 011; 3) 2217; 4) 194 000. **745.** 1) 1921; 2) 2140; 3) 782 000; 4) 1. **746.** 1) 11 435; 2) 5565; 3) 802 000; 4) 7. **747.** 1) 497; 2) 67; 3) 102; 4) 1420; 5) 860; 6) 735. **758.** $8 \cdot a + 8 \cdot b + 22 \cdot c$; 2. 570 гривень. **759.** 1. $(x + 32) - y$; 2. 333 стікери. **760.** 1. $125 - a - b$; 2. 46 куців. **761.** $k + k \cdot 2 + k + 8$; 2. 45 ящиків. **762.** 1. $1 + 21 + 1 - 9$; 2. 51 метр. **763.** 1. $3 \cdot v - 2 \cdot u$; 2. На 215 км більше. **764.** 1. $y + y + x + 895$; 2. 2553 смартфони. **765.** 1. $(n + 15) \cdot 3$; 2. 60 хвилин. **766.** 1. $a + (a - b) + 458$; 2. 1552 планшети. **771.** 1. $a + a + b + b + 2c$; 2. 1818 метрів. **778.** 1) 276; 2) 158; 3) 904; 4) 496; 5) 1503; 6) 1667. **БЕРЛІН.** **779.** 1) 291; 2) 155; 3) 581; 4) 2899. **СЛУЧ.** **780.** 1) 612; 2) 606; 3) 306; 4) 185; 5) 671; 6) 593; **792.** $a + a \cdot 3 + a + 26$ (км). **793.** $x + x + 238 = 2136$ (449 км). **794.** $x + 2x = 3156$ (1052 дм). **795.** $(x + 577) - 872 = 128$ (423). **796.** $x + x + 16 = 38$ (На 11 метрів). **797.** 6 снікерсів. **799.** $x + 2x + 2x - 32 = 248$. (56 км). **801.** 104 дерева. **809.** 206 деталей, 412 деталей, 582 деталі.

Розділ 7

811. 1, 4, 8; 2, 5, 7; 3, 6. **812.** M і P , A і C . **813.** Вони рівні. **816.** Якщо кожен з рівних відрізків відкласти від нульової позначки на лінійці, вимірній стрічці, числовому промені тощо, то вони сумістяться, отже, є рівними. Аналогічно для кутів. **819.** Так. **827.** На 3^2 , 4^2 , 5^2 , 6^2 тощо. **828.** Ні. **829.** Розрізати по прямих, що проходять через протилежні вершини. **830.** Рівні прямокутники мають рівні виміри, а тому й рівні площі. Ні; приклад: $4 \cdot 4 = 2 \cdot 8$. **831.** По 8 см (одна сторона може бути спільною). **833.** а), в) — ні; б) — так. **834.** 8. **840.** 5 см. **841.** 15 см. **843.** 6 см. **844.** 18 см. **845.** 43 см. **848.** 72 м. **849.** 660 м. **851.** 666 м. **852.** Спільне: рівність усіх сторін і протилежних кутів; відмінність: не рівність усіх кутів. **853.** 28 см. **855.** 3) 31 м. **856.** Найменший периметр у квадрата зі стороною 3 см. **857.** Найбільшу площу має квадрат зі стороною 4 см. **858.** Ще можливі 6 нових багатокутників, зображених на рис.



863. Рівнобедрений. **864.** 17 см. **865.** 23 см. **866.** а), г) — так; б), в) — ні. **867.** Ні. **868.** Ні; так. **869.** 9 см і 7 см. **870.** 37 см. **872.** 18 см. **874.** 15 см, 11 см, 18 см. **875.** 15 см. **876.** 7 см; основа від 1 см до 13 см. **877.** 2 см і 4 см або 4 см і 3 см. **878.** 5 см і 9 см. **879.** В обох випадках $4 < x < 20$. **880.** Ні, оскільки $3 + 4 + 5 < 13$. **882.** а), в) — так; б) — ні. **884.** 45° , 45° , 90° . **885.** По 30° . **886.** 40° . **887.** При точних побудовах і вимірюваннях 180° . **889.** 40° і 50° . **891.** По 25° . **892.** 45° , 45° , 90° . **894.** 45° і 75° . **895.** 80° . **896.** 65° , 85° , 95° , 115° . **897.** 180° . **900.** $2n$ ребер і $n + 1$ грань. **901.** AB менше від 9 см і більше за 1 см. **902.** 12 кутів; 16 кутів. **903.** Перша зліва — правильна чотирикутна; у центрі — правильна трикутна; праворуч — трикутні з рівними гранями. **904.** Одна піраміда (внутрішня) — правильна чотирикутна, і чотири (зовнішні) — трикутні, але неправильні.

Трикутні піраміди прилягають своїми основами до бічних граней чотирикутної. **905.** Всі, крім г). **906.** Всі, крім в) і г). **907.** 12 ребер, 8 вершин. **909.** 6 см², 2 см², 20 см². **910.** 40 см. **911.** Площа повної поверхні 180 дм². **913.** $4a + 4b + 4c$; $2(ab + bc + ac)$. **914.** Не може: із 4-х граней прямокутного паралелепіпеда принаймні дві — протилежні, а тому рівні, отже, мають однакову площу. **915.** На 48 см. **916.** У 5 разів; у 25 разів. **917.** 80 см. **918.** 92 см. **919.** 72 см. **920.** 294 см². **921.** Дві. Сім. **922.** 12. **923.** 125; 8; 36; 54. **924.** 200 г. **925.** Так. **926.** 252 см². **927.** Всі, крім г). **928.** Всі, крім двох, що в третьому стовпці (якщо лічити зліва направо). **929.** Не є розгорткою лише фігура 10. Решта 11 фігур — це всі можливі розгортки куба. **931.** б) 1536 м³. **932.** У 27 разів. **933.** а) 125 см³. **934.** б) Зменшиться в 4 рази. **937.** 60. **939.** 192 см³. **940.** 2 км 160 м. Ні. **941.** 100 000 км. **942.** 12 м³. **943.** 128 см³. Можна було б вирізати й два таких куби. **944.** 6 см. **945.** 1200 т. **946.** Проблематично: висота рівня води в басейні ще тільки 10 см. **947.** Так, рівень води був на висоті 2 дм. **948.** 24 л; 20,4 кг. **950.** 900 г. **951.** 48 кг. **952.** Це залежить від твоєї тренуваності. Маса такого «кубика» перевищила би 64 кг.

Розділ 8

963. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{5}{12}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $1\frac{1}{2}$. **964.** 1) $\frac{1}{20}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 5; 4) $\frac{1}{10}$; 5) $\frac{1}{200}$; 6) $\frac{3}{5}$; 7) $\frac{7}{12}$; 8) $\frac{1}{12}$. **965.** 1) $\frac{2}{25}$; 2) $\frac{1}{125}$; 3) $\frac{1}{125}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{1}{5}$; 6) $\frac{1}{3}$. **968.** 1) $4\frac{4}{5}$; 2) 6; 3) $6\frac{1}{3}$; 4) $5\frac{1}{6}$; 5) $\frac{3}{10}$; 6) 3; 7) $5\frac{2}{10}$; 8) $5\frac{5}{17}$. **969.** 1) $3\frac{3}{5}$; 2) $4\frac{5}{6}$; 3) $\frac{1}{12}$; 4) 50; 5) $6\frac{10}{13}$; 6) 5; 7) $13\frac{4}{5}$; 8) 18. **970.** 1) 7; 2) $10\frac{2}{3}$; 3) $5\frac{1}{4}$; 4) 5) $6\frac{7}{10}$; 6) $3\frac{22}{26}$. **975.** 1. $\frac{1}{3}$; 2. $\frac{2}{3}$. **976.** 1. 14 книг; 2. $\frac{7}{9}$. **977.** 1. 1 м 50 см; 2. 30 см. **978.** 1. 20 вареників; 2. $\frac{3}{5}$. **979.** 1) 135°; 2) 50°; 3) 60°; 4) 40°. **980.** 1) 8°; 2) 25°. **982.** 1. 120 км; 2. 144 км; 3. 96 км. **983.** 1. 28 м; 2. 42 м; 3. $\frac{2}{7}$. **984.** 1. 84 розповіді; 2. 42 розповіді; 3. 126 розповідей. **985.** 1. 240 км; 2. 120 км; 3. $\frac{1}{4}$. **986.** 1. 38 см; 2. 114 см. **1004.** 1. 15 км, 18 км, 20 км, 16 км; 2. $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$. **1005.** 1. 3 км, 5 км, 6 км, 1 км; 2. $\frac{1}{15}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$. **1006.** Від 1 до 11. **1007.** Від 1 до 15. **1008.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. **1009.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. **1010.** 1) $x < 6$; 2) $x < 7$; 3) $x < 9$; 4) $x > 6$. **1011.** 1) $x < 7$; 2) $x > 7$. **1012.** 1) $x = 7$; 2) $x = 7$; 3) $x = 46$; 4) $x = 56$; **1013.** 1) $x = 8$; 2) $x = 83$. **1014.** 1. 100 км; 2. На 10 км більше; 3. $\frac{1}{9}$. **1015.** 1. Мавпочка Кікі; 2. $\frac{21}{16}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{6}{4}$. **1016.** 1. Учениця 5-А класу; 2. $\frac{7}{5}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{44}{35}$. **1017.** 1. $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{2}$; 2. У 5 разів більша. **1028.** 1) $1\frac{1}{13}$; 2) $2\frac{7}{17}$; 3) $3\frac{1}{4}$; 4) $1\frac{6}{25}$; 5) $1\frac{14}{19}$; 6) $1\frac{16}{29}$. **1030.** 1) $x = \frac{1}{7}$; 2) $x = \frac{9}{41}$; 3) $y = 1\frac{1}{18}$; 4) $x = \frac{3}{16}$; 5) $y = \frac{14}{27}$; 6) $t = \frac{37}{42}$. **1032.** $\frac{2}{15}$ м. **1033.** $1\frac{1}{3}$ м. **1034.** $1\frac{5}{31}$ м. **1038.** 1) $\frac{9}{17}$ книжки; 2. $\frac{8}{17}$ книжки. **1039.** 1. 480 кг; 2. 160 кг. **1040.** 1. 18 годин; 2. У 2 рази більше; 3. 18°, 12°. **1041.** 1. 102 км; 2. 21°; 3. 24 км. **1042.** 2 км.

1063. 9 км.

Розділ 9

1076. 1) 2,354; 2) 0,03; 6) 5,007. 1078. 3) 1,073; 9,003. 1080. 2,9; 20,3; 2,59; 4,5638.
1081. $\frac{7}{10}$; $5\frac{4}{1000}$; $8\frac{3}{100}$. 1082. 3) 0,98; 1,02; 2,3. 1084. 2) 1,308; 4) 14,146. 1088. 0,04;
0,0405. 1091. 4,7; 4,3; 4,37; 4,897; 4,1. 1092. Між 5 і 6. 1094. $0,6 < 0,7$; $1,2 > 0,9$.
1100. 1) $14,7 = 14,70$; 2) $0,3040 < 0,34$. 1104. 2) $a = 1,2$; $k = 5$. 1105. 1) $x = 7,2$; 6) $x = 8,0104$.
1108. Найбільший 4,3; найменший 0,00043. 1113. 6) 32,43 грн. $> 32,42$ грн.
1114. 2) 3,7; 14,1; 28,0; 0,2. 1115. $1257 \text{ мм}^2 = 12,57 \text{ см}^2 > 12 \text{ см}^2$. 1116. 3) До десятих.
1124. 1) 0, 1, 2, 3, 4. 1125. 2) 22,421. 1126. 3) 18,437. 1128. 3) $(17,248 - 2,248) - 7,4 =$
 $= 15 - 7,4 = 7,6$. 1129. 6) $69 - 2,3 = 66,7$. 1130. 4) $12,19 - 5,74 = 6,45$. 1133. 8) 1,5.
1134. 10) 187,28. 1136. 3) 395,8 м. 1137. 1) 6,6 ц; 2) 4,7 ц. 1139. 1) 16,12533 км;
2) 0,4075 км; 3) 0,629 км. 1141. 1) 662,343 м²; 2) 74,303 м²; 3) 9,65 м².
1142. 1) 423,28 а; 2) 41,2 а; 3) 5,7 а. 1144. 1) 570 м/хв; 2) 90 м/хв; 3) 1740 м/хв;
4) 3390 м/хв. 1146. б) $a = 35,4$; $b = 95,1$; $c = 37,8$. 1147. 4) Знак $<$. 1149. $0,79 +$
 $+ 0,97 + 7,09 + 7,90 + 9,07 + 9,70 = 35,52$. 1152. Збільшиться на 6,3.
1159. 5,76 млн. 1162. 133,2 см. 1164. 8 см і 10,2 см — може; 18,1 см і 1,5 см —
не може. Менша від суми і більша за різницю другої і першої сторін.
1165. 9,4 см. 1166. 236 м. 1069. Між B і C. 1171. 21,5 км/год, 15,9 км/год.
1174. 65,9 м². 1176. 52,2 кг, 46,5 кг, 49,9 кг. 1177. На 1,03 м. 1178. 4 м і 4,35 м.

Розділ 10

1184. 2) $15,4 \cdot 4$. 1185. 4) $0,44(28,4 - 8,4) = 0,44 \cdot 20 = 8,8$. 1187. 3) 1,15; 4) 4,8;
5) 2,412; 6) 91,8. 1188. 3) 13, 7344. 1189. 2) 75, 254. 1193. 1) 12,4. 1194. 34,48.
1197. 90 м/хв, 5,4 км/год. 1199. 2) 3,45 м². 1200. 15 кг. 1205. Периметри рівні.
Площа квадрата більша на 1 м². 1206. 11,2 м, 5,88 м². 1207. 9,8 га. 1209. 2436.
1211. 1) Можна, 24 см, 36 см²; 2) Можна, 28 см, 49 см². 1215. Всі площі рівні.
Найменший периметр має квадрат. 1217. 1) 10. 1218. Суми рівні. Добуток
найбільший для квадрата. 1223. На 0,01. 1224. У 10 разів. 1237. 2) 0,802;
3) 0,68. 1239. 0,375; 0,9375. 1240. 4) 1,5. 1241. 73,25 км/год. 1242. 105 м.
1243. 15,5 м. 1244. 3,2 м. 1249. 2,5 м. 1251. 31. 1252. 10 кг, 5 кг. 1253. 6,1 м, 4,5 м.
1254. 2) 0,01. 1255. 5) 0,67; 6) 0,221. 1257. 1,43 год. 1258. 15. 1260. 2) 1500. 1261. 2) 50.
1262. 7) 4,7. 1265. 400. 1266. 4) 6,85. 1268. 7) 0,00144. 1269. 3,5. 1270. 3) 0,25;
0,125; 0,05. 1272. 100 років. 1273. 5 т. 1275. 60 ц. 1276. 100 км. 1277. 60 м.

Розділ 11

1292. 0,87 кг. 1293. 22,5 кг. 1294. 2,675 кг. 1297. 8 кг. 1298. 13 кг. 1299.
1280 грн. 1300. 192 сторінки. 1301. 54. 1302. У шостих класах на 1 учня більше.
1303. Зменшиться на 4 %. 1304. Зменшилося на 40. 1307. 216 т. 1308. 200 кг.
1309. 62,5 кг. 1310. 40 кг. 1311. 250 кг. 1312. 64 кг. 1313. 48 кг. 1314. 50 кг.
1315. 5 т. 1316. 5 т. 1317. 249 верстатів. 1318. 150°. 1319. $2\frac{3}{11}$ кг.
1320. $\approx 144,93$ кг. 1325. 1) 7484 грн. 1326. 2) 82,65 т. 1328. 1) 2,6 см. 1329. 2) 4,9 км/год.
1331. 1) 10,3. 1333. 60 грн за 1 кг. 1334. 38,4 кг. 1335. 4,8; 7,2; 8,4.

Розділ 12

1336. 1) 103,2; 2) 2,65; 3) 4,6; 4) 5,12. **1336.** 3) 11,68; 4) 6,4. **1339.** 1) 3,1; 2) 2,54; 3) 2208,3; 4) 40,4216. **1341.** 1) 12,3; 2) 11,01; 4) 98,74; 5) 163,7. **1342.** 1) 93,4; 2) 67,1; 3) 14,501; 4) 81,75. **1346.** 1) 4; 2) 3,3; 3) 38,9; 4) 25,45. **1354.** 1012 км. **1356.** 225 км, 105 км. **1358.** Другий. **1359.** 17,15 км/год, 1,75 км/год. **1360.** ≈ 44 км/год. **1361.** 300 л. **1362.** 10 000 грн. **1363.** 90 км. **1364.** 15 дощок. **1572.** 23,2 кг, 16,4 кг. **1375.** 0,927 кг, 0,309 кг. **1376.** 1,5 кг. **1377.** 1,032 т, 0,172 т. **1378.** $\approx 7,1$ кг. **1379.** $\approx 5,97$ т. **1380.** 25 дощок. **1381.** $\approx 50,6$ м³. **1382.** $\approx 0,34$ %. **1383.** На 290,9 т. **1384.** 70 кг, 30 кг, 20 кг, 8 кг, 0,2 кг. **1385.** 50,4 т. **1386.** 4720 грн, 4540 грн, ≈ 6572 грн. **1387.** 6360 грн, 6720 грн, ≈ 11633 грн. **1391.** 112 л. **1392.** 285,6 кг. **1394.** На 36 місць. **1396.** 384 см. **1400.** C між A і B .

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. Повторення вивченого з математики у початковій школі	5
§ 1. Запис чисел за допомогою цифр	8
§ 2. Письмове додавання і віднімання багатоцифрових чисел.....	12
§ 3. Периметр фігур	15
§ 4. Письмове множення і ділення багатоцифрових чисел на одноцифрові	18
§ 5. Площа квадрата і прямокутника.....	21
§ 6. Швидкість, відстань і час.....	23
§ 7. Буквені позначення чисел. Формули, тотожності і рівняння	26
§ 8. Дроби та мішані числа	31
§ 9. Урок-практикум «Осло-фіорд».....	42
<i>Контрольна робота №1</i>	46
РОЗДІЛ 2. Натуральні числа.....	49
§ 1. Натуральний ряд чисел	51
§ 2. Порівняння натуральних чисел.....	56
§ 3. Округлення натуральних чисел	61
§ 4. Розв'язування задач і вправ	66
§ 5. Урок-практикум «Мандруємо Україною».....	79
<i>Контрольна робота №2</i>	83
РОЗДІЛ 3. Додавання та віднімання натуральних чисел	87
§ 1. Додавання натуральних чисел	88
§ 2. Віднімання натуральних чисел	96
§ 3. Розв'язування вправ і задач	104
§ 4. Урок-практикум «Міст Акасі-Кайку, або міст Перлина»	117
<i>Контрольна робота №3</i>	120
РОЗДІЛ 4. Відрізки і кути та їхнє вимірювання	123
§ 1. Криві і прямі лінії. Відрізки.....	124
§ 2. Довжина відрізка і відстань	132
§ 3. Ламана і довжина кривої лінії.....	140
§ 4. Шкали. Види шкал.....	150
§ 5. Лінійчаті і стовпчасті діаграми.....	155
§ 6. Промені і кути	161
§ 7. Вимірювання кутів	166
§ 8. Числовий промінь.....	180
§ 9. Кругові діаграми.....	185
§ 10. Урок-практикум «Сонячний безпілотник».....	189
<i>Контрольна робота №4</i>	190

РОЗДІЛ 5. Множення та ділення натуральних чисел	193
§ 1. Дія множення та її властивості	194
§ 2. Письмове множення багатоцифрових чисел	206
§ 3. Площа квадрата і прямокутника. Квадрат натурального числа ...	212
§ 4. Правило множення для визначення кількості сполучень	218
§ 5. Ділення натуральних чисел	224
§ 6. Розв'язування задач	239
§ 7. Урок-практикум «Майже космічний політ на повітряній кулі»	246
<i>Контрольна робота №5</i>	248
РОЗДІЛ 6. Буквені вирази та рівняння.....	251
§ 1. Числові та буквені вирази	252
§ 2. Порядок виконання дій у виразах	254
§ 3. Складання буквених виразів та обчислення їхніх значень	261
§ 4. Рівняння	267
§ 5. Застосування рівнянь для розв'язування текстових задач	272
§ 6. Урок-практикум «Будинки на воді і під водою».....	277
<i>Контрольна робота №6</i>	282
РОЗДІЛ 7. Найпростіші багатокутні та багатогранні	
фігури про що йдеться в цьому розділі.....	285
§ 1. Фігури. Рівність фігур	286
§ 2. Багатокутники. Трикутники і чотирикутники	291
§ 3. Різновиди трикутників і чотирикутників	296
§ 4. Піраміди і прямокутні паралелепіпеди.....	303
§ 5. Об'єм прямокутного паралелепіпеда і куба.....	312
§ 6. Урок-практикум «Робот Леонардо».....	317
<i>Контрольна робота №7</i>	318
РОЗДІЛ 8. Звичайні дроби	321
§ 1. Основні поняття, пов'язані зі звичайними дробами.....	322
§ 2. Порівняння звичайних дробів та мішаних чисел.....	335
§ 3. Додавання та віднімання звичайних дробів	
з однаковими знаменниками	343
§ 4. Додавання та віднімання мішаних чисел	349
§ 5. Урок-практикум «Екологічний катамаран Манта».....	359
<i>Контрольна робота №8</i>	362
РОЗДІЛ 9. Десяткові дроби. Додавання та віднімання	
десяткових дробів	365
§ 1. Що таке десяткові дроби. Запис і читання десятих дробів	366
§ 2. Порівняння та округлення десятих дробів	373
§ 3. Додавання та віднімання десятих дробів	378
§ 4. Урок-практикум «Винахідник Рено»	387
<i>Контрольна робота № 9</i>	390

РОЗДІЛ 10. Множення і ділення десяткових дробів.....	393
§ 1. Множення десяткових дробів	394
§ 2. Ділення десяткових дробів	403
§ 3. Урок-практикум «Робот-всюдилаз»	412
<i>Контрольна робота №10</i>	414
РОЗДІЛ 11. Відсотки. Середнє арифметичне значення.....	417
§ 1. Відсотки.....	418
§ 2. Середнє арифметичне	427
§ 3. Урок-практикум «Конструктор “лего”»	431
<i>Контрольна робота №11</i>	432
РОЗДІЛ 12. Повторення та систематизація вивченого у 5 класі... 435	
§ 1. Вправи на всі дії з натуральними і дробовими числами	436
§ 2. Задачі на рух	440
§ 3. Задачі на знаходження дроби від числа та числа за його дробом ..	443
§ 4. Задачі на знаходження чисел за їхньою сумою та різницею	446
§ 5. Задачі на відсоткові розрахунки.....	449
§ 6. Задачі геометричного змісту	452
§ 7. Вправи і задачі різної тематики	455
<i>Контрольна робота №12</i>	459
Предметний покажчик	462
Відповіді	464

Відомості про стан підручника

№	Прізвище та ім'я учня/учениці	Навчальний рік	Стан підручника	
			на початку року	в кінці року
1				
2				
3				
4				
5				

Навчальне видання

БЕДЕНКО Марко Васильович, КЛОЧКО Ігор Якович,
КОРДИШ Тамара Георгіївна, ТАДЕЄВ Василь Олександрович

МАТЕМАТИКА

**Підручник для 5 класу
закладів загальної середньої освіти**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

Головний редактор *Богдан Будний*

Редактор *Володимир Дячун*

Обкладинка *Ростислава Крамара*

Комп'ютерна верстка *Галини Телев'як, Зоряни Сидор*

Художній редактор *Ростислав Крамар*

Технічний редактор *Неля Домарецька*

Підписано до друку _____. Формат 70×100/16. Папір офсетний.
Гарнітура CentSchbook Win95BT. Друк офсетний. Умовн. друк арк. ____.
Умовн. фарбо-відб. _____. Обл.-вид. арк. _____. Тираж _____ пр.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного
реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 4221 від 07.12.2011 р.

Навчальна книга – Богдан, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46002

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, м. Тернопіль, 46008

тел./факс (0352)52-06-07; 52-05-48

office@bohdan-books.com www.bohdan-books.com